



## ATIVIDADES DIGITAIS, A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E O DESENVOLVIMENTO DOS CONCEITOS DE PROPORCIONALIDADE

Leandra Anversa Fioreze – UNIFRA/UFRGS- [leandra@unifra.br](mailto:leandra@unifra.br)

Dante Barone – UFRGS - [barone@inf.ufrgs.br](mailto:barone@inf.ufrgs.br)

Marcus Basso- UFRGS- [mbasso@ufrgs.br](mailto:mbasso@ufrgs.br)

### RESUMO

Este trabalho enfoca alguns resultados parciais de uma proposta de investigação do processo de construção dos conceitos de Proporcionalidade na resolução de situações-problemas utilizando atividades digitais. A base teórica para esta análise é a Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud, sendo a área de atuação alunos da oitava série da educação básica. Para esta intervenção, foi utilizada a Engenharia Didática, pois é uma metodologia que valoriza as relações de dependência entre a dimensão teórica e a prática da pesquisa.

**Palavras-chave:** proporcionalidade; atividades digitais; campos conceituais; engenharia didática.

### ABSTRACT

The paper explores some partial results of a research proposal of the construction of the concepts of proportionality in the resolution of situations, problems using digital activities. The theoretical basis for this analysis is the theory of conceptual fields by Gerard Vergnaud, and the area of performance of eighth grade students of basic education. For this speech, was used to Teach Engineering because it is an approach that values the relationship of dependency between the size of theoretical and practical research.

**Keywords:** proportionality; digital activities; conceptual fields; engineering teaching.

## 1 INTRODUÇÃO

O raciocínio proporcional, presente na resolução de problemas em matemática, tem sido abordado em diversas avaliações em grande escala, como no Indicador Nacional de Alfabetização Funcional (INAF), no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Na avaliação do INAF em 2002 têm-se questões envolvendo a proporcionalidade, sendo considerado primordial na construção de um indicador do analfabetismo as percepções da relação de proporcionalidade e a capacidade de solucionar situações-problema, pois estas habilidades são extremamente pertinentes nas práticas cotidianas da sociedade (Ferreira, Gomes, 2004).

Devido a sua destacada importância no ensino da matemática, dentre os vários conteúdos do currículo de Matemática da educação básica, selecionou-se a Proporcionalidade, tendo em vista as várias aplicações deste conteúdo na realidade, tanto no ensino da Matemática como em outras áreas das Ciências. Lesh; Post; Behr (1988) salientam em uma pesquisa realizada que a Proporcionalidade é considerada um conceito fundamental no desenvolvimento dos conceitos matemáticos dos alunos e constitui uma fronteira entre os conceitos mais elementares e os conceitos mais complexos, ou seja, é um dos mais elementares conhecimentos de alto nível e um dos conhecimentos elementares de nível mais elevado.

O tema escolhido nesta pesquisa se deu tendo em vista a verificação das dificuldades observadas na resolução de problemas pelos alunos envolvendo situações



que tem como base conceitual a estrutura multiplicativa do pensamento e a proporcionalidade. Dificuldades estas observadas em cursos diversos, até mesmo da matemática, por alunos que já estão em níveis mais avançados no curso, ou seja, fizeram as disciplinas de cálculo, álgebra e geometria e estão estagiando e fazendo o trabalho final de graduação (TFG).

A fonte teórica para esta análise é a Teoria dos Campos Conceituais, tendo em vista sua importante contribuição nas pesquisas voltadas à Didática da Matemática e à compreensão dos processos de desenvolvimento dos conceitos matemáticos voltados às Estruturas Multiplicativas e à Proporcionalidade.

A necessidade de avaliar a inserção do computador e seu impacto no processo ensino-aprendizagem envolvendo a construção dos conceitos de Proporcionalidade na disciplina de Matemática é preeminente, tendo em vista a complexidade epistemológica desta disciplina e a necessidade de melhorar e qualificar a aprendizagem dos educandos com a crescente inclusão das tecnologias na realidade atual.

Embora a tecnologia ainda não esteja sendo utilizada efetivamente nas escolas, como se pode verificar em observação empírica realizada através do contato freqüente com diferentes escolas e em questionamentos feitos em cursos de formação continuada que são ministrados para os professores, distintas pesquisas enfatizam que o uso do computador pode ser um grande aliado para o desenvolvimento cognitivo dos alunos (Balacheff; Kaput, 1996), (Basso, M. V., 2003), (Fagundes, L. C.; Maçada, D.; Sato, L. S.; 1999). Isto porque poderá dar mais significado ao ato de ensinar, instigando os alunos a pensar, a “quererem” procurar as respostas aos problemas lançados pelo professor. Não como atividades automáticas e reprodutivas, característica de métodos de ensino que privilegiam a transmissão de conhecimento, onde a função primordial do aluno é memorizar e reproduzir o que foi transmitido pelo professor, mas sim com práticas que tragam em suas concepções uma abordagem construtivista.

Numa abordagem construtivista, a prioridade não é o conteúdo em si, muitas vezes apresentado aos alunos de maneira formal e descontextualizada. O objetivo é aprender conteúdos utilizando procedimentos que desenvolvam a própria capacidade de continuar aprendendo, questionando-se, refletindo sobre suas certezas, reconstruindo o que já era uma certeza. Nesta perspectiva, o aluno lança mão de sua criatividade, formulando problemas, encontrando soluções que suportem a formulação de novos e mais complexos problemas.

A metodologia proposta nesta intervenção é a Engenharia Didática, tendo em vista a valorização dada às relações de dependência entre a dimensão teórica e a prática da pesquisa. De acordo com Carneiro (2005), essa abordagem leva em conta certa ideologia da inovação presente no domínio educativo, abrindo caminho para experiências em sala de aula com sujeitos concretos. Neste caso, professor e alunos de uma classe de oitava série, engajados em resolver atividades digitais relacionadas à Proporcionalidade.

Esta pesquisa se restringe aos estudantes do Ensino Fundamental, mais especificamente alunos da 8ª. série, pois é no ensino fundamental que a Proporcionalidade é mais enfatizada no currículo escolar, sendo o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas um quadro teórico mais operatório para a investigação e o ensino.

Com relação aos sujeitos da pesquisa, são alunos de oitava série de uma escola do interior do município de Silveira Martins (RS), filhos de agricultores e descendentes de origem italiana, em sua maioria. A escola recentemente foi reformada e ampliada



com o apoio financeiro do governo federal, contemplando um laboratório de informática e pontos de internet em todas as salas de aula.

## 2 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

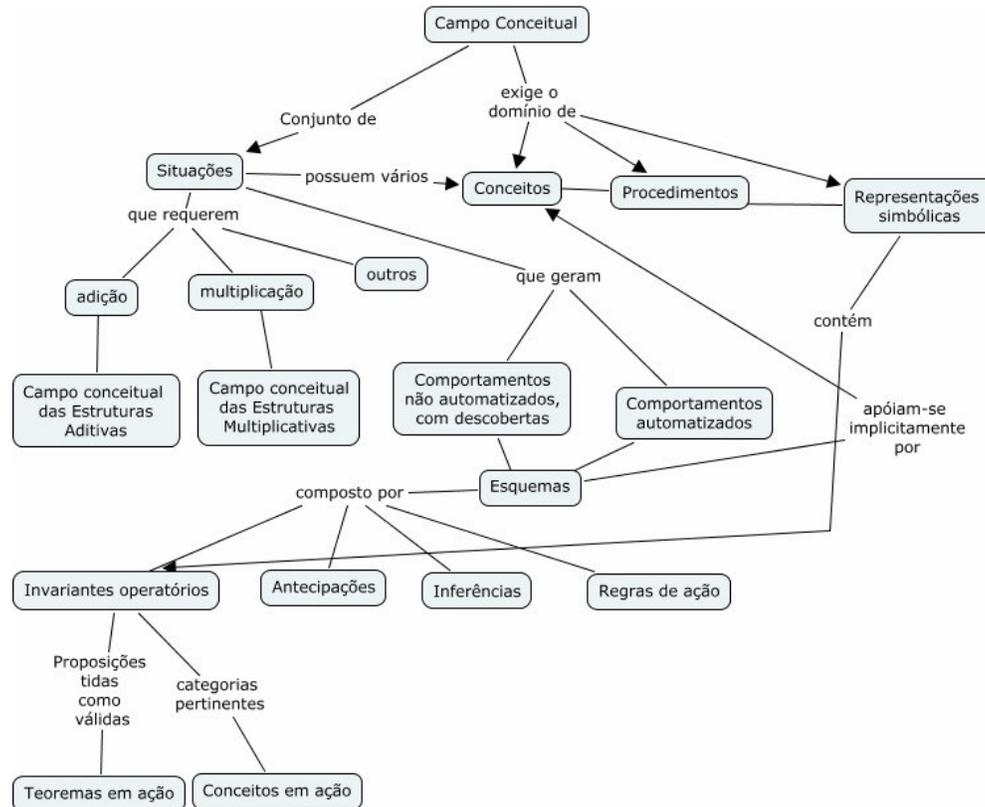
Esta teoria foi desenvolvida pelo psicólogo e pesquisador Gerard Vergnaud, discípulo e aluno de Jean Piaget. Vergnaud é doutor Honoris Causa da Universidade de Genebra e é um dos fundadores da Escola Francesa de Didática da Matemática. Foi fundador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM) nas Universidades da França, na década de 60, momento da efervescência do movimento da Matemática Moderna, criando as condições institucionais que favoreceram a constituição da didática entendida como disciplina científica. Durante 18 anos atuou como responsável pelo Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS). No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino da Matemática apresentam, em sua fundamentação teórica, a teoria dos campos conceituais como um dos principais apoios.

Vergnaud defende a idéia de que “não se pode estudar Matemática sem compreender o processo cognitivo da criança, do adolescente e também do professor” (1998, p. 24). Sua teoria considera a psicologia como um elemento central, embora considere que haja outros aportes teóricos, epistemológicos e técnicos que contribuem para esgotar o problema nas pesquisas em didática.

O Campo Conceitual é definido como um conjunto de situações, cujo domínio progressivo irá exigir uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão (Magina, 2005). Por exemplo, sendo o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas, consideram-se as situações que requerem uma adição ou subtração, ou ambas; para o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, consideram-se o conjunto das situações que requerem uma divisão, multiplicação ou ambas. Essa abordagem possui uma vantagem de permitir uma classificação baseada na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos adotados nestas tarefas (Vergnaud, 1993).

O objetivo desta teoria é fornecer uma estrutura explicativa às pesquisas sobre atividades cognitivas complexas, em especial às relacionadas às aprendizagens científicas e técnicas. É considerada uma teoria cognitivista que busca compreender os processos de conceitualização, situando e estudando as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual. Aqui conhecimento refere-se às habilidades e informações expressas pelas crianças e adolescentes.

A figura 1 apresenta um mapa conceitual referente a alguns aspectos principais da teoria de Vergnaud, destacando os conceitos chave desta teoria e suas inter-relações. No diagrama, quando as setas aparecem, o sentido é único para a leitura.



**Fig. 1:** Mapa Conceitual para a teoria dos campos conceituais de Vergnaud

### 3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Esta pesquisa caracteriza-se por ter uma abordagem qualitativa uma vez que o objeto de investigação envolve o processo de construção dos conceitos envolvendo a proporcionalidade na resolução de situações-problemas presentes nas atividades digitais tendo como base a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud. Com tal investigação, pretende-se observar como os alunos constroem o pensamento multiplicativo, a fim de identificar as contribuições pedagógicas das atividades digitais na resolução qualitativa de situações-problema envolvendo a Proporcionalidade.

Levando em conta a temática da pesquisa, o objeto de estudo e sua abordagem, optou-se por uma metodologia de trabalho orientada nos princípios da Engenharia Didática. A Engenharia Didática constitui uma forma particular de organizar os procedimentos metodológicos na pesquisa em Didática da Matemática. Fundamenta-se numa concepção metodológica de pesquisa que contempla tanto a dimensão teórica como a experimental da pesquisa em didática, possibilitando assim uma sistematização metodológica para as pesquisas relacionadas às práticas de ensino, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e prática (Pais, 2001). “Uma das vantagens dessa forma de conduzir a pesquisa didática decorre dessa sua dupla ancoragem, interligando o plano teórico da racionalidade ao território experimental da prática educativa” (p.99).

De acordo com Artigue (1990), a Engenharia Didática constitui-se na execução de quatro fases:

#### 3.1 Análise prévia ou preliminar

Nesta análise, o foco de estudo foi centrado nas condições da realidade e local da pesquisa, na dimensão didática, epistemológica e cognitiva e também na análise das

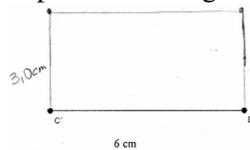
concepções prévias dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos epistemológicos. Para analisar as concepções prévias dos alunos, foi proposto um conjunto de seis questões para investigar o que os alunos da oitava série sabem sobre Proporcionalidade. Quatro questões foram retiradas do livro “Aprender Matemática de outra forma: Desenvolvimento Cognitivo e Proporcionalidade”, de Jean Pierre Levain (1997), em seu trabalho de investigação no IREM (Instituto de Investigação sobre o Ensino das Matemáticas da Universidade de Franche-Comté). Duas questões foram elaboradas pelos autores desta pesquisa, a partir de algumas idéias apresentadas nos livros didáticos.

Em todos os problemas, os alunos foram questionados sobre seu processo de resolução, suas dificuldades e se já haviam trabalhado com problemas deste tipo na escola ou na vida real, tendo em vista a opção teórica desta pesquisa, salientando que os processos cognitivos e as respostas do sujeito são funções das situações com que ele se confronta (Vergnaud, 1993).

Uma das questões do questionário aplicado apresenta um retângulo de dimensões 1,5 cm x 3 cm e solicita-se que o aluno termine de ampliar o novo retângulo. Somente 31,2% dos alunos responderam corretamente os itens a) e b) desta questão.

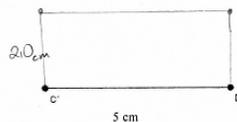
Uma das hipóteses sobre os conhecimentos prévios era de que alguns alunos poderiam utilizar procedimentos aditivos no lugar da operação multiplicação ao relacionar duas quantidades referentes a mesma grandeza. Ao analisar as respostas dos sujeitos, esta hipótese foi comprovada. Observou-se que 25% dos alunos utilizaram procedimentos aditivos ao invés de multiplicativos. Apresenta-se a seguir uma das resoluções utilizadas pelos alunos:

No item a), foi fornecido a medida da base (6 cm). Neste item, o aluno ampliou corretamente o retângulo, como se pode ver na figura abaixo:



**Fig. 2:** Ampliação do retângulo com base 6 cm

No item b), foi fornecido a medida da base do retângulo (5 cm). Desta vez, o aluno não ampliou corretamente o retângulo, como se pode ver na figura abaixo:



**Fig. 3:** Ampliação do retângulo com base 5 cm

Eis a explicação do aluno:

a) Você teve facilidade ou dificuldade para responder:
1) A questão a? Por quê?
<i>Facilidade pq foi só ter multiplicado por 2.</i>
2) A questão b? Por quê?
<i>Facilidade pq foi só diminuir um centimetro como de 6cm diminuir p/ 5cm.</i>

Nesse sentido, o conhecimento ainda não foi generalizado a uma classe mais ampla de situações, de modo que ele já esteja incorporado às estruturas cognitivas do sujeito, sendo necessário então criar uma estratégia de resolução a este problema,

mesmo que esta não seja a “correta” para este caso. Este resultado comprova as pesquisas realizadas por Vergnaud (1993) e Lesh; Post; Behr (1988), que colocam que em fases iniciais as crianças apresentam o raciocínio aditivo no trato com problemas envolvendo a Proporcionalidade.

### 3.2 Concepção e análise *a priori* de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de matemática

Nesta fase, houve o planejamento da seqüência didática que está sendo implementada na sala de aula. Ela está em consonância com os resultados obtidos na análise prévia e também com a fase de experimentação (terceira fase), pois, quando necessário, se readequa o planejamento de acordo com os resultados parciais obtidos na fase de experimentação.

### 3.3 Experimentação, implementação da experiência ou aplicação da seqüência didática

A pesquisa encontra-se na terceira fase, ou seja, na experimentação. Nesta fase se verifica a proximidade dos resultados obtidos na prática com a análise teórica, com a aplicação da seqüência didática. “Uma seqüência didática é formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática” (Pais, 2001, p. 102).

### 3.4 Análise *a posteriori* e validação da experiência

Nesta fase, ocorre a análise das informações obtidas quando da aplicação da seqüência didática, a qual constitui a parte experimental da pesquisa. Os dados estão sendo obtidos através da observação direta do pesquisador e dos registros obtidos nos protocolos da experiência, buscando atingir a realidade da produção dos alunos, os procedimentos adotados na resolução das atividades e os processos de raciocínio. Para fazer esta análise, procurou-se enriquecer os dados com os registros obtidos através de filmagens e fotografias.

## 4 ATIVIDADES DIGITAIS

A fundamentação para o planejamento das atividades da fase de experimentação foi baseada nas análises feitas nos livros didáticos do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD/2008), nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN/1998) e também em pesquisas cujo foco de estudo estão relacionadas ao desenvolvimento dos conceitos de proporcionalidade, como em Vergnaud (2008), Carraher (1986) e Nunes (2003).

Para o acompanhamento das aulas e permitir a socialização e a interação por meio de comentários entre aluno/aluno e aluno/pesquisador, foi criado um Blog no Wordpress cuja tela de apresentação segue abaixo:

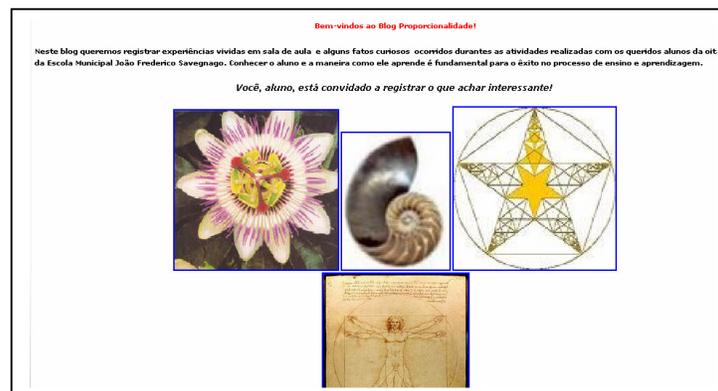


Fig. 4: Tela de apresentação do Blog Proporcionalidade

Cada dupla de alunos nesse momento está construindo um blog comunitário, sendo este uma possibilidade de comunicação entre os alunos e uma maneira de ensinar matemática de forma descentralizada. Os registros dos estudantes também servem para que o professor possa acompanhar o desenvolvimento e aprendizagens de seus alunos.

Para a realização da pesquisa, foram selecionados três objetos de aprendizagem do RIVED (Rede Interativa Virtual de Educação), sendo dois deles produzidos pelo grupo de pesquisa RIVED/UNIFRA, os quais tratam diretamente com proporcionalidade:



**Fig. 5:** Objetos selecionados – Matemática das Plantas de Casas e Mapas; Proporcionalidade e Semelhança e Gangorra Interativa.

Partindo da suposição de que a aprendizagem de alguns conceitos é ainda mais complexa com a ausência de conhecimento sobre a situação tratada, buscou-se no planejamento dos objetos **A matemática das plantas de casas e mapas e Proporcionalidade e Semelhança**, apresentar situações sejam significativas para o aluno, sendo de alguma forma familiar para eles.

A evolução da cognição pressupõe a aprendizagem significativa de conceitos, ou seja, aquela em que os significados resultam da interação dos novos conhecimentos com outros especificamente relevantes já existentes na estrutura cognitiva, os quais, por sua vez ficam mais ricos, mais elaborados e mais estáveis (Grings, Caballero, Moreira, 2006, p. 1).

Dentre algumas atividades experimentais planejadas, uma delas envolve a descoberta das relações entre massa e alongamento da mola. Serão fornecidos para cada dupla de alunos moedas com precisão em gramas e duas molas (quando colocado uma massa em sua extremidade, uma das molas possui deformação linear e outra apresenta deformação não linear), uma folha de cálculo e um computador, em que eles deverão medir o alongamento da mola, registrando-os numa tabela. A partir das tabelas de todos os grupos, constroem-se uma tabela única numa planilha eletrônica (Excel ou Calc, por exemplo) com os resultados de todos os grupos. Discute-se então a existência, ou não, de uma relação numérica comum a todos os pares de valores (Massa (g), Alongamento da mola (cm)).

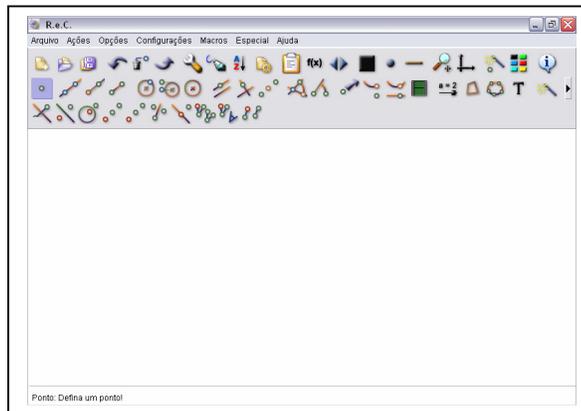
Quanto ao aspecto experimental em processos de aprendizagem por descoberta, o computador pode ser um grande aliado, sendo uma ferramenta que possibilitará a interligação entre o campo numérico, algébrico e gráfico, favorecendo a descoberta de

modelos em fenômenos físicos ou situações problemas propostas. Tais modelos envolvem construções abstratas que auxiliam na compreensão de diversos fenômenos. Estes modelos incluem conceitos, relações entre conceitos, procedimentos próprios e representações simbólicas que, num processo contínuo, “passam de instrumento na resolução de problemas a objeto próprio de conhecimento” (PNLD, 2008, p.13 ).

Com relação a estes aspectos, isto vem ao encontro do que vários estudos em Didática da Matemática vem reafirmado, como por exemplo, Freudhental e Douady, que invertem o modelo “eu aprendo, eu aplico” para “eu aplico, eu aprendo”. Grossi (2001) coloca que se aprende primeiramente resolvendo problemas, sendo os instrumentos implícitos presentes no repertório de conhecimentos que o sujeito possui a base para a construção de outros conceitos. Esses instrumentos implícitos são chamados de Teoremas em ato.

Um teorema em ato não é formalizado no discurso matemático, nem do sujeito nem do saber constituído, mas ele é atuante no quadro das ações e dos significantes do sujeito que aprende. Residem nestas constatações as bases para demonstrar a ineficácia da metodologia – eu aprendo, eu aplico (Grossi, 2001, p. 31, 3).

Algumas atividades foram planejadas com a utilização do software livre Régua e Compasso. O Régua e Compasso é um software que possui uma interface bastante intuitiva, permitindo fazer construções geométricas de modo virtual. Desenvolvido pelo professor René Grothmann da Universidade Católica de Berlim, na Alemanha, o C.a.R. está escrito na linguagem Java, tem código aberto e roda em qualquer plataforma – Microsoft Windows, Linux ou Macintosh.



**Fig. 6:** Tela do software régua e compasso

Diferentemente do que ocorrem com a régua e o compasso tradicionais, as construções feitas com o *software* Régua e Compasso são dinâmicas e iterativas, tornando o programa um ótimo laboratório de aprendizagem de geometria. O aluno, ou professor, pode testar suas conjecturas através de exemplos e contra-exemplos que os mesmos podem criar.

Na ampliação/redução de figuras geométricas através da homotetia, nas translações e reflexões em torno de um eixo, a geometria é articulada com a semelhança e a proporcionalidade, quando os objetos são comparados entre si. A utilização de softwares dinâmicos ou objetos de aprendizagem que possuem a possibilidade de movimentar figuras e transformá-las enriquecem o processo ensino-aprendizagem de matemática, o que muitas vezes somente com lápis e papel não traria a dinamicidade



inerente a este enfoque. Modificando algumas características de um elemento tomado como base em uma figura e percorrendo este objeto na tela com o auxílio do mouse, torna-se possível seguir as mudanças na figura em tempo real, diferentemente da geometria feita com lápis e papel (Bitencourt, 1998).

## 5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste artigo foi apresentada uma parte da pesquisa de doutoramento **Objetos de Aprendizagem e Proporcionalidade: uma análise da construção dos conceitos a partir da Teoria dos Campos Conceituais**.

Os aspectos abordados foram Atividades Digitais, Proporcionalidade, Teoria dos Campos Conceituais e a metodologia utilizada nesta pesquisa, que é a Engenharia Didática. A partir dos passos utilizados na Engenharia Didática para a realização da pesquisa, enfocou-se uma parte da análise prévia com alguns resultados da aplicação de um questionário em alunos de oitava série, avaliando as concepções prévias que os alunos possuem sobre Proporcionalidade.

A pesquisa encontra-se na terceira fase da Engenharia Didática, ou seja, na aplicação da seqüência didática. A partir da avaliação desse processo, pretende-se analisar os resultados obtidos utilizando a Teoria dos Campos Conceituais, confrontando os dados obtidos na análise a posteriori com os dados da análise a priori. A proposta da pesquisa fundamenta-se em um ensino e aprendizagem que utiliza o computador como instrumento para o pensar, através da exploração, da investigação e da busca, incentivando que o aluno seja o construtor de seu próprio conhecimento, possibilitando uma postura autônoma e oportunizando melhorias ao processo ensino-aprendizagem da matemática.

Com a pesquisa finalizada, objetiva-se colaborar com as pesquisas relacionadas à utilização do computador e sua inserção no processo ensino-aprendizagem de Matemática, contribuindo com as pesquisas em didática, a partir da avaliação e análise do processo de construção dos conceitos envolvendo a Proporcionalidade na resolução de situações-problemas utilizando Atividades Digitais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 9, n°3, p. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.
- BALACHEFF, N.; KAPUT, J. Computer-Based Environments in Mathematics. In: Bishop, A. et al. **International Handbook of Mathematical Education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996, p. 469-501. .
- BASSO, M. **Espaços de aprendizagem em rede: novas orientações na formação de professores de matemática**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003, 412f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - PGIE, UFRGS, Porto Alegre, 2003.
- BITENCOURT, J. **Informática na educação? Algumas considerações a partir de um exemplo**. Rev. Fac. Ed., São Paulo, vol.24, n.1, p. 23-26, Jan./Jun. 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª. séries - Matemática**. Brasília, 1998. Disponível em:  
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 21 fev. 2008.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2008 – Matemática**. Brasília, 2008. Disponível em:  
[ftp://ftp.fn.de.gov.br/web/livro\\_didatico/guias\\_pnld\\_2008\\_matematica.pdf](ftp://ftp.fn.de.gov.br/web/livro_didatico/guias_pnld_2008_matematica.pdf). Acesso em: 11 abr. 2008.



- BRASIL. Instituto Nacional de Pesquisa Educacionais. **Temas e Descritores da Matriz de Referência de Matemática**: Saeb / Prova Brasil. 2005. Disponível em: [http://www.inep.gov.br/basica/saeb/matrizes/topicos\\_descritores\\_mat.htm](http://www.inep.gov.br/basica/saeb/matrizes/topicos_descritores_mat.htm) . Acesso em: 08 jun. 2007.
- CARNEIRO, V. C. G.. Engenharia Didática: Um Referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. *ZETETIKÉ*, Campinas: v. 13, n. 23, p. 87-119, jan./jun., 2005.
- CARRAHER, D. ; CARRAHER, T. N.; SCHLIEMANN, A. D. Can Mathematics Teachers Teach Proportions? In: DAMEROW, P et al (ed.). **Mathematics for All**. Adelaide: UNESCO, p. 90-91,1986.
- FAGUNDES, L.; SATO, L. S.; MAÇADA, D. L. **Aprendizes do futuro: as inovações começaram**. Brasília: MEC, 1999. Coleção Informática para a Mudança em Educação/Mec/Seed/Proinfo.
- FERREIRA, M. C. C.; GOMES, M. L. M. O raciocínio proporcional no contexto da avaliação das habilidades matemáticas pelo 2º INAF. In: FONSECA, M.C.F.R. (Org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004. p. 127-152.
- GRINGS, Edi Terezinha de Oliveira ; CABALLERO, Concesa ; MOREIRA, M. A. . Possíveis indicadores de invariantes operatórios apresentados por estudantes em conceitos de Termodinâmica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 24, p. 1-9, 2006.
- GROSSI, E. P. Dificuldades com dias contados. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 2001, São Paulo e Porto Alegre.
- Gerard Vergnaud - O campo conceitual da multiplicação. Porto Alegre: GEEMPA, 2001. P. 11-14.
- \_\_\_\_\_. Invariantes quantitativos, qualitativos e relacionais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 2001, São Paulo e Porto Alegre. Gerard Vergnaud - O campo conceitual da multiplicação. Porto Alegre: GEEMPA, 2001a. P. 19-25.
- LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional reasoning. In: J. Hiebert & M. Behr (Eds.). **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Reston: VA Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics, 1988, p. 93-118. Tradução de Ana Isabel Silvestre, Escola EB 2,3 de Fernão Lopes e Revisão da tradução, Fátima Álvares, Escola EB 2,3 de Fernão Lopes.
- LEVAIN, J. P. **Aprender a matemática de outra forma**. Lisboa: Instituto Piaget, 1997.
- MAGINA, S. **A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente**. XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática. São Paulo: Unicamp, 2005. Disponível em: <[http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf\\_01.pdf](http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf)>. Acesso em: 21 fev. 2008.
- NUNES, T. É hora de ensinar proporção. *Revista Nova Escola*, São Paulo, n. 161, abr. 2003.
- PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- VERGNAUD, G. **Teoria dos campos conceituais**. In: ANAIS DO 1º SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, 1993, UFRJ. Rio de Janeiro: Projeto Fundação - Instituto de Matemática - UFRJ, 1993. p.1 – 26.
- \_\_\_\_\_. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**, 1998, n. 17(2), p. 167-181.
- \_\_\_\_\_. **Atividade Humana e Conceituação**. Porto Alegre: GEEMPA, 2008.