

Modelagem matemática e simulações interativas: uma experiência com Função Afim e meio ambiente no ensino de matemática

Daniana de Costa - UTFPR - danianadecosta@yahoo.com.br

Edilson Pontarolo - UTFPR - epontarolo@utfpr.edu.br

Resumo. Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa de mestrado que objetivou explorar a Educação Ambiental em aulas regulares da disciplina de matemática em quatro turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal localizada na zona urbana de São Lourenço do Oeste-SC. Tal recorte trata de uma experiência sobre a realização de duas práticas pedagógicas que foram desenvolvidas valendo-se da Modelagem Matemática e simulações interativas como suporte para os modelos matemáticos, os quais mobilizaram o conteúdo matemático Função Afim e a temática ambiental. Durante a pesquisa, as observações foram registradas em diário de campo e, após a realização das atividades, foram utilizados questionários semiestruturados *on-line* para coleta de dados que foram submetidos à Análise de Conteúdo. A Modelagem Matemática e as simulações interativas se mostraram válidas para o ensino e aprendizagem de Funções Afim e para a prática da Educação Ambiental, pois contribuíram para compreensão da matemática, motivaram os estudantes e proporcionaram a reflexão sobre a temática ambiental.

Palavras-chave: Práticas pedagógicas, Recursos Educacionais Abertos, Modelagem Matemática, Ensino Fundamental.

Mathematical modeling and interactive simulations: an experience with Affine Function and environment in mathematics education

Abstract. This paper describes the development of two pedagogical practices that are part of a research project that aimed to explore Environmental Education in four classes of mathematics in the 9th grade of a public elementary located in urban area of the city of São Lourenço do Oeste - SC. The pedagogical practices employed Mathematical Modeling and interactive simulations as support for the mathematical models, which mobilized the affine function and the environmental themes. The researcher recorded her observations on a field journal. The students answered to on-line semi-structured questionnaires on the activities development. All gathered data were submitted to content analysis. The Mathematical Modeling and the interactive simulations showed to be effective for teaching and learning of affine function and for the practice of Environmental Education for then they contributed to the understand mathematics, motivated the students and provided the reflection on the environmental theme.

Keywords: Pedagogical practices, Open Educational Resources, Mathematical Modeling, Elementary School.

1. Introdução

Segundo Kenski (2007), as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) necessitam ser compreendidas e incorporadas adequadamente no processo educativo, o que implica usar de forma pedagogicamente correta a tecnologia escolhida.

Os anos finais do Ensino Fundamental carecem de Recursos Educacionais Abertos (REA) que sejam adequados para trabalhar os conteúdos de cada disciplina (Santana et al., 2012), atrativos aos estudantes, simples de serem usados, que facilitem

sua incorporação ao planejamento pedagógico constituindo-se como uma opção de uso efetivo no processo de ensino e aprendizagem.

No presente trabalho essa possibilidade foi investigada por meio do desenvolvimento e emprego de objetos de aprendizagem em que o estudante interage com simulações simples inspiradas em situações ambientais reais.

O objetivo deste trabalho é discorrer sobre duas práticas pedagógicas que foram realizadas em uma pesquisa de mestrado durante o segundo semestre de 2016 e averiguar as implicações dessas práticas pedagógicas para o processo ensino e aprendizagem da matemática e para o tratamento da Educação Ambiental nessa disciplina.

Tais práticas foram mediadas por modelos matemáticos sobre Função Afim e a temática ambiental, os quais foram ancoradas por objetos de aprendizagem no formato de simulações interativas desenvolvidos no ambiente NetLogo (Wilensky, 1999).

Os dados foram obtidos mediante registros em diário de campo e questionário *on-line*. As análises foram realizadas por meio da Análise de Conteúdo (Bardin, 2016).

2. Fundamentação Teórica

Existem questionamentos por parte dos docentes sobre como tratar do tema Meio Ambiente de modo transversal na disciplina de matemática, conforme sugerido pelos PCN, e, tendo como foco a prática da Educação Ambiental no contexto escolar, assim como está preconizado na Política Nacional de Educação Ambiental (PNEA) e nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental (DCNEA) (Brasil, 1997; 1999; 2012).

Quanto as novas formas de uso do computador, Kenski (2007, p. 44) afirma que, “[...] quando colocados em prática, reorientam todos os nossos processos de descobertas, relações, valores e comportamentos.” Segundo a autora supracitada, essa tecnologia se incorpora ao universo de conhecimento e habilidades das pessoas para que sejam utilizadas de acordo com as possibilidades e necessidades podendo até induzir profundas mudanças na maneira de organizar o ensino.

Por outro lado, as TIC podem ser utilizadas como suporte para o processo ensino e aprendizagem ou como uma alternativa para o complemento das aulas, além de servir como âncora para o desenvolvimento da modelagem¹ (Almeida et al., 2012), visto que

[...] as tecnologias permitem despertar nos estudantes o interesse e a motivação para aprender matemática, podendo auxiliar a desfazer a imagem dessa disciplina como apenas memorização de fórmulas, algoritmos e procedimentos que são aplicados de forma mecânica. Ainda, elas podem auxiliar e facilitar a compreensão dos conteúdos matemáticos e desenvolver a imaginação e a criatividade (Carneiro e Passos, 2014, p.117).

A modelagem pode ser compreendida como o processo de construção de modelos matemáticos os quais podem ser expressos como “[...] conjunto de símbolos e relações matemáticas que *traduzem de alguma forma, um fenômeno em questão ou situação real*, denomina-se “modelo matemático”” (Biembengut e Hein, 2011, p. 12, grifo nosso).

Partindo do pressuposto que a modelagem envolve situações-problema oriundas da realidade, então essa estratégia pedagógica e a Educação Ambiental podem andar juntas pelo fato da modelagem ser válida para a transposição da problemática ambiental na matemática (Caldeira, 1998).

Os REA construídos e utilizados nesta pesquisa pertencem à categoria de simulações didáticas e foram programados empregando-se multiagentes reativos e recursos gráficos do ambiente Netlogo versão 5.3.1 (Wilensky, 1999), sendo que a modelagem e as simulações NetLogo serviram como um meio para o processo ensino aprendizagem da Função Afim e para a prática da Educação Ambiental.

Antes de serem disponibilizados para uso pedagógico, os modelos foram exportados para o formato HTML5, o qual comporta “[...] suporte nativo para gráficos vetoriais escaláveis (SVG) e matemática (MathML); [...] recursos para permitir a acessibilidade de aplicativos ricos; [...]” (W3C, 2014) permitindo a interatividade em navegadores web compatíveis com esse padrão e com a vantagem de que se mantém o acesso ao código-fonte completo do REA, escrito na linguagem de programação do NetLogo, sem a necessidade de instalar nenhum *plugin* adicional. Isso facilita seu reuso aberto, ou seja, para que possam ser utilizados ou adaptados por terceiros.

3. Materiais e Métodos

As práticas pedagógicas foram desenvolvidas na Escola Básica Municipal Irmã Cecília, localizada no município de São Lourenço do Oeste-SC no segundo semestre de 2016, com a participação de 79 estudantes com idade entre 13 e 17 anos matriculados em quatro turmas do 9º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa de campo teve início após a autorização da direção da escola, aprovação do projeto de pesquisa pelo Comitê de

Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos e trâmite dos termos de consentimento do responsável e assentimento dos adolescentes participantes da pesquisa.

O “ambiente natural” de investigação foi a sala de aula em turmas nas quais a professora de Matemática assumiu o papel de pesquisadora participante (Lüdke e André, 1986). Para obtenção dos dados foram utilizados registros em diário de campo e questionários semiestruturados *on-line*, os quais foram enviados para todos os participantes após a realização das práticas pedagógicas. Os dados obtidos foram analisados por meio da técnica da Análise de Conteúdo (Bardin, 2016).

4. Práticas Pedagógicas

Para desenvolver as atividades com modelagem durante as aulas de matemática, em um primeiro momento os estudantes assistiram ao documentário *A História das Coisas*², o qual propiciou diversas discussões sobre a temática ambiental e chamou a atenção dos estudantes para alguns dados matemáticos que permitiram que fosse iniciado o processo de modelagem: “[...] desapareceram 80% das florestas originais do planeta, só na Amazônia perdemos 2000 árvores por minuto, o equivalente a um campo de futebol por minuto [...]” (Tides Foundation, 2016).

Nessa atividade, a modelagem serviu para introduzir a noção de função e apresentar o processo de modelagem para os estudantes, então parte da atividade foi resolvida pela professora com a participação dos discentes. Valendo-se da perspectiva de modelagem proposta por Almeida et al. (2012), o processo de *inteiração* delimitou-se em analisar a quantidade de árvores perdidas bem como a área destruída de acordo com a variação do tempo em diferentes unidades de medida. Na etapa da *matematização* e *resolução* foi estabelecida a hipótese inicial de que é possível estabelecer uma relação entre a quantidade de árvores perdidas em relação ao tempo e foram definidas as variáveis $x = \text{tempo (min)}$ e $y = \text{quantidade de árvores perdidas}$.

O objetivo foi levá-los a perceber que há uma relação de dependência entre duas grandezas, quando uma delas é alterada a outra grandeza também sofre alterações e este tipo de situação está atrelada à noção de função. Para tanto, foi considerada a primeira parte da informação extraída do documentário “[...] na Amazônia são perdidas 2000 árvores por minuto, o equivalente a um campo de futebol por minuto”.

A partir das sequências de valores apresentados em uma tabela foi possível chegar ao modelo matemático que representa a situação-problema e que também pode ser designado como a lei de formação da função. As atividades desenvolvidas

abrangeram a construção e discussão de modelos matemáticos elaborados pelos estudantes organizados em grupos, exploração orientada dos REA e redescritção dos modelos algébricos e gráficos.

Os REA interativos foram construídos com a intenção de dar suporte ao processo ensino e aprendizagem da Função Afim e potencializar o processo de modelagem (Dalla Vecchia e Maltempi, 2012). Por conseguinte, esse modelo simplificado da temática ambiental possibilitou a construção do objeto interativo que permitiu que o estudante explorasse determinadas características de um fenômeno de maneira controlada, por exemplo, a evolução do desmatamento de uma região ao longo do tempo.

Após a construção do modelo matemático em sala de aula, o mesmo foi explorado pelos estudantes no Laboratório de Informática da escola por meio do REA interativo. O modelo simples de interação é tal que o estudante faça variar parâmetros do fenômeno simulado e possa observar o mesmo resultado apresentado em diferentes formas, como gráficos dinâmicos, tabelas de dados e animação (Figura 1).

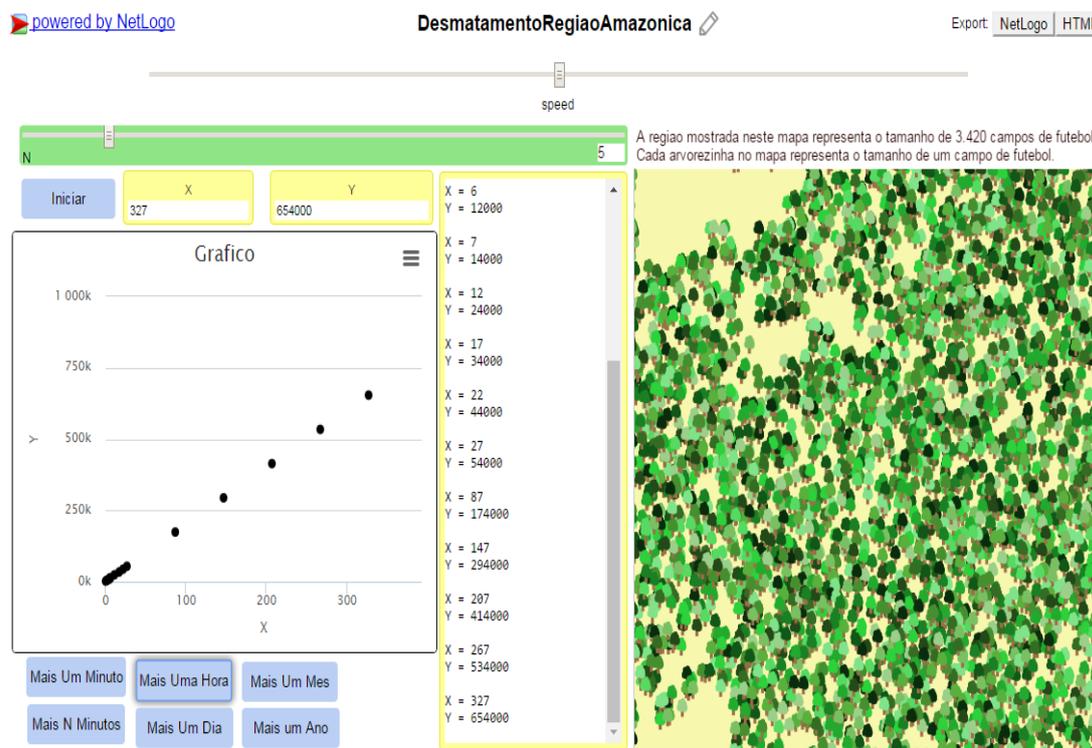


Figura 1 – Simulação interativa do desmatamento na região amazônica: a variação do tempo pelo estudante evidencia que a representação gráfica do modelo corresponde a uma reta

Na segunda atividade objetivamos explorar a função do tipo $f(x) = ax + b$ por meio da fatura residencial de energia elétrica dos estudantes. O processo de *inteiração*

delimitou-se em: a) Analisar a fatura de energia elétrica residencial; b) Verificar quais aparelhos elétricos geram maior gasto de energia e quanto tempo permanecem ligados nas residências dos estudantes, bem como analisar a economia de energia elétrica se o tempo de permanência de um ou mais destes aparelhos fosse reduzido. Na etapa *matematização e resolução* foi estabelecida a hipótese inicial, para a *parte a* do processo de inteiração, de que é possível descrever o consumo de energia mensal por meio de uma Função Afim estabelecendo uma relação entre as variáveis $y =$ valor da fatura (R\$) e $x =$ quantidade de energia consumida no mês (kWh/mês).

Organizados em grupo e com auxílio da professora, os estudantes começaram a construir o modelo matemático que representa o valor da fatura de energia elétrica em relação à quantidade de energia elétrica consumida na residência.

Após os estudantes terem identificado os elementos da fatura de energia elétrica, necessário para a *matematização*, o modelo matemático foi elaborado com o auxílio da professora: $y = x \cdot \text{tarifa} + \text{COSIP}$, sendo que na simulação o COSIP (Custeio de Serviço de Iluminação Pública) é representado por um valor fixo.

A simulação interativa potencializou o modelo matemático construído na *parte b* da situação-problema. Para explorar esse ambiente interativo, os estudantes utilizaram os dados da tabela *Potência Elétrica Média (W) de Aparelhos Elétricos*³.

Nesta simulação interativa, há cinco aparelhos elétricos que juntos simulam o consumo da residência. Pode-se indicar a potência de cada aparelho, o consumo diário “normal” (atual) médio por dia e a redução no tempo de consumo diário médio de cada um (Figura 2).

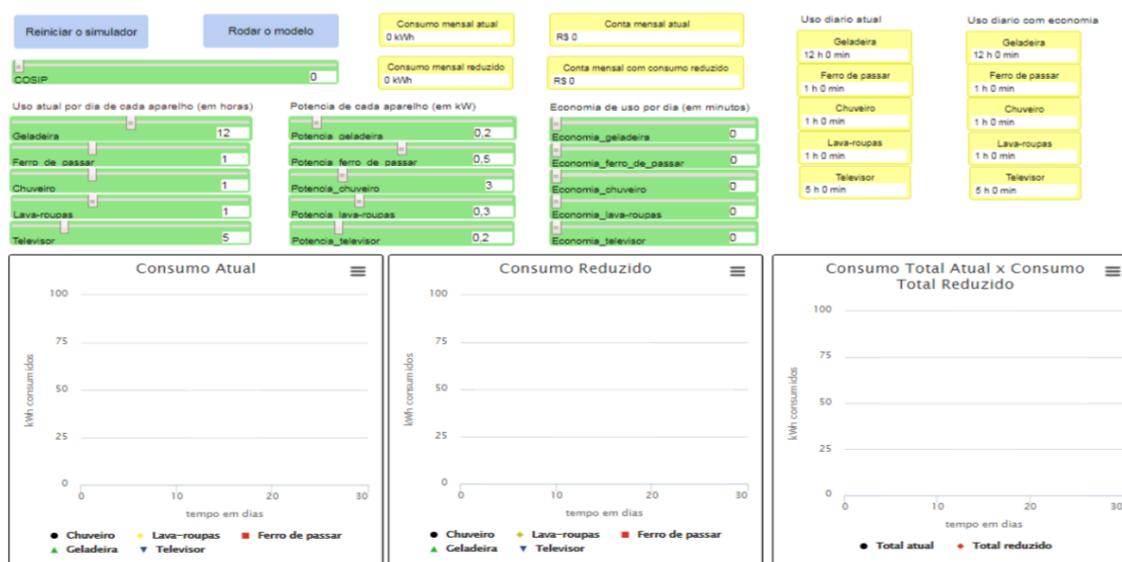


Figura 2 - Tela inicial da simulação interativa Consumo de Energia Elétrica

O gráfico dinâmico *Consumo Atual* mostra o consumo de cada aparelho (kWh) por dia acumuladamente do 1º ao 30º dia do mês (como se o consumo fosse diariamente o mesmo ao longo do mês). O segundo gráfico indica o *Consumo Reduzido* (também acumuladamente com base no consumo diário médio reduzido) para cada um dos mesmos equipamentos conforme a redução de tempo de uso por dia simulada pelo estudante. O terceiro gráfico compara o consumo da residência toda (soma dos aparelhos) por dia, comparando a reta do uso normal com a do uso reduzido no acumulado diário.

5. Resultados e discussão

Conforme a Análise de Conteúdo (Bardin, 2016), na fase da *exploração* das respostas obtidas, foi realizado o processo de *codificação* para sistematização desses dados em *unidades de registro*. Na etapa de *categorização*, as unidades de registro foram agrupadas de acordo com as relações de semelhança (analogias), assim as categorias resultaram da classificação analógica e progressiva dos elementos, em procedimento por “acervo”. Após o tratamento dos dados, foram realizadas as *inferências e interpretações* (Bardin, 2016).

Destacam-se inicialmente os dados (N=74) coletados por meio de questionário semiestruturado. No que tange ao **uso do computador nas aulas de matemática**, 64,9% dos estudantes ainda não havia utilizado o computador nas aulas de matemática em anos anteriores. Dentre os participantes da pesquisa que já haviam utilizado o computador nas aulas de matemática, 27% fizeram uso para atividades no Excel, uso da calculadora, jogos ou pesquisas relacionadas à matemática e 8,1% dos estudantes não indicaram para qual tipo de atividade. Esses percentuais revelam que há necessidade de repensar o modo como as TIC vêm sendo utilizadas na matemática, de tal modo que sejam incorporadas de maneira adequada às práticas pedagógicas (Kenski, 2007; Almeida et al. 2012).

Quanto à **contribuição da realização das práticas pedagógicas para a aprendizagem da matemática**, 35,1% apontaram que as atividades contribuíram para a compreensão do conteúdo matemático, pois o uso do ambiente interativo simplificou ou reforçou a matemática já estudada em sala de aula por meio da modelagem. Em contrapartida, 27% afirmaram que as atividades não trouxeram contribuições para sua aprendizagem ou contribuíram muito pouco, pelo fato de alguns estudantes não terem

compreendido o modelo matemático ou como interagir com os REA. Dos demais participantes, 17,6% não identificaram contribuições, 12,3% mencionaram que o uso de REA interativos tornou as aulas divertidas, diferentes ou dinâmicas de tal modo que motivaram os estudantes para aprender matemática. Outros 8,1% citaram que as atividades despertaram para a conscientização ou para o cuidado com o meio ambiente devido as discussões, a animação e a representação gráfica proporcionados pelos REA.

No tocante aos registros em diário de campo, para o cálculo da frequência foi considerado como base o total de unidades de registro durante a pesquisa (N=116), das quais 11 unidades de registro tratam sobre as atividades abordadas neste trabalho. Nesta base de dados, 5,2% dos registros apontaram que foi possível ter melhor clareza quanto à representação gráfica, no sentido de compreender o modelo matemático subjacente, por exemplo, “Por que o gráfico construído com pontos pretos se distancia do gráfico vermelho quando o valor do COSIP aumenta?” (Estudante 9º I).

Além disso, a animação teria possibilitado entender melhor sobre a destruição da Floresta Amazônica, “Talvez a mídia mostre os locais aonde o desmatamento é pouco visível” (Estudante 9º II). E ainda, 4,3% indicam que os estudantes gostaram das simulações interativas, ou seja, os REA interativos ajudaram a despertar o gosto pelas atividades.

O ambiente interativo trouxe contribuições ao processo ensino e aprendizagem da matemática, tanto para a compreensão do conteúdo, tornando a matemática acessível aos estudantes, quanto para melhorar o método de ensino e, devido aos aspectos visuais e cognitivos proporcionados pelo REA, contribuir para reflexão dos problemas ambientais, como segue complementarmente nos registros em diário de campo:

A destruição da Floresta não afeta somente as pessoas que moram próximas dali, as consequências são para todos, pois aumenta a temperatura do planeta, o efeito estufa, há alteração das chuvas... (Estudante 9º I).

Se os bens naturais pertencem a todos, então por que precisamos pagar tão caro pelo seu uso? (Estudante 9º II).

A respeito do que **os estudantes mais gostaram nas atividades**, 55,4% dos registros afirmaram que as atividades tornaram as aulas diferentes ou mais interessantes, condizente com o descrito por Carneiro e Passos (2014). Outros 12,2% mencionaram aspectos do conteúdo matemático, tal como gráficos, tabelas e expressões, 10,8% gostaram “de tudo” e 9,5% mencionaram o fato de ter sido usado o computador nas aulas. Por outra parte, 9,5% dos estudantes não gostaram das atividades e 2,7% indicaram o estudo da temática ambiental na matemática.

Referente ao que **os estudantes não gostaram nas atividades**, 33,8% afirmaram ter gostado de tudo. Por outro lado, 29,7% apontaram para a indisciplina por parte de alguns estudantes durante as aulas, a qual atrapalhou o andamento das atividades, 18,9% mencionaram que houve muitos gráficos ou cálculos, 10,8% afirmaram que não gostaram de ter tratado sobre o meio ambiente na matemática e 6,8% expuseram não ter gostado das explicações devido à falta de clareza.

Quanto a **contribuição das práticas pedagógicas para despertar o gosto pela matemática**, 55,4% dos pesquisados afirmaram que tais atividades contribuíram, porém não explicitaram de que modo. Já 24,3% indicaram que tais atividades contribuíram pelo fato das aulas terem sido diferenciadas devido o uso do ambiente interativo, o qual tornou as aulas mais divertidas ou despertou a atenção do estudante indicando o aspecto lúdico imbricado no uso do ambiente interativo. Por outra parte, 20,3% afirmaram que não houve contribuição para despertar o gosto pela matemática.

6. Considerações finais

Com o objetivo de discorrer sobre a realização de duas práticas pedagógicas mediadas pela modelagem e simulações interativas na disciplina de matemática, estudar as implicações de tais práticas para o processo de ensino e aprendizagem da matemática e para a prática da Educação Ambiental, em um primeiro momento, verificou-se que o computador havia sido pouco explorado na matemática em anos anteriores. Contudo, as simulações interativas tiveram boa aceitação por parte dos estudantes contribuindo para a aprendizagem da Função Afim, facilitando sua compreensão, os cálculos e gráficos, além de ter motivado os estudantes para o estudo da matemática.

A inserção do computador nas atividades ajudou a reforçar o processo de modelagem realizado em sala de aula e constituiu-se como um diferencial nas aulas, contribuindo para reflexão sobre a problemática ambiental.

Por outra parte, há de se discutir sobre a inserção das TIC no contexto escolar, no sentido de dar orientações aos professores quanto à apropriação correta dessas ferramentas visando a melhoria do processo ensino e aprendizagem (Kenski, 2007).

Notas

1. Modelagem refere-se a Modelagem Matemática na Educação Matemática.
2. O documentário *A História das Coisas* foi lançado em 2007 pela ambientalista norte-americana Annie Leonard. Apresenta sucintamente o resultado de duas décadas de pesquisas sobre o sistema de produção e descarte de materiais e trata da exploração dos recursos naturais

para o abastecimento da indústria e o consumo exagerado de bens materiais, ou seja, o consumismo.

3. Disponível em <http://www.eflul.com.br/consumidores/tabela-de-consumo>.

Referências bibliográficas

ALMEIDA, L. W. de; DA SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1ª ed. São Paulo: Contexto, 2012.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 1ª ed. São Paulo: Edições 70, 2016.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5ª edição, São Paulo, Contexto, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Meio Ambiente**. Brasília: MEC, 1997.

_____. Ministério da Educação. Lei nº 9.795, de 27 de abril de 1999. Dispõe sobre a educação ambiental, institui a Política Nacional de Educação Ambiental e dá outras providências. **Diário Oficial da União**. Brasília, 28 abr. 1999.

_____. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental**. Brasília: MEC, 2012.

CALDEIRA, A. D. **Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudança**. 1998. 553f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas-SP, 1998.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos-SP, v. 8, n. 2, p. 101-119, abr./jun. 2014.

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização. **Bolema**, Rio Claro-SP, v. 26, n. 43, p. 963-990, ago. 2012.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. 3ª ed. Campinas, SP. Papyrus, 2007 – Coleção Papyrus Educação.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

SANTANA, B.; ROSSINI, C.; PRETTO, N. L. (Orgs). **Recursos Educacionais Abertos: práticas colaborativas e políticas públicas**. Salvador: Edufba; São Paulo: Casa da Cultura Digital. 2012. 246 p. Disponível em: <<http://www.livrorea.net.br/livro/livroREA-1educacao-mai2012.pdf>>; Acesso em: 20 jan. 2017.

TIDES FOUNDATION. **A História das Coisas** – documentário com Annie Leonard (The Story of Stuff, 2007). Versão dublada. Disponível em: Acesso em: <https://www.youtube.com/watch?v=G7_S0mMbKiw>. Acesso em: 19 out. 2017.

W3C CONSORTIUM. **HTML5 is a W3C recommendation**. W3C Blog, 24 out. 2014. Disponível em: <<https://www.w3.org/blog/news/archives/4167>> Acesso em: 04 fev. 2017.

WILENSKY, U. **NetLogo**. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, 1999. Disponível em: <<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>> Acesso em: 20 jan. 2017.