ATIVIDADES DO TIPO CAIXA-PRETA NO GEOGEBRA: UMA ANÁLISE ATRAVÉS DAS MODALIDADES DO ARRASTAR E FUNÇÕES DA VARIAÇÃO

Robson da Silva Hessler - PPGEMat/UFRGS - robsonhessler@gmail.com - https://orcid.org/0009-0000-9221-0635
Márcia Rodrigues Notare - PPGEMat/UFRGS - marcia.notare@gmail.com - https://orcid.org/0000-0002-2897-8348

Resumo: Neste artigo, discutimos o papel das modalidades do arrastar e funções da variação para a compreensão dos processos mentais que emergem da utilização do ambiente de geometria dinâmica GeoGebra para resolução de um problema de tipo caixa-preta. Nesta pesquisa qualitativa, realizamos a análise em profundidade do processo de resolução feito por um estudante de pós-graduação engajado na resolução de uma atividade de caixa-preta. Percebemos uma associação entre arraste sem rumo e a variação para contraste. Além disso, o arrastar guiado e o arrastar teste parecem relacionar-se com a variação para separação. Notamos também uma passagem entre esses tipos de variação, indo e voltando de uma para a outra. Esse processo culminou na variação para generalização, associado ao arrastar teste.

Palavras-chave: Geometria Dinâmica, variação, arrastar.

BLACK BOX ACTIVITIES IN GEOGEBRA: AN ANALYSIS THROUGH DRAGGING MODALITIES AND VARIATION FUNCTIONS

Abstract: In this paper, we discuss the role of dragging modalities and variation functions in understanding the mental processes that emerge from the use of the dynamic geometry environment GeoGebra to solve a black box problem. In this qualitative research, we analyze the resolution process carried out by a graduate student. We noticed an association between wandering dragging and variation for contrast. In addition, guided dragging and dragging test seem to be related to variation for separation. We also noticed a passage between these types of variation, going back and forth from one to the other. This process culminated in variation for generalization, associated with dragging test. We did not observe the presence of variation as fusion.

Keywords: Dynamic Geometry, variation, dragging.

1 INTRODUÇÃO

As discussões sobre o papel das tecnologias digitais no processo de produção de conhecimento são um dos temas discutidos atualmente na literatura sobre Educação Matemática. Nos anos 80, Papert (1985, p. 15) já discutia como os computadores deixavam de ser algo exótico com a introdução dos computadores pessoais, propondo-se a discutir "como eles podem afetar a maneira das pessoas pensarem e aprenderem".

No caso da Educação Matemática, a introdução dos ambientes de matemática dinâmica tem mostrado potencialidades para produzir esta mudança nos modos de pensar e aprender. Um exemplo é o ambiente de geometria dinâmica GeoGebra, cuja utilização em salas de aula "encontra-se em uma fase de ascensão, na qual professores de Matemática estão aventurando-se em incorporar esse recurso em seus planejamentos didáticos" (Notare; Basso, 2017, p. 1).

Leung (2008, p. 135-136, tradução nossa) qualifica esses ambientes de geometria dinâmica (daqui em diante chamados de AGD) dizendo que "O que torna um Ambiente de Geometria Dinâmica (AGD) um poderoso micromundo para aquisição de conhecimento matemático é sua habilidade de tornar visualmente explícito o dinamismo de "pensar sobre" conceitos matemáticos (em particular os geométricos)"[1]. Desta forma, um AGD como o GeoGebra permite-nos fazer construções a partir de conceitos geométricos que são robustas mediante arraste. Logo, podemos mover seus pontos livres preservando o aspecto conceitual matemático da construção.

Leung (2008) argumenta ainda que um AGD nos permite reter a totalidade de uma configuração geométrica enquanto focamos nossa atenção em alguns aspectos da construção, seja arrastando pontos livres, seja ocultando aspectos da construção e mostrando outros que nos interessem. Assim sendo, há nos AGD um potencial para exteriorizar a imaginação por meio da simulação, preservando a dimensão conceitual das construções e possibilitando ao indivíduo focar sua atenção em alguns aspectos da construção.

Diante deste contexto, este artigo apresenta uma análise em profundidade da resolução de uma atividades caixa-preta. As lentes utilizadas serão as modalidades do arrastar de Arzarello (2008) e as funções da variação de Marton et al (2004). Trazemos uma breve descrição dessas teorias na seção a seguir.

2 MODALIDADES DO ARRASTAR E FUNÇÕES DA VARIAÇÃO

Ambientes de Geometria Dinâmica têm mostrado potencialidades para a aprendizagem de Geometria e Matemática em Geral (Dickel, 2019; Notare, Basso, 2017; 2018). Uma característica central desses ambientes é a possibilidade de realizar construções com ferramentas baseadas em conceitos da Geometria Euclidiana. Além disso, essas construções são dinâmicas, podendo ser manipuladas pelo usuário. Essa manipulação ocorre de modo a preservar as características que a definem. Sobre isso, Notare e Basso (2018, p. 2) afirmam que

> A possibilidade de movimentar figuras construídas com propriedades geométricas que as definem faz realçar regularidades e propriedades importantes no processo de argumentação, que se mantêm estáveis durante o movimento e proporcionam um espaço para a elaboração, teste e validação de conjecturas.

Essa manipulação que o usuário faz pode se dar por meio do arraste de pontos livres da construção, dentre outras formas. Ao discutir o conceito de arrastar por uma perspectiva cognitiva, Arzarello (2002) argumenta que ele dá suporte à produção de conjecturas, uma vez que permite identificar possíveis propriedades invariantes de uma construção. Ademais, a prática de arrastar também dá um *feedback* ao sujeito, servindo para testar hipóteses.

[1] "*What makes a Dynamic Geometry Environment (DGE) a powerful mathematical knowledge acquisition microworld is its ability to visually make explicit the implicit dynamism of "thinking about" mathematical (in particular geometrical) concepts*" no original

A partir disso, o autor classifica sete modalidades do arrastar em termos de sua função cognitiva. A nomenclatura em português que aqui utilizamos é a mesma empregada por Dickel (2019).

- Arrastar "sem rumo": mover pontos básicos na tela aleatoriamente, sem um plano, a fim de descobrir configurações interessantes ou regularidades nas figuras;
- Arrastar limitado: move um ponto "semi-arrastável" (o ponto apresenta restrições de movimento por ser dependente de outro objeto geométrico na construção);
- Arrastar guiado: arrasta pontos básicos de uma figura a fim de dar-lhe forma particular;
- Arrastar lugar geométrico ou "locus": mover um ponto básico para que a figura mantenha uma propriedade descoberta; o ponto movido segue um caminho definido, mesmo que os usuários não o percebam: o locus não é visível e nem sempre evidente para as estudantes, que podem não perceber que estão arrastando o ponto ao longo de um lugar geométrico;
- Arrastar alinhado: desenhar novos pontos ao longo de uma linha para manter a regularidade da figura;
- Arrastar vinculado: vincular um ponto a um objeto, movendo-o para esse objeto;
- Arrastar teste: movimentar os pontos arrastáveis ou semi-arrastáveis, a fim de verificar se a figura mantém propriedades iniciais. Se sim, então a figura passa no teste; do contrário, a figura não foi construída de acordo com as propriedades geométricas que a definem.

Em sua pesquisa, Arzarello (2002) observou que os estudantes utilizam diferentes modalidades do arrastar para explorar, conjecturar ou validar. "Arrastar "sem rumo e guiado foram geralmente usados na fase de descoberta, arrastar em locus marcava a construção de uma conjectura, arrastar teste era principalmente usado para testar uma conjectura. Portanto, olhar como os estudantes usaram o arraste pode dar informações sobre seus processos cognitivos"[2] (Arzarello, 2002, p. 67, tradução nossa). Assim sendo, considerar quais modalidades do arrastar são utilizadas durante a interação com um AGD pode auxiliar a compreender os processos cognitivos do sujeito que o utiliza.

Somando-se às modalidades do arrastar, as funções da variação também podem ser utilizadas para compreender os processos cognitivos que ocorrem ao interagir com um AGD. Segundo Leung (2008, p. 138, tradução nossa), "ações resultam em mudanças, mudanças resultam em padrões de variação, e padrões de variação poderiam estabilizar possíveis estados epistêmicos"[3]. Marton et al. (2004) também apontam a importância da variação, destacando que, para discernir determinado aspecto, é preciso observá-lo variar. Além disso, para compreender seu papel epistêmico, o autor (Marton et al, 2004, p. 16) propõe quatro funções da variação.

- Contraste: para experienciar algo, é necessário experienciar algo mais com que comparar;
- Separação: para experienciar um certo aspecto de algo, e para separar este aspecto dos demais, ele deve variar enquanto os demais aspectos permanecem invariantes;

[2] "*wandering and guided dragging were generally used in the discovering phase, dummy locus dragging marked the construction of a conjecture, dragging test was mainly used to test a conjecture. Therefore looking at how students used dragging provided an insight into their cognitive processes*" no original

[3] "*Actions bring about changes, changes bring about patterns of variation, and patterns of variation could stabilize possible epistemic states*" no original

- Generalização: para entender completamente o que "três" é, é preciso experienciar aparências variadas do "três";
- Fusão: se há diversos aspectos críticos que o estudante precisa considerar ao mesmo tempo, eles devem ser todos experienciados simultaneamente.

Além das definições dadas por Marton et al (2004) mencionadas acima, Leung (2008) comenta sobre as funções da variação, relacionando-as com as modalidades do arrastar de Arzarello (2002). Leung (2008, p. 140) destaca que o arrastar sem rumo ilustra a variação por contraste, pois esse entendimento converge para o de Leung (2008, p. 140) "contraste é sobre ver diferenças, comparar entre o que é o que não é, assim antecipando (conjecturando) o que pode e o que não pode ser"[4]. O autor também pontua que um padrão invariante ou propriedade que está em separação pode ser um aspecto crítico da formação de uma conjectura. Logo, Leung (2008) argumenta que o arrastar guiado e o arrastar em locus poderiam ambos ser estratégias de separação em um AGD.

Quanto à função de generalização na variação, Leung (2008, p. 143, tradução nossa) a relaciona com o que ele denomina de figuras generalizadas ou robustas.

> Um quadrado robusto ABCD em AGD é um quadrado construído de tal modo que as propriedades invariantes ou que definem um quadrado preservam-se mediante arraste. Em termos de estratégias de arraste, ele passa no teste. (...) Deste modo, um quadrado robusto é um quadrado generalizado no mesmo sentido da função generalização na variação. O arrastar teste é uma estratégia que pode facilitar a generalização já que seu propósito é permitir a um usuário de AGD discernir ou verificar invariantes sob aparências variadas do objeto da exploração.[5]

As modalidades cognitivas do arrastar e as funções da variação dão possibilidades para análise e compreensão dos processos cognitivos do sujeito enquanto interage e busca resolver problemas em AGD. Não só os processos cognitivos nesses ambientes possuem suas peculiaridades, mas também os tipos de problemas que podem ser propostos. Discutimos agora o conceito de um desses tipos, cuja resolução analisamos neste artigo.

3 AS CAIXAS-PRETAS

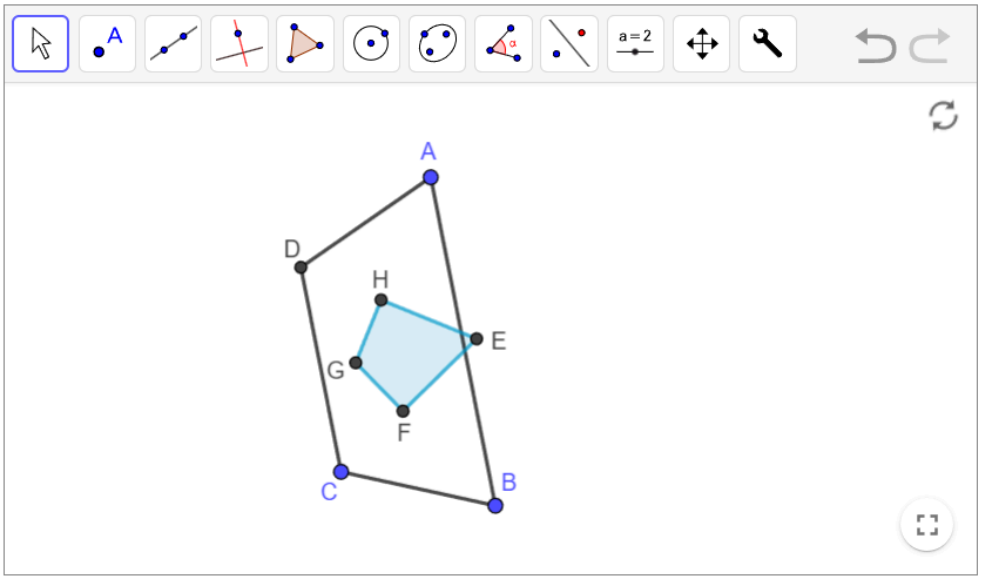
Notare e Basso (2018, p. 3) definem atividades do tipo "caixa-preta" como aquelas que "caracterizam-se por apresentar aos estudantes uma situação geométrica, normalmente relacionada a um teorema clássico da geometria euclidiana, na qual os passos de construção e propriedades geométricas utilizadas são omitidos dos estudantes". Ou seja, os estudantes têm acesso apenas aos pontos livres da construção, que podem ser arrastados para observar as regularidades e propriedades invariantes da construção. Mediante exploração da figura, conjectura e teste de suas propriedades, o

[4] "Contrast is about seeing differences, comparing between what is and what is not, hence anticipating (conjecturing) what can be and cannot be" no original

[5] "*A robust square ABCD in DGE is a square constructed in a way such that the invariant or defining properties of a square are preserved under dragging. In terms of dragging strategy, it passes the drag test. Hence, varying appearances of a "square" can be experienced via dragging and the meaning of a square is being manifested in a visual dynamic way. Thus, a robust square is a generalized square exactly in the sense of the generalization function in variation. The drag test is a dragging strategy that can facilitate generalization since its purpose is to let a DGE user discern or verify invariants under varying appearances of the object of exploration*" no original

estudante pode compreender as propriedades inerentes à construção, podendo criar uma configuração com as mesmas propriedades. Isso é o que Notare e Basso (2018, p. 3) denominam “abrir a caixa-preta”. Um exemplo de problema de tipo caixa-preta é o apresentado a seguir, na Figura 1. Ele é apresentado com o enunciado “Considere um trapézio isósceles ABCD representado no applet abaixo. Movimente os pontos A, B e C, e identifique as características do quadrilátero EFGH” (Acervo do autor).

Figura 1: Um exemplo de problema do tipo caixa-preta.



Fonte: Acervo do autor.

Nesta figura, é apresentada ao estudante uma construção pronta, com um trapézio isósceles ABCD, no qual apenas os pontos A, B e C são arrastáveis. Esses três pontos determinam a posição do ponto D, de modo a garantir que o quadrilátero ABCD seja um trapézio isósceles.

Associado a esse trapézio, há o polígono EFGH, cujas características devem ser determinadas pelo estudante. Cabe ressaltar que, nessa construção, não é possível arrastar os pontos desse quadrilátero diretamente. O trapézio ABCD e o quadrilátero EFGH estão associados, estabelecendo propriedades invariantes para essa construção. A tarefa do estudante é desvendar essas propriedades.

Com vistas a compreender o papel dos conceitos de modalidades do arrastar e funções da variação na compreensão dos processos mentais que emergem da utilização do ambiente de geometria dinâmica GeoGebra durante resolução de problema de tipo caixa-preta, descrevemos, a seguir, os aspectos metodológicos desta pesquisa.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para compreender o papel das modalidades do arrastar e funções da variação na resolução de problemas de tipo caixa-preta, delineamos uma pesquisa de cunho qualitativo. Sobre esse tipo de análise, Gil (2002, p. 133) alega que

> A análise qualitativa depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação. Pode-se, no entanto, definir esse processo como uma sequência de atividades, que envolve a

> redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório (Gil, 2002, p. 133).

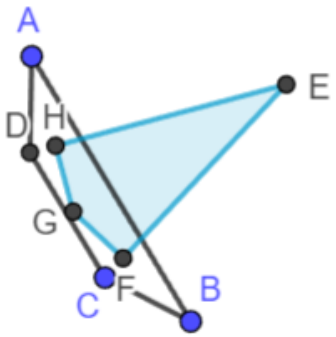
Em outras palavras, uma análise qualitativa envolve diversos fatores, devido a sua natureza. Alguns deles já foram descritos nas seções anteriores, como as lentes teóricas utilizadas e o tipo de problema cuja resolução será analisada. Além disso, com vistas a ter uma compreensão mais aprofundada dos processos cognitivos que perpassaram o processo de resolução da caixa-preta, buscamos delimitar nossa pesquisa à resolução de um estudante, para compreender em profundidade suas condutas cognitivas. A proposta da atividade se deu junto a uma turma de estudantes de pós-graduação em (omitido para avaliação). Os dados coletados consistiram na observação direta das ações do Estudante durante os processos de exploração da caixa-preta pela ação de arrastar, identificando as diferentes modalidades de arrasto e as funções de variação empregadas ao longo da resolução do problema.

Dessa forma, realizamos a análise da resolução de um estudante, para compreender o papel das modalidades do arrastar e das funções da variação no processo cognitivo da resolução do problema caixa-preta, exposto na Figura 1, quando resolvidos por um estudante de pós-graduação, denominado, a partir de agora, apenas como o Estudante.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O problema apresentado na Figura 1 (a partir de agora chamado “problema dos quadriláteros”) é ilustrado na Figura 2 sob outra configuração particular. Problemas do tipo caixa-preta têm sua abertura iniciada por um processo de exploração, visando verificar se surge alguma regularidade na construção (Notare, Basso, 2018). A primeira modalidade de arraste empregada é o arrastar sem rumo, uma vez que o Estudante se aproxima da construção sem conhecimento algum, além do constante no enunciado.

Figura 2: Caixa-preta dos quadriláteros, sob outra configuração particular.



Fonte: Acervo do autor.

Consideramos a modalidade do arrastar utilizada neste primeiro momento como arrastar sem rumo em vez de arrastar em *locus*, justamente pela função cognitiva desse ato de arrastar. Para que a modalidade de arrastar fosse em locus, seria necessário que o Estudante arrastasse de modo a preservar na construção uma propriedade descoberta por ele, mesmo que o caminho desse arraste não seja conhecido (Arzarello, 2002).

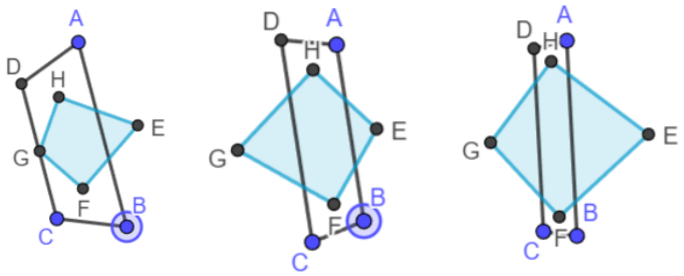
Assim, identificamos que a função da variação produzida pelo Estudante nesse primeiro momento é o contraste, para diferenciar entre as diferentes configurações

particulares da construção pelas quais ela passa mediante o arraste livre de um de seus pontos.

Por meio deste arraste, identificamos que o Estudante notou uma aparente relação entre os pontos B, C (pontos arrastáveis) e E (ponto não arrastável). Comparando a Figura 1 com a Figura 2, o Estudante conjectura uma relação entre as distâncias BC e a posição do ponto E. Quanto mais próximos B e C, mais distante fica o ponto E. Isso pode ser testado dentro do próprio AGD mediante arraste, de acordo com Notare e Basso (2018). De fato, esta é justamente a modalidade denominada por Arzarello (2002) como arrastar teste. O teste da conjectura se dá arrastando o ponto B em direção ao ponto E, focando a atenção no comportamento do ponto E. Aqui, a função da variação é justamente a de separação, uma vez que o Estudante deve decidir no que focar e o que ignorar durante o arraste.

Contudo, mediante arrastar teste, esta conjectura se mostra falsa, como ilustram as Figuras 3 (A), (B) e (C). Analisando situações como elas, o Estudante verificou ser possível aproximar os pontos B e C sem que o ponto E se distancie cada vez mais do trapézio ABCD.

Figura 3 : Aproximações sucessivas do ponto B em direção ao ponto C (da esquerda para direita).

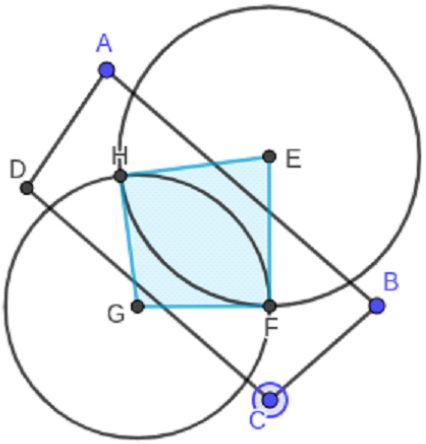


Fonte: Acervo do autor.

Assim, a variação da configuração com vistas a separar os aspectos da figura que se deseja focar, de modo a testar determinada característica pelo arrastar teste, leva à negação da conjectura inicial.

Essas variações nas configurações da construção também permitiram estabelecer um outro contraste, que o Estudante pontua sobre as Figuras 1, 2, 3 (A), (B) e (C): parece haver uma congruência nos segmentos de reta EH e EF. Esta caixa-preta foi criada a partir do AGD GeoGebra, no qual é possível construir círculos, dado seu centro e um ponto sobre a circunferência. Assim sendo, o Estudante fez uso das ferramentas do AGD e construiu dois círculos para testar essa hipótese, um com centro em E e raio EH; outro com centro em G e raio GH. Se os segmentos EH e GH forem congruentes aos segmentos EF e GF, respectivamente, então o ponto F estará sobre as duas circunferências. De fato, esta propriedade se verifica, conforme ilustra a Figura 4, produzida pelo Estudante.

Figura 4: Círculos com centro E e G e raios EH e GH, respectivamente.



Fonte: Acervo do autor.

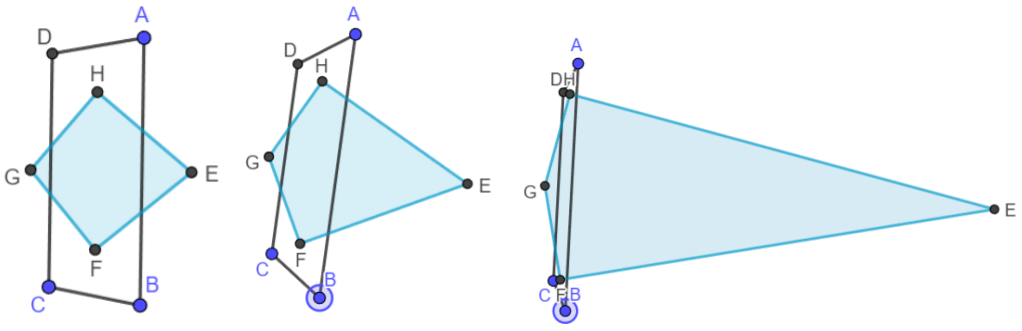
Após a construção, o Estudante confirma que o ponto F está sobre ambos os círculos, como conjecturado. Além disso, mesmo arrastando-se os pontos A, B ou C, esta propriedade continua sendo válida. Assim, o Estudante desvendou uma das propriedades da construção, mediante o arrastar teste e a construção de círculos.

O fato de a propriedade ser invariante mediante o arraste indica que a construção feita é robusta e as congruências obtidas são características gerais da construção, o que é identificado pelo Estudante. Isso se relaciona com o que Leung (2008) afirma sobre a variação para generalização no contexto de um AGD, ao declarar que uma figura robusta é uma figura generalizada exatamente no sentido da variação como generalização.

É possível observar que, para chegar à generalização, o Estudante realiza uma passagem da variação por contraste em direção a uma separação, voltando ao contraste logo em seguida. Esse processo parece dar ideia sobre como se deu o desenvolvimento e o teste de conjecturas mediante o arraste dos pontos A, B e C da construção.

A partir deste ponto, o Estudante voltou-se novamente à relação entre os pontos B, C e E. Como mostra a sequência de Figuras 5 (A), (B) e (C) produzidas por ele, a distância entre os pontos B e C não é o que determina sua distância de E. Porém, "*permanecia a impressão de aproximar o ponto B e C de certas maneiras fazia o ponto E distanciar-se do trapézio*" (Estudante).

Figura 5 : Sequência de figuras em que o ponto B é arrastado em direção ao ponto C, observando-se o ponto E



(A) (B) (C)

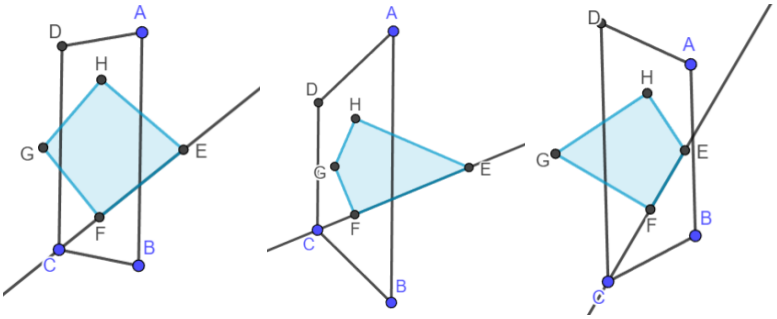
Fonte: Acervo do autor.

O esforço de aproximar o ponto B do ponto C de modo a fazer o ponto E distanciar-se do trapézio ABCD indica o emprego do arrastar guiado, pois o ponto B é arrastado de modo a fazer a construção assumir determinada configuração. Mais uma vez, identificamos que a função da variação produzida pelo Estudante é de separação, com vistas a focar nos B, C e E e na relação entre eles. Essa relação entre o arrastar guiado e a separação como função da variação é pontuada por Leung (2008).

Após o uso do arrastar guiado, o Estudante comenta "*percebo que esse comportamento do vértice E se dá caso arraste B por fora*" (Estudante), isto é, aumentando a medida do ângulo interno em C. Em outras palavras, o Estudante parece conjecturar que há alguma relação entre o ângulo interno em C e a posição do ponto E.

Logo, o Estudante conjecturou que a bissetriz desse ângulo poderia dar informações sobre esse ponto e realizou a construção da bissetriz do ângulo C com as ferramentas do AGD. De fato, como indicam as Figuras 6 (A), (B) e (C), o ponto E está sempre sobre essa bissetriz.

Figuras 6: Bissetriz do ângulo interno ao trapézio em C.

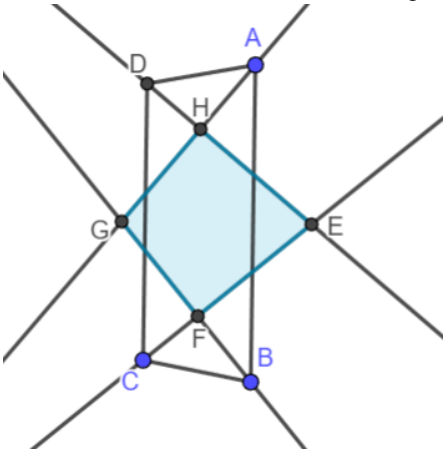


(A) (B) (C)

Fonte: Acervo do autor.

Assim, arrastando o ponto B, o Estudante pôde observar e confirmar que o ponto E permanece contido na bissetriz do ângulo interno sobre C, e que essa propriedade é invariante mediante o arrastar, como ilustram as três configurações particulares para a construção (Figura 6). Construindo todas as bissetrizes internas ao trapézio, o Estudante chegou à configuração apresentada na Figura 7.

Figura 7: Trapézio ABCD, suas bissetrizes internas e quadrilátero EFGH.



Fonte: Acervo do autor.

A partir da construção das bissetrizes, o Estudante observa que os vértices do quadrilátero EFGH são todos interseções das bissetrizes internas do trapézio isósceles ABCD, conforme mostra a Figura 7. Mais uma vez, foi possível identificar que o ele utilizou o arrastar para teste, mediante o qual verificou a invariabilidade dessa propriedade. Assim, a função da variação realizada foi a de generalização. Além disso, essa construção de bissetrizes realiza o que Notare e Basso (2018) denominam "abrir a caixa-preta", uma vez que revela a forma como o quadrilátero EFGH foi construído.

É curioso notar que o processo de abrir esta caixa-preta não envolveu o que Marton et al (2004) denominam de variação para fusão, diferentemente do que foi observado por Leung (2008) em sua análise. Observamos um movimento de ida e volta da variação como contraste para a variação como separação, em que foi empregado o arrastar sem rumo e o arrastar guiado, respectivamente. Por fim, o processo de verificação das conjecturas, feitas mediante arrastar teste, se deu de modo a produzir variação enquanto generalização.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desde os anos 80, vem-se discutindo o impacto das tecnologias digitais sobre a forma como os sujeitos pensam e aprendem (Papert, 1985). Uma das formas como essa tecnologia tem impactado a Educação Matemática recentemente é através dos Ambientes de Geometria Dinâmica, ou AGD. Um exemplo de tal AGD é o GeoGebra pois sua utilização em salas de aula tem crescido nos últimos anos (Notare; Basso, 2017). Uma das potencialidades trazidas pelos AGDs são os problemas do tipo "caixa-preta", caracterizados por Notare e Basso (2018) como aqueles que apresentam uma situação geométrica na qual os passos da construção não estão visíveis para os estudantes. Assim, eles têm acesso apenas aos pontos livres da construção, os quais podem arrastar para explorar a construção, desenvolver conjecturas, comprová-las ou refutá-las.

Esta pesquisa qualitativa objetivou compreender o papel das modalidades do arrastar e funções da variação na resolução de problemas deste tipo. Para isso, as lentes teóricas utilizadas foram Arzarello (2002), Marton et al (2006) e Leung (2008). Também foram utilizadas as colocações de Notare e Basso (2018) para compreender os problemas de tipo caixa-preta. De modo a aprofundar nosso entendimento sobre esses processos cognitivos, focamos nossa análise na resolução de um problema de tipo caixa-preta realizada por um estudante.

Percebemos uma relação entre a modalidade de arraste sem rumo e a variação para contraste. Identificamos também a associação do arrastar guiado e do arrastar teste com a variação para separação. Além disso, notamos uma passagem entre esses tipos de variação, indo e voltando de uma para a outra. Esse processo parece aprofundar o entendimento sobre o modo de criação e teste de hipóteses por meio do arraste. Essa relação de idas e vindas entre contraste e separação culminou na variação para generalização, na qual o arrastar teste se mostrou uma estratégia possível para produzir este tipo de variação no AGD GeoGebra.

REFERÊNCIAS

ARZARELLO, F. A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. ZDM. Torino, vol. 34, 2002.

DICKEL, M. T. **Geogebra e Isometrias: a ação de arrastar na construção de conceitos**. 2019. 93f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/198640.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática. **Editora Autores Associados** - São Paulo, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002, 176 p.

LEUNG, A. Dragging in a Dynamic Geometry Environment Through the Lens of Variation. **Springer Science+Business Media** B.V. Int J Comput Math Learning 13:135–157. 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10758-008-9130-x>

NOTARE, M.; BASSO, M. Gênese instrumental pessoal e conceitos matemáticos em processo de criação com o GeoGebra. **RENOTE: revista novas tecnologias na educação**. Porto Alegre. Vol. 15, n. 2 (dez. 2017), 10 p. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/180056> Acessado em: 19 de Nov. 2023.

NOTARE, M. BASSO, M. Argumentação e Prova Matemática com Geometria Dinâmica. **Novas Tecnologias na Educação**. Porto Alegre, V. 16 Nº 1, julho, 2018.

Marton, F., Runesson, U., & Tsui, A. B. M. (2004). The space of learning. In F. Marton & A. B. M. Tsui (Eds.), **Classroom discourse and the space of learning** (pp. 3–40). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, INC Publishers. Presmeg, N. (2006). Semiotics and t

Papert, Seymour M. **LOGO: Computadores e Educação. São Paulo**, Editora Brasiliense, 1985. Tradução e prefácio de José A. Valente, da Unicamp, SP.

Data de submissão: 02/06/2024 | Data de revisão: 21/06/2024 | Data de aceite: 28/06/2024 | Data de publicação: 31/07/2024