



Ensinando Funções de Primeiro Grau – Experimento, Software Livre e Mídia

Denilso da Silva Camargo¹ - PPGFis - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
denilso.camargo@ufrgs.br

Josy Rocha – PPGEM - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
josymatematica@gmail.com.br

Resumo

Este trabalho proporciona aos alunos, a oportunidade de desenvolver a capacidade de estabelecer relações, entre diferentes campos do conhecimento, através de atividades que envolvem Matemática e Física. Envolvermos os alunos em uma série de atividades, que os levou a entender o conceito de função, particularmente a função de primeiro grau e suas aplicações.

Iniciamos o estudo das funções com uma abordagem experimental que relaciona o estudo do movimento uniforme na Física com o estudo da função de primeiro grau na Matemática. O software Winplot foi posteriormente utilizado para consolidar o conceito de função, bem como analisar o efeito no gráfico da variação dos parâmetros na equação que o descreve. Finalmente, os alunos foram convidados a selecionar e analisar gráficos de fontes publicadas (por exemplo, jornais e revistas) aplicando as habilidades desenvolvidas.

Palavras – chaves: funções, Winplot, interdisciplinaridade.

Teaching First Degree Functions – Experiment, Free Software and Media

Abstract

This work provides students, the opportunity to develop the ability, to establish relationships, between different fields of knowledge, through activities involving, mathematics and physics. We engage students in a series of activities that lead them to understand the concept of function, particularly the first-degree function and its applications.

We begin the study of the functions with an experimental approach that links the study of uniform motion in physics to the study of the first degree function in the mathematics. Winplot software is subsequently used to consolidate the concept of the function, as well as analyse the effect on the graph of varying the parameters in the equation that describes it. Finally, students are invited to select and analyse graphs from published sources (e.g. newspapers and magazines) applying the skills developed.

Keyword: functions, Winplot, interdisciplinarity.

1. Introdução

A complexidade do mundo globalizado exige cada vez mais dos profissionais e indivíduos em geral, respostas rápidas e a capacidade de readaptação num mercado de trabalho em constante modificação. Nós, professores, precisamos estar atentos às necessidades desse novo profissional. Nesse contexto, uma proposta de ensino baseada no treinamento de indivíduos para desempenhar determinadas tarefas pode gerar bons resultados, mas serão eles momentâneos. Espera-se muito mais do que isso da "escola", dos educadores e educandos. No caso das escolas brasileiras de Ensino Médio, espera-se

¹ Agradece suporte do CNPq.

que sejam capazes de preparar o educando para o trabalho e a cidadania, de modo que ele seja capaz de continuar aprendendo e que possa adaptar-se com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamentos posteriores (BRASIL, 1996).

Na sociedade informatizada na qual vivemos, um conhecimento indispensável para quem quer ingressar ou manter-se no mercado de trabalho é o das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs). No entanto, o computador ainda não faz parte das ferramentas didáticas da maioria dos professores das escolas de ensino básico.

A implementação das TICs como recurso pedagógico é uma necessidade inadiável, mas não se trata de mudar tudo o que se faz para informatizar as aulas no ensino básico. *O computador vem para agregar, não para substituir.* Nesse sentido, as atividades experimentais desempenham um papel importante na construção do conhecimento, principalmente nas ciências exatas e da natureza e, por isso, não devem ser substituídas por uma simulação de computador. O ideal é que ambas sejam realizadas, aumentando assim as oportunidades de reflexão dos educandos sobre o tema em discussão.

No que se refere ao ensino das funções, Sierpinska (1992) afirma que para uma melhor compreensão as noções de funções deveriam ser apresentadas como modelos de relações observadas, ou seja, como ferramentas para a descrição e previsão de fenômenos, resgatando o seu processo histórico de construção, fortemente relacionado com a construção da ciência, especialmente a Física. No entanto, muitos professores apenas repassam as definições, por demais formais, dos livros didáticos dificultando o entendimento e transformando o educando em mero espectador das ações pedagógicas que têm como objetivo a sua própria formação.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. Na seção 2 desenvolvemos uma atividade experimental com os alunos organizados em grupos de 4 ou 5 componentes. Na seção 3 realizamos uma atividade didática com o software educacional Winplot, no laboratório de informática. Finalmente, na seção 4 analisamos aplicações dos conteúdos trabalhados, principalmente em gráficos publicados em mídias impressas e digitais.

2. Abordagem experimental

Iniciamos o nosso estudo com uma atividade experimental por acreditarmos que ela deve estar presente na construção do conceito de função e não apenas como atividade ilustrativa no final do conteúdo. Algumas atividades nessa linha de pensamento, já foram anteriormente propostas, como em Camargo, Rocha e Bayer (2005) e Sant'Ana e Tedesco (2004).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) também fazem referência às atividades experimentais:

É indispensável que a experimentação esteja presente ao longo de todo o processo de desenvolvimento das competências em Física, privilegiando-se o fazer, manusear, operar, agir, em diferentes formas e níveis. É dessa forma que se pode garantir a construção do conhecimento pelo próprio aluno, desenvolvendo sua curiosidade e o hábito de sempre indagar, evitando a aquisição do conhecimento científico como uma verdade estabelecida e inquestionável (BRASIL, 2002 p.84).

No que se refere ao conteúdo, o objetivo da atividade experimental é descobrir as principais características da função de primeiro grau através do estudo do movimento retilíneo uniforme.

Montamos os trilhos com a inclinação necessária para que a componente da força peso na direção do equipamento e a força de atrito se equilibrem fornecendo uma aceleração resultante nula, ao longo do respectivo trilho (Fig. 1). Além disso, marcamos a posição de partida do volante para cada trilho. Desse modo, foi possível obter para cada volante um movimento aproximadamente uniforme.

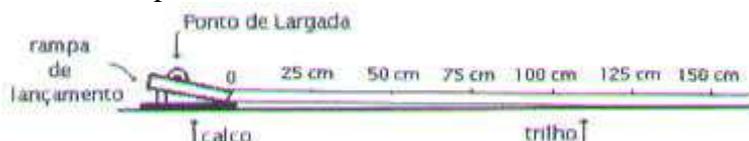


Figura 1: montagem do equipamento utilizado na atividade experimental²

Como não temos muito tempo para a realização da atividade experimental em sala de aula, fornecemos aos alunos um roteiro a ser seguido. Preparamos o roteiro pensando nos alunos com maiores dificuldades de compreensão e por isso, a linguagem adotada foi a mais simples possível e, por vezes, nos permitimos algum relaxamento dos termos usados para tornar a aula mais descontraída.

De acordo com as OCEM - Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL 2006, p.31), o ideal seria a participação dos alunos em todas as etapas da atividade experimental, inclusive na proposição do procedimento a ser seguido. No entanto, a aprendizagem pode ocorrer mesmo que a participação do aluno seja limitada a algumas etapas.

Esse trabalho é resultado de um projeto de ensino de 20 horas com alunos da primeira série do Ensino Médio de uma escola privada de Porto Alegre. Abrimos 20 vagas que foram preenchidas por ordem de chegada. Fazemos aqui, um resumo sucinto das atividades realizadas no decorrer do projeto.

Além do conhecimento sobre funções e movimentos temos como objetivo desenvolver no educando o espírito crítico e a capacidade de enfrentar situações variáveis, por isso, o nosso roteiro baseia-se no questionamento. Acreditamos que desse modo estamos abrindo espaço para a discussão entre os membros do grupo de trabalho, permitindo que eles sejam agentes do próprio aprendizado.

1. Largue o volante sempre da mesma posição na rampa.
2. Meça o tempo que o volante leva para percorrer de 0 a 25 cm, depois de 0 a 50 cm e assim por diante. Na última medida deixe o volante parado por pelo menos mais 5s. Faça isso 3 vezes para cada medida e anote seus resultados na tabela abaixo.

d (cm)	t ₁	t ₂	t ₃	t _{médio}	v (cm/s)
0 a 25					
0 a 50					
0 a 75					
0 a 100					
0 a 125					

3. Calcule a média dos tempos e complete a coluna do tempo médio.
4. Usando o tempo médio, calcule a velocidade média do volante em cada percurso e complete a última coluna.
5. Baseando-se na tabela construa o gráfico da distância pelo tempo.
6. Determine a inclinação da reta. Que grandeza física ela representa? Qual o significado físico desse valor?

² Adaptado de: Axt e Alves (1994).

7. Qual a posição do volante depois de 1s, 2s e 3s do acionamento do cronômetro?
8. Em quantos centímetros cresce a posição do volante em cada segundo que se passa (taxa de variação da posição)? Que grandeza física a taxa de variação da posição representa?
9. Preencha a tabela abaixo:

Posição do volante (d)	Tempo (t)	Taxa de variação
0 cm		

* Taxa de variação da posição em relação ao instante anterior.

10. De que depende a posição do volante?
11. A partir da análise da tabela acima, escreva uma fórmula que descreva o movimento do volante no trilho.
12. E se o cronômetro fosse acionado quando o volante já estivesse em uma posição d_0 , como ficaria a fórmula para o movimento do volante?
13. Quais seriam as posições do volante nos instantes registrados pelo cronômetro, se ele tivesse partido da posição inicial (d_0) 10cm? Usando o tempo médio da tabela da questão 4 e os novos valores para a posição do volante, preencha a tabela abaixo e depois construa um novo gráfico da distância pelo tempo.

$t_{\text{médio}}$ (s)	d (cm)

14. Existe alguma relação entre d e t? Quem domina essa relação? Existe alguma lei de formação que descreve a relação entre essas duas grandezas? Quem apenas reflete a imagem fornecida pela lei de formação?
15. Preencha o diagrama a seguir (Fig. 2) de acordo com a resposta da questão anterior. Ligue com uma seta os elementos dos dois conjuntos que mantêm algum relacionamento. Desenhe um diagrama, semelhante aos outros, em torno dos elementos dominados que já estão “casados” com algum elemento dominador.

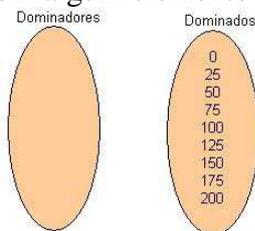


Figura 2: relações.

16. Na representação gráfica o eixo das posições é o eixo x ou o eixo y? E quanto ao eixo dos tempos? Substitua o d e o t na fórmula obtida na questão 11 que você utiliza na Física por y e x, para obter a equação matemática do gráfico que representa o movimento do volante.

17. Agora substitua o d e o t na fórmula da Física obtida na questão 12 por y e x .
18. O que o termo b representa na fórmula da Física e nos gráficos da distância pelo tempo? Qual o seu valor no gráfico da questão 5? E na questão 13? O que aconteceu no gráfico quando ele foi introduzido? Qual a consequência da variação do termo b ?
19. Os valores de y têm alguma relação com os valores de x ? Quem domina essa relação? E quem é dominado ou apenas reflete a imagem de quem domina? Existe alguma lei de formação que relaciona essas duas variáveis?

Observação: os dominados em geral, não estão satisfeitos, querem liberdade, são **contra o domínio**.

20. Verifique quantas vezes cada reta vertical da folha milimetrada intercepta o gráfico. Será que isso é importante para a definição de uma função? É possível que o volante ou qualquer outro corpo esteja em mais de uma posição (lugar) num mesmo instante de tempo? É possível que o volante não esteja em nenhum lugar em um dado instante?
21. Os matemáticos desenvolveram o estudo das funções baseando-se em problemas reais. Assim é razoável esperar que as suas respostas para as questões abaixo estejam de acordo com as respostas da questão anterior. Então responda:
- a) Em uma função é possível que um determinado x esteja ligado a mais de um valor de y ?
- b) É possível que um elemento x não esteja ligado a nenhum y ?
22. Voltemos ao movimento do volante no trilho. Será que é possível que o volante ocupe a mesma posição em instantes distintos? Que modificações teríamos que fazer no trilho? O que você sugere?
23. Poderíamos ter mais de um elemento do conjunto dominador ligado a um mesmo dominado?

Observação Física:

O conjunto composto por todos os instantes de tempo do intervalo entre o acionamento do cronômetro e o instante em que foi parada a contagem é chamado de conjunto domínio da função.

O conjunto de todas as posições do trilho é o contradomínio.

O conjunto das posições ocupadas pelo volante em sua viagem é o conjunto imagem. O conjunto imagem se relaciona com o conjunto domínio através da lei de formação, ou seja, a fórmula da Física (Fig. 3).

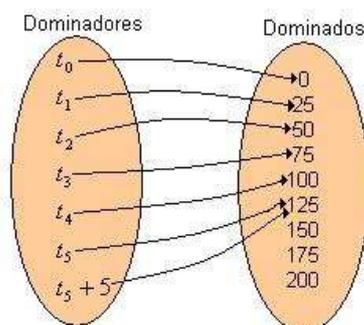


Figura 3: domínio, contradomínio e imagem.

Observação Matemática:

O conjunto dos elementos x é chamado de domínio da função.

O conjunto dos elementos y é o contradomínio da função.

O conjunto dos elementos do contradomínio que estão ligados a algum elemento do domínio é chamado de conjunto imagem da função (Fig. 4).

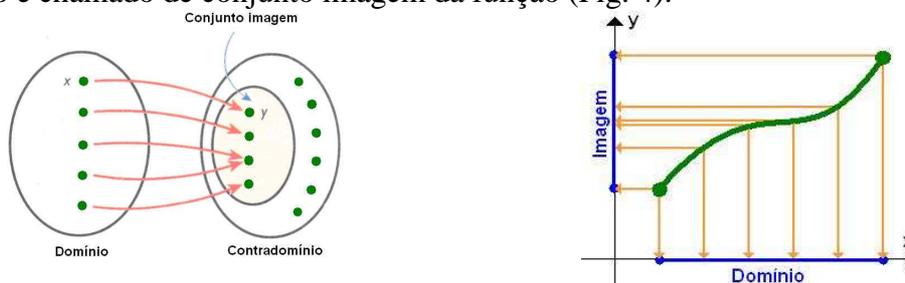


Figura 4: domínio, contradomínio e imagem.

Para introduzir o conceito de função, usamos a noção de movimento real, isto é, quando a relação entre os instantes de tempo e as posições representa um movimento possível. Em seguida os alunos foram levados, por analogia, a concluir quando uma relação é função.

Para representar um movimento real:

- O móvel não pode estar em dois lugares ao mesmo tempo.
- O móvel deve estar em algum lugar em qualquer instante de tempo. Ele não pode desaparecer.

Para representar uma função:

- A qualquer elemento x do domínio (**A**), deve corresponder um único elemento y do contradomínio (**B**), ou seja, cada x só pode ter uma imagem (Fig. 5).
- Qualquer reta pertencente ao domínio e paralela ao eixo y , deve interceptar uma única vez a representação gráfica.
- A cada x pertencente ao domínio deve corresponder uma única imagem.
- Deve sair uma, e somente uma, flecha de cada elemento x do domínio.

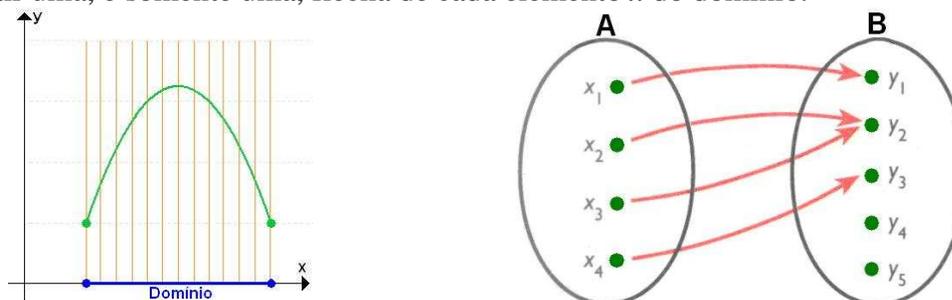


Figura 5: relações que representam funções.

Situações que não representam movimento real:

- Em algum instante o móvel desaparece, isto é, não está em lugar nenhum.
- O móvel está em dois lugares ao mesmo tempo.

Situações que não representam função:

- Algum elemento x do domínio, não possui imagem no contradomínio.
- Elementos do domínio têm mais de uma imagem.
- Quando alguma reta vertical pertencente ao domínio não intercepta o gráfico ou o faz mais de uma vez (Fig. 6).

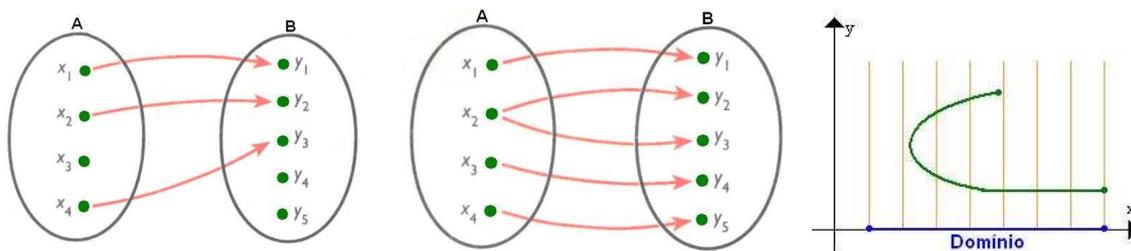


Figura 6: relações que não representam funções.

Função do primeiro grau e MRU:

24. Usando as informações dos itens 4 e 5 da primeira página desse roteiro, construa o gráfico da velocidade em função do tempo.
25. Qual o valor da inclinação do gráfico acima? Que grandeza física ela representa? O que se pode afirmar a respeito dessa grandeza?
26. A área abaixo do gráfico pode nos fornecer alguma informação sobre o movimento do volante?
27. Determine a equação matemática para o gráfico acima. Essa equação pode representar algum fenômeno físico?

Através desse roteiro, os alunos construíram o conceito de função, descobriram a forma da representação gráfica da função de primeiro grau e equação que a descreve.

3. O estudo da função de primeiro grau com o software Winplot

Para Gravina e Santarosa (1998), é necessário ser crítico e cuidadoso no uso da informática, pois ela por si só não garante a construção do conhecimento. Para que ocorra a apropriação de idéias matemáticas significativas é, em geral, necessário um trabalho de orientação por parte do professor.

No entanto, a mobilização dos estudantes é um fator determinante no sucesso do trabalho. A aprendizagem só ocorrerá se eles se mostrarem receptivos a essas atividades.

Escolhemos o software Winplot para nos auxiliar no estudo da função de primeiro grau, por ser ele um software livre e de fácil utilização. Após a familiarização com o Winplot, solicitamos que os estudantes construíssem o gráfico da função $f(x) = x$. Feito isso, os questionamos sobre o efeito no gráfico da variação do coeficiente angular e a importância do seu sinal. Ao construir os gráficos eles perceberam que ao aumentar o coeficiente angular, aumenta a inclinação da reta, ocorrendo uma rotação no sentido anti-horário (Fig. 7). Ao reduzir o valor do coeficiente angular ocorre o contrário, a inclinação diminui e a rotação se dá no sentido horário.

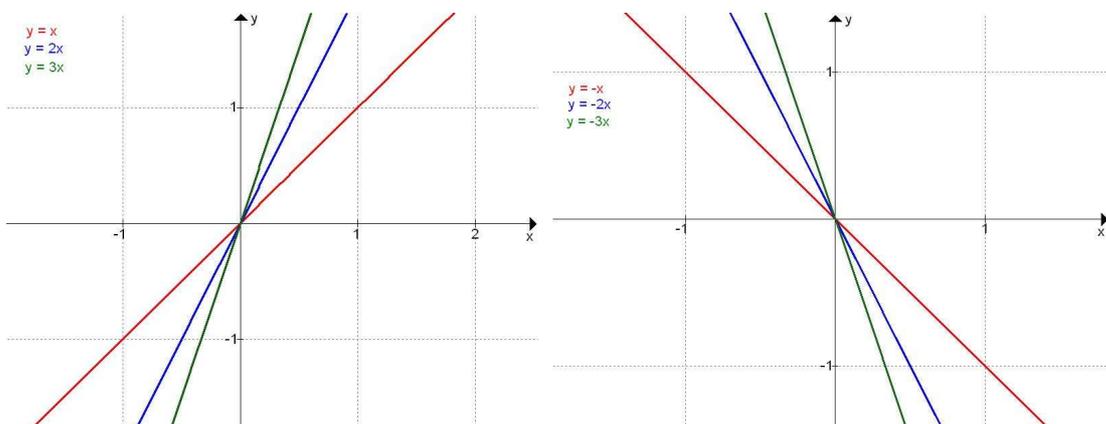


Figura 7: efeito no gráfico da variação do coeficiente angular.

Em seguida, os estudantes foram solicitados a refletir sobre os efeitos da variação do coeficiente linear. Depois de alguma discussão, os estudantes chegaram a conclusão de que o coeficiente linear indica o ponto de intersecção da reta com o eixo y e que a variação desse coeficiente leva a um deslocamento da reta ao longo da bissetriz dos quadrantes pares ou ímpares ($f(x) = -x$ ou $f(x) = x$), dependendo do coeficiente angular (Fig. 8).

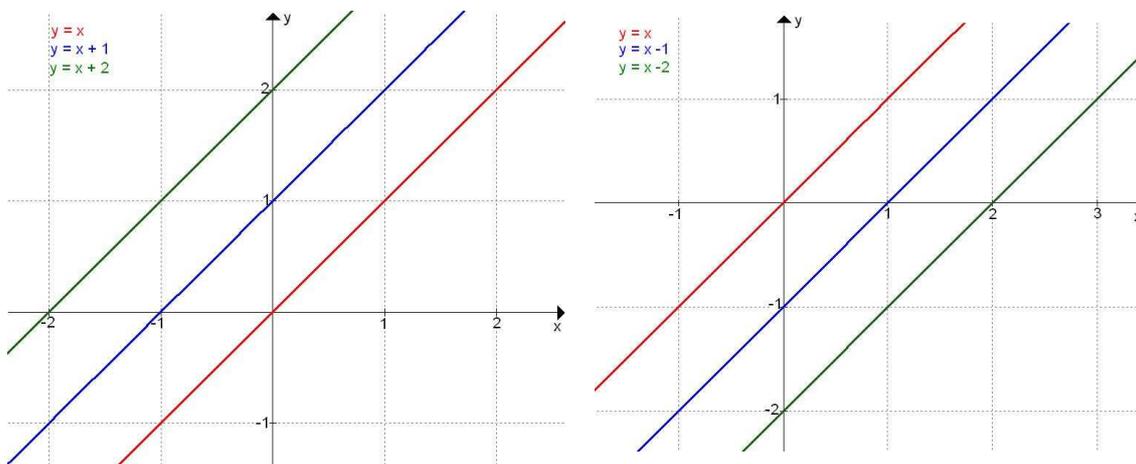


Figura 8: efeito no gráfico da variação do coeficiente linear.

Para finalizar, os estudantes foram desafiados a descobrir simetrias ao construir o gráfico de duas equações polinomiais de primeiro grau. Foram muitas as relações de simetria encontradas, na Fig. 9 mostramos duas delas.

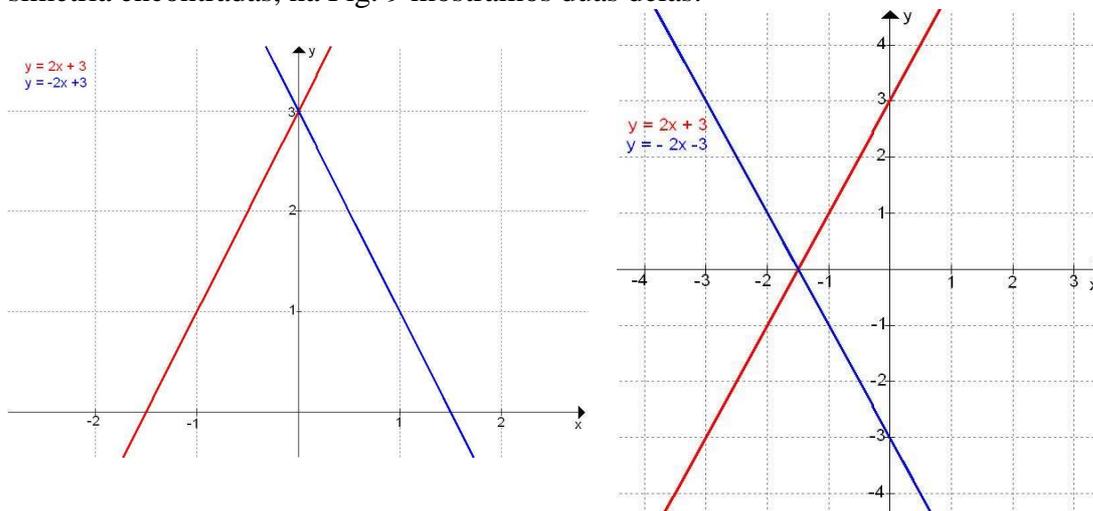


Figura 9: simetrias.

Segundo as OCEM,

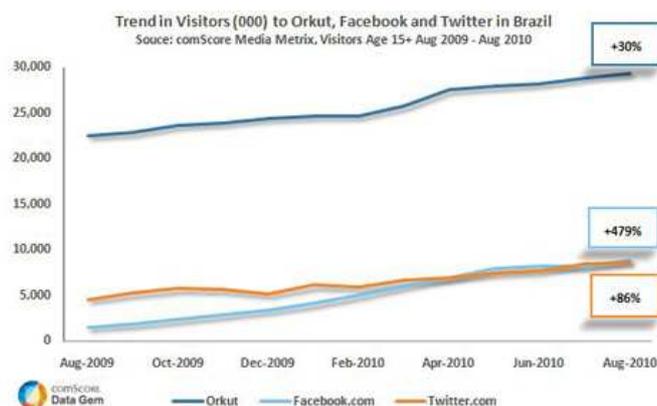
É importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes (BRASIL, 2006, pg 72).

4. As Mídias e o ensino da função de primeiro grau

A quantidade de informação transmitida diariamente pelos meios de comunicação é enorme, mas a qualidade dessas informações é discutível, visto que em muitas dessas

mídias não há um controle de qualidade. Assim sendo, é importante formarmos pessoas com capacidade de ler e interpretar tais informações.

Sugerimos aos estudantes que procurassem nos meios de comunicação aplicações do conteúdo trabalhado e que discutissem com os colegas do grupo tais materiais. Surgiram muitos gráficos, com aplicações em diversas áreas do conhecimento. Na discussão foi possível abordar a questão da confiabilidade das fontes e da eficiência na transmissão de informações de cada aplicação. Na Fig. 10, mostramos um caso representativo do nosso trabalho.



Fonte: ConScore agosto 2010.

Figura 10: aplicação dos conteúdos trabalhados.

5. Considerações finais

A diversificação dos métodos de ensino com o uso de atividades experimentais e participativas, software educativos e aplicadas a assuntos atuais e do cotidiano do aluno podem motivá-lo, promovendo uma aprendizagem significativa.

Desenvolvemos, nesse trabalho, uma sequência didática para o ensino-aprendizagem das funções, especialmente a função polinomial de primeiro grau. As funções desempenham um papel importante na descrição de fenômenos do nosso cotidiano e, por isso, nos fornecem uma excelente oportunidade de abordagem interdisciplinar, principalmente com a Física. Uma boa atividade de ensino deve propiciar ao educando tanto o conhecimento físico do fenômeno analisado com suas abstrações empíricas quanto às abstrações matemáticas. Nesse contexto a Física e a Matemática reforçam-se mutuamente, no sentido de que uma usa os métodos da outra, facilitando a compreensão de ambas. No decorrer das atividades, procuramos envolver os estudantes na construção do conhecimento, evitando aulas expositivas e diversificando os métodos de trabalho para despertar o interesse e garantir a participação de todos. Uma das importantes descobertas dos estudantes foi que nas atividades experimentais, muitas vezes temos que trabalhar com aproximações e que os resultados modelados pelas equações matemáticas são idealizações. Para finalizar, cada grupo escreveu um relatório que foi utilizado como um dos instrumentos de avaliação dos alunos e validação da sequência de atividades desenvolvidas. Nesse instrumento eles relataram o entendimento do grupo sobre funções em geral e o caso particular das funções de primeiro grau. No nosso entendimento, em geral, os textos dos grupos de trabalho descrevem melhor do que os livros didáticos o assunto abordado no projeto de ensino.



Referências Bibliográficas

- AXT, R.; ALVES, V. **Física para secundaristas: fenômenos mecânicos e térmicos**. Porto Alegre: Instituto de Física – UFRGS, 1994.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF, 1996.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.
- BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2006.
- CAMARGO, D. S.; ROCHA, J., BAYER, A., **Funções e Movimentos uma proposta de integração para as aulas de Física e Matemática**. Anais do III Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Canoas, 2005.
- GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. C. **A aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**. Revista Informática na Educação – teoria & prática, v.2, n.1. Porto Alegre: UFRGS, 1999, pg. 73 -88.
- ROCHA, J. ; MIRAGEM, F. F. . **Explorando a Função Quadrática com o Software Winplot**. RENOTE. Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 8, p. 01-10, 2010.
- SANT'ANA, M. F. ; TEDESCO, Priscila . **Funções e Tonalidades de uma Cor**. Educação Matemática em Revista (Rio Grande do Sul), Porto Alegre, v. 1, n. 6, p. 59-65, 2004.
- SIERPINSKA, A. **Theoretical perspectives for development of the function concept**. In G. Harel e E. Dubinsky, eds. , The Concept of Function – Aspects of Epistemology and Pedagogy, MAA Notes and Report Series. Mathematical Association of America, 1992.