O uso de applets do GeoGebra e as Abstrações Reflexionantes: um estudo sobre possíveis desdobramentos na sala de aula

Marcelo Antonio dos Santos – PPGIE/UFRGS – marcelo7906@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-7059-8982
Jéssica Adriane de Mello – PPGIE/UFRGS – jessicaadrianemello@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-3079-406X
Marcus Vinicius de Azevedo Basso – PPGEMat/PPGIE/UFRGS – mbasso@ufrgs.br
https://orcid.org/0000-0002-2312-9056
Fernando Becker – PPGIE/UFRGS – fbeckerufrgs@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-4215-9805

Resumo: O presente trabalho trata da análise, pelo processo de abstração reflexionante, das interações de um grupo de estudantes do Ensino Médio com applets do GeoGebra. O referencial teórico contempla a abstração reflexionante de Jean Piaget e pesquisas que tratam das potencialidades dos ambientes de geometria dinâmica na construção do conhecimento matemático. Além das implicações do processo de abstração reflexionante na construção desse conhecimento, os resultados do estudo apontam para a importância da relação contínua entre teoria e prática. Essa aproximação conduz a uma melhor compreensão da realidade e ao desenvolvimento de propostas condizentes com cenários marcados pela inserção crescente das tecnologias digitais nos diversos setores do sistema educacional.

Palavras-chave: Abstração Reflexionante. GeoGebra. Geometria Dinâmica. Tecnologias Digitais.

The use of GeoGebra applets and Reflecting Abstractions: a study on possible developments in the classroom

Abstract: The present work deals with the analysis, through the process of reflecting abstraction, of interactions with a group of high school students using GeoGebra applets. The theoretical framework includes Jean Piaget's reflecting abstraction and research that deals with the potential of dynamic geometry environments in the construction of mathematical knowledge. In addition to the implications of the process of reflecting abstraction in the construction of this knowledge, the results of the study pointed to the importance of the continuous relationship between theory and practice. This approach leads to a better understanding of the reality and the development of proposals consistent with scenarios marked by the growing insertion of digital technologies in the various sectors of the educational system.

Keywords: Digital Technologies, Dynamic Geometry, GeoGebra, Reflecting Abstraction.

Introdução

Nos últimos anos, a utilização de softwares que promovam uma experiência mais significativa para os estudantes, no que se refere a interação e exploração de recursos digitais para promover a construção de conceitos de Matemática, tem sido objeto de estudo de professores e pesquisadores. Nesse sentido, podemos citar os estudos de Borba e Villarreal (2005), Hegedus et al. (2017), Notare e Basso (2012; 2018) e Stormowski

DOI: https://doi.org/10.22456/1679-1916.129148

(2015). Os resultados apresentados nessas pesquisas indicam que a exploração desses recursos apresenta muitas potencialidades.

Uma das vantagens da utilização dos softwares de geometria dinâmica consiste nas diversas possibilidades de exploração que tais ambientes disponibilizam para o estudante, o que pode enriquecer as construções e engendrar possibilidades de retirada (abstração empírica ou pseudo-empírica) de mais observáveis de suas interações. O GeoGebra é um exemplo de software que apresenta tais características. A partir da manipulação de applets construídos no GeoGebra, é possível explorar questões que estariam bastante limitadas sem este recurso. A experiência que iremos explorar neste artigo é um exemplo do potencial da ferramenta. Tendo como suporte teórico a abstração reflexionante de Jean Piaget (1995), o estudo propõe que, a partir da manipulação de applets construídos no GeoGebra, é possível reconhecer abstrações reflexionantes propriamente ditas, pseudo-empíricas e refletidas. Isso é possível por meio de uma sequência didática na qual o estudante age sobre o objeto e registra suas elaborações ao longo do desenvolvimento da atividade proposta. Ativa, assim, o processo de interação aluno-GeoGebra.

Geometria Dinâmica à luz da teoria da Abstração Reflexionante

Ao tratar do desenvolvimento cognitivo dos seres humanos, buscamos fundamentos na teoria construtivista de Jean Piaget. Para o autor, a construção do conhecimento é um processo contínuo que se dá na interação entre sujeito e objeto, entre indivíduo e meio social, entre organismo e meio ambiente. Essa interação pode promover abstrações reflexionantes, cujo atributo fundamental consiste em "depreender formas dissociadas dos conteúdos" (Piaget, p. 285).

No que se refere às relações entre forma e conteúdo na construção de conhecimento e consequentes aprendizagens em Matemática, a utilização de recursos digitais tem produzido resultados significativos. Além de ampliar as possibilidades de reflexão acerca de abordagens metodológicas, condizentes com as demandas atuais de formação dos estudantes, tais resultados evidenciam as potencialidades de alguns recursos, tais como o GeoGebra.

Como ambiente de geometria dinâmica, o GeoGebra é constituído por recursos que possibilitam a construção de objetos digitais cuja exploração por parte dos sujeitos pode promover abstrações reflexionantes. De acordo com Basso e Notare (2018, p. 2), "[...] o dinamismo e a estabilidade proporcionados pelos ambientes de geometria dinâmica permitem aos estudantes explorar, testar, analisar e conjecturar hipóteses sobre uma dada situação geométrica". E tais ações por parte dos estudantes potencializam construções que podem fazer com que os estudantes avancem de conhecimentos mais limitados para conhecimentos mais complexos.

O conceito de abstração reflexionante apresentado por Piaget explica como ocorre este processo. Pela abstração reflexionante, o sujeito "transfere a um plano superior o que foi tirado de um nível inferior de atividade" (Piaget, 1995, p. 5), e reorganiza esse plano superior em função dessas novidades vindas do plano inferior; com essa atividade construtiva ele consegue atingir novas generalizações; isto é, novas formas capazes de abarcar conteúdos mais complexos e mais numerosos. Tal forma difere da abstração apoiada sobre as qualidades observáveis dos objetos, a abstração empírica.

As duas formas de abstração (empírica e reflexionante) existem em todos os níveis de desenvolvimento, com intensidades que variam no decorrer dos diferentes estádios. Pela abstração empírica, o sujeito retira qualidades dos objetos, qualidades que eles têm antes de sua ação sobre eles. Este tipo de abstração é predominante nos períodos iniciais do desenvolvimento cognitivo, e recai sobre características físicas dos objetos e sobre

DOI: https://doi.org/10.22456/1679-1916.129148

informações retiradas deles como tais (por exemplo, a cor, a forma ou a tessitura de um objeto); portanto, qualidades dos observáveis. Através da abstração reflexionante, ao contrário, o sujeito retira qualidades das coordenações de suas ações, que são endógenas, não observáveis.

A fronteira entre essas duas formas de abstração torna-se mais nítida na medida em que se evidenciam as diferenças entre as ações e suas coordenações, ou entre os conteúdos e as formas, o que também evidencia as limitações da abstração empírica. Mesmo nos patamares sensório-motores, a abstração reflexionante já está presente, ao se apoiar sobre as coordenações dos esquemas e tendo como função essencial a elaboração de novos quadros assimiladores.

A partir dos patamares próprios da representação (em média, a partir dos dois anos de idade), os atos de abstração reflexionante se ampliam, considerando diferentes níveis de generalização presentes desde as coordenações de ações mais limitadas a coordenações relacionadas a funções e operações, momento em que o sujeito passa a agir sobre os objetos, transformando-os e enriquecendo-os com qualidades de suas ações sobre eles (a ordem das árvores no canteiro da avenida é qualidade da ação do sujeito e não das árvores); esse processo é amplamente inconsciente. A abstração pseudo-empírica é uma modalidade de abstração reflexionante pela qual se retira dos objetos qualidades que foram introduzidas neles pelo próprio sujeito, como a ordenação das árvores no canteiro da avenida.

Quando um estudante age sobre uma construção geométrica e utiliza determinadas ferramentas, mesmo sem tomar consciência desse processo, ele retira dos objetos qualidades inseridas pelas suas ações sobre essa construção. Ao observar uma forma e classificá-la como um quadrado, por exemplo, a qualidade “quadrado” não necessariamente pertence ao objeto, mas foi atribuída a ele pelo sujeito.

Os progressos da abstração reflexionante são marcados por diferentes fatores, entre os quais as relações entre as funções de forma e conteúdo, as quais são relativas, no sentido de que uma forma pode consistir em conteúdo para outras formas, promovendo um enriquecimento das mesmas, o que além de promover um aperfeiçoamento das abstrações empíricas a partir de novos quadros assimiladores, amplia a extensão das abstrações pseudo-empíricas.

Ao analisar as interações sujeitos/alunos-applets/GeoGebra, por ocasião das construções digitais, cabe considerar também o conceito de abstração refletida, a qual Piaget (1995, p. 274) define como “o resultado de uma abstração reflexionante, assim que se torna consciente, e, isso, independente do seu nível”. O caminho para a formação do pensamento reflexivo inicia o seu processo de consolidação na medida em que o sujeito toma consciência das abstrações realizadas, sendo que estas se tornam instrumentos para um processo de reflexão sobre as reflexões anteriores, de operações sobre operações. A partir deste nível, a abstração reflexionante potencializa momentos nos quais o sujeito possa estruturar suas compreensões e construir novas formas libertando-se dos conteúdos; ou, melhor, transformando formas em conteúdos dos quais abstrai novas formas ou estruturas cognitivas, mais amplas e mais capazes.

A próxima seção apresenta o percurso metodológico construído com o objetivo de identificar tais processos nas interações de um grupo de estudantes com applets do GeoGebra.

Procedimentos Metodológicos

Com a premissa de que o uso de applets do GeoGebra em sala de aula pode desencadear abstrações reflexionantes por parte dos estudantes, a metodologia que caracteriza este ensaio é a pesquisa qualitativa por meio da pesquisa-ação. A base para

DOI: https://doi.org/10.22456/1679-1916.129148

esta perspectiva está nos estudos de Thiollent (2011). Segundo o autor, a pesquisa ação pode ser entendida como um tipo de pesquisa social que está baseada na experiência e na observação. Além disso, "é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo operativo ou participativo" (Thiollent, 2011, p.14).

A pesquisa foi desenvolvida junto a um grupo de estudantes do primeiro ano do Ensino Médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (CAp/UFRGS), com idades entre 15 e 16 anos. A prática foi realizada no Laboratório de Informática e contou com a participação de 57 estudantes. Durante as atividades, além de observar as ações dos estudantes, os pesquisadores organizaram ambientes de interação estudantes-pesquisadores, com abordagem inspirada no método clínico piagetiano. Como os estudantes realizaram as atividades individualmente ou em duplas, cada unidade de observação pode ser composta por até dois sujeitos.

Para observar o processo de abstração reflexionante na interação dos sujeitos com as construções no ambiente GeoGebra, foi proposta uma sequência composta por quatro tarefas relacionadas ao conceito de Função Quadrática. As tarefas foram construídas no GeoGebra e disponibilizadas para os estudantes no Moodle, utilizando uma atividade denominada Lição.

Além do fato de que os estudantes participantes do estudo já tinham familiaridade com o Moodle, tal opção decorre principalmente das possibilidades oferecidas pela atividade Lição, que consiste em um conjunto de páginas que pode ser utilizado para apresentar conteúdos através de textos, vídeos, applets, links e outros recursos, com possibilidade de integração destes conteúdos e questões de diferentes formatos. Além disso, a atividade lição oferece aos estudantes diferentes possibilidades e caminhos de navegação.

Assim, na mesma página (Figura 1), é possível que o estudante visualize as orientações da tarefa, explore a construção e edite as suas respostas sem a necessidade de alternar telas. Pela natureza e objetivos do estudo, foram propostas questões abertas em todas as atividades.

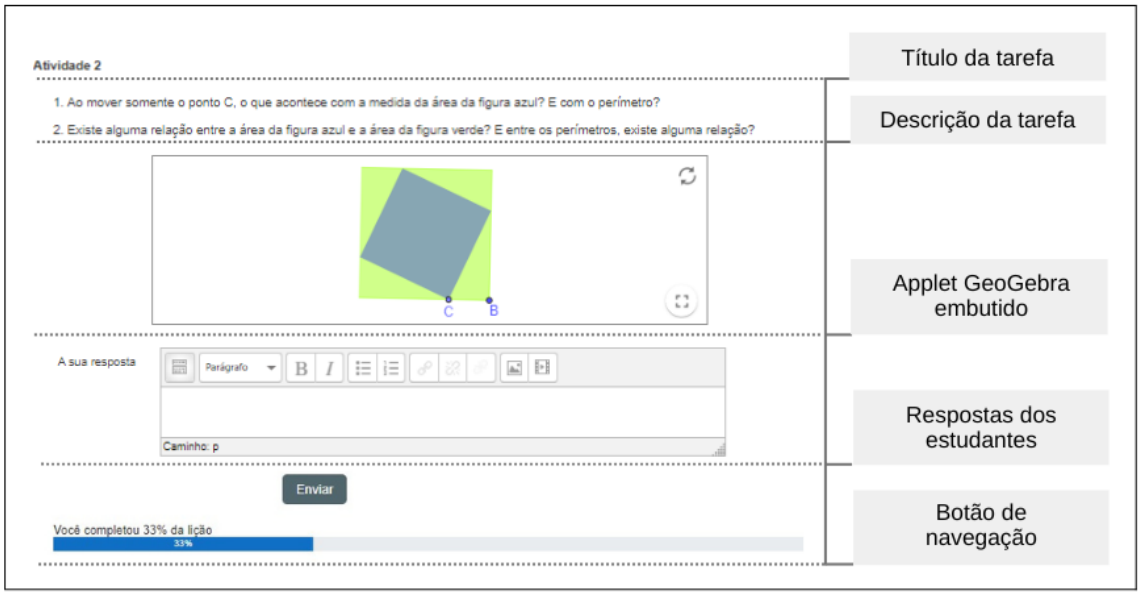


Figura 1 - Representação de uma página na atividade lição. Fonte: Acervo dos autores.

O problema que originou as tarefas propostas para os estudantes trata da variação da medida da área do quadrado CGHF, inscrito no quadrado ABDE (Figura 2), quando

DOI: https://doi.org/10.22456/1679-1916.129148

movemos o ponto C, construído sobre o segmento $\overline{AB}$. Além do ponto C, os estudantes podem mover o ponto B, que pode assumir quaisquer posições no plano XY, o que acrescenta outros elementos nas explorações, como por exemplo, a variação da medida do lado do quadrado ABDE.

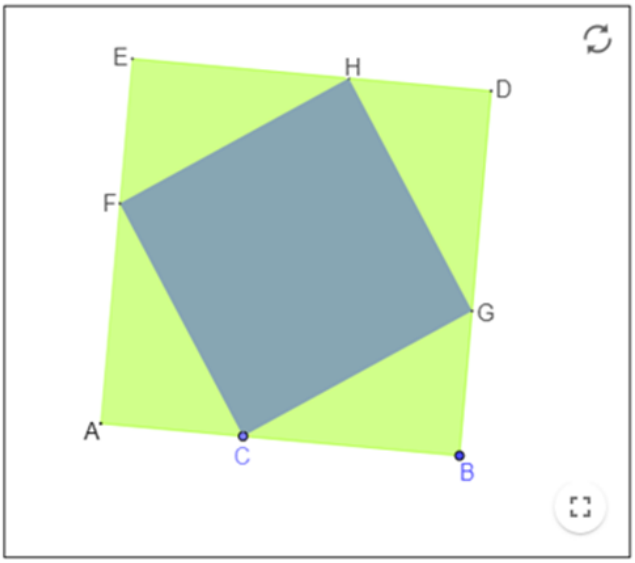


Figura 2 - Construção inicialmente apresentada aos estudantes. Fonte: Acervo dos autores.

As tarefas foram elaboradas a partir de diferentes níveis de complexidade. Ao concluir uma tarefa e avançar para a próxima, novos elementos eram disponibilizados aos estudantes e, consequentemente, novas possibilidades de exploração que pudessem consistir em situações desafiadoras e desencadeadoras de abstrações empíricas e reflexionantes – pseudo-empíricas e refletidas.

O caminho percorrido, para a análise dos dados, baseia-se nos estudos de Gil (2002) que sugere sua organização em três etapas : 1) processo de redução dos dados no qual é possível selecionar e simplificar os dados; 2) categorização dos dados: organização dos dados de forma que o pesquisador necessite tomar decisões e conjecturar a partir deles; e 3) interpretação dos dados: refere-se à construção necessária entre a análise dos dados, a discussão com a teoria e as elaborações realizadas a partir dessas relações.

Os dados coletados e registrados no Ambiente Moodle foram organizados em um relatório e categorizados de acordo com o número da atividade e os tipos de respostas. A análise dos dados foi precedida de uma redução dos mesmos, a partir da qual foram suprimidas, por saturação, respostas iguais ou muito próximas em conteúdo. Ainda que todas as atividades tenham produzido dados considerados instrutivos para a análise do processo de abstração reflexionante, selecionamos apenas uma delas, que será detalhada e analisada a seguir.

Análise de uma atividade: das abstrações empíricas às abstrações reflexionantes

Como citado na seção anterior, a atividade inicial permitiu a exploração da variação da medida da área do quadrado CGHF, inscrito no quadrado ABDE (Figura 2). A segunda atividade proposta aos estudantes exibia um ponto P, de coordenadas $(x, A(x))$, em que x representa a distância entre os pontos A e M, e $A(x)$ a área do quadrado inscrito, que depende de x. Ao mover o ponto M, as coordenadas do ponto P variam, e com a opção "Exibir Rastro" habilitada, é gerado o gráfico correspondente a uma função quadrática. O gráfico representado está limitado ao intervalo $[0, l]$, sendo l a medida do lado do quadrado ABDE. A Figura 3 ilustra a construção em sua apresentação inicial e após a interação estudantes-apples.

DOI: https://doi.org/10.22456/1679-1916.129148

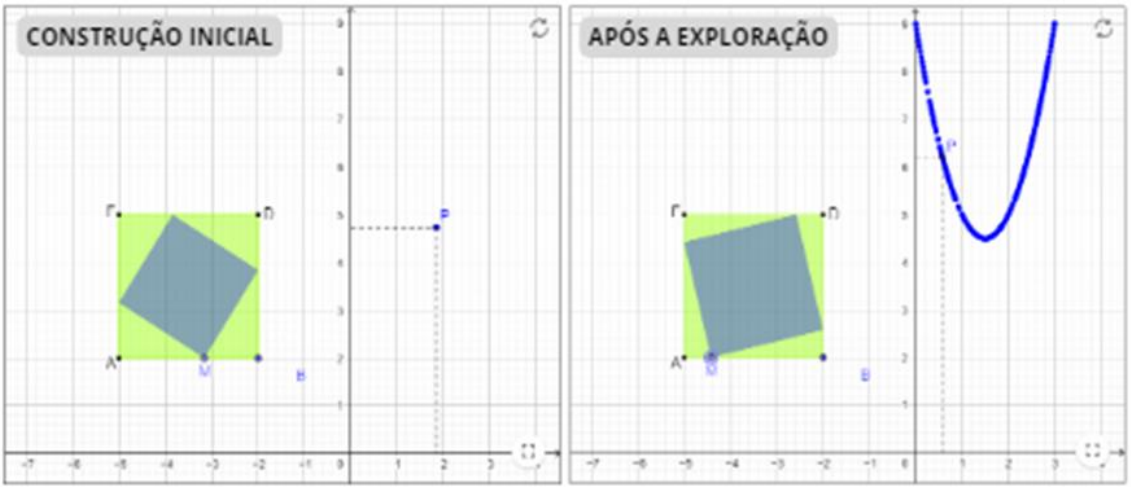


Figura 3 - Segunda atividade em sua apresentação inicial e após determinada exploração. Fonte: Acervo dos autores.

Os questionamentos apresentados aos estudantes foram os seguintes: 1) Ao mover o ponto M, o que acontece na construção? 2) O gráfico gerado apresenta quais propriedades? De que forma a medida da área da figura azul e as coordenadas do ponto P estão relacionadas?

Como resultado dessa atividade, foram registradas 34 unidades de observação. Após o processo de organização dos dados, procuramos analisar as abstrações empíricas, e as reflexionantes, em especial as pseudo-empíricas, selecionando alguns extratos para ilustrar tais análises. Em um primeiro conjunto foram identificadas respostas caracterizadas por abstrações empíricas, nas quais os estudantes se limitaram a registrar qualidades observáveis antes das suas ações, ou seja, antes de mover o ponto M. Ainda nesta primeira categoria foram inseridas respostas que, mesmo resultantes de algum tipo de exploração na construção, também contemplavam qualidades observáveis. É o caso dos registros "*Quando movimentamos o ponto M, o quadrado azul ocupa o espaço do quadrado verde*", e, "*O ponto P muda de posição no gráfico"*. Além disso, foram identificadas respostas que tratam de qualidades observáveis, nas quais percebeu-se que mesmo ao mover o ponto M (construção geométrica), os sujeitos centraram suas observações unicamente no movimento do ponto P, como evidencia o extrato "*O ponto P muda de posição no gráfico*" ou *"Conforme o quadrado é movido, o ponto p se desloca pela parábola"*. Tais abstrações, pautadas nos observáveis, resultaram em respostas pouco consistentes do ponto de vista dos conceitos envolvidos e sem evidências de relações entre a variação da área do quadrado inscrito e as coordenadas do ponto P.

Em um outro conjunto de respostas foram observados registros de abstrações pseudo-empíricas. De acordo com Becker (1993, p. 47), neste tipo de abstração "torna-se possível atentar ao fascinante jogo de significações com o qual o sujeito impregna o mundo dos objetos e dos acontecimentos antes de assimilá-los na qualidade de objetos". Em tais registros, evidenciou-se que a ação dos sujeitos transformando a construção enriqueceu os objetos e engendrou novos observáveis, os quais tinham sido anteriormente negligenciados. As respostas enquadradas em tal categoria ainda apresentam algumas inconsistências no que se refere às relações entre os objetos representados e os conceitos de Matemática envolvidos, mas são instrutivas no sentido de evidenciar as abstrações pseudo-empíricas, que são reflexionantes, mas diferenciam-se pelo fato de que os sujeitos retiram qualidades que eles atribuíram previamente aos objetos. Na resposta *"a construção se transforma em uma parábola, ficando crescente"*, as qualidades "parábola" e "crescente" foram atribuídas pelo sujeito. Quando trata das características do gráfico

DOI: https://doi.org/10.22456/1679-1916.129148

gerado, uma dupla de estudantes afirma "*...apresenta uma linha que se inicia em seu valor máximo e vai diminuindo até atingir seu valor mínimo e, depois disso, vai aumentando até atingir seu valor máximo novamente."*. Neste extrato, o conjunto inicialmente discreto de pontos engendra uma "linha", que se inicia em um valor "máximo" e vai diminuindo até atingir um valor "mínimo". Os sujeitos que construíram tal resposta destacam ainda que depois, (a linha) vai aumentando até atingir o valor "máximo" novamente. Durante as observações constatou-se o quão progressiva foi tal elaboração por parte dos estudantes, os quais inicialmente centravam suas análises nas extremidades (ponto M coincidindo com A e, depois, com B, alternadamente) e, posteriormente, centravam suas atenções no ponto médio do segmento $\overline{AB}$, o que conduz aos valores chamados de "máximo" e "mínimo" da linha, ainda sem estabelecer relações quantitativas mais elaboradas entre a construção geométrica e o gráfico.

As abstrações pseudo-empíricas, realizadas pelos estudantes a partir das suas interações com os objetos, configuram-se como um caminho que pode resultar na construção de relações mais complexas e coerentes com os conceitos de Matemática contemplados nas construções. Tal fato se evidencia, por exemplo, quando os sujeitos encontram outras possibilidades de exploração não anunciadas inicialmente pelos pesquisadores, possibilidades estas que os desafiam na busca por regularidades, conservação de medidas, etc. Ao transladar o quadrado ABDE no plano e mover novamente o ponto M, nada muda em relação à representação gráfica (Figura 4). Entretanto, ao mover o ponto B e, posteriormente, o ponto M, o gráfico é alterado. Estas duas possibilidades de exploração inicialmente não consideradas consistem em desequilíbrios temporários, os quais demandam novas elaborações por parte dos sujeitos.

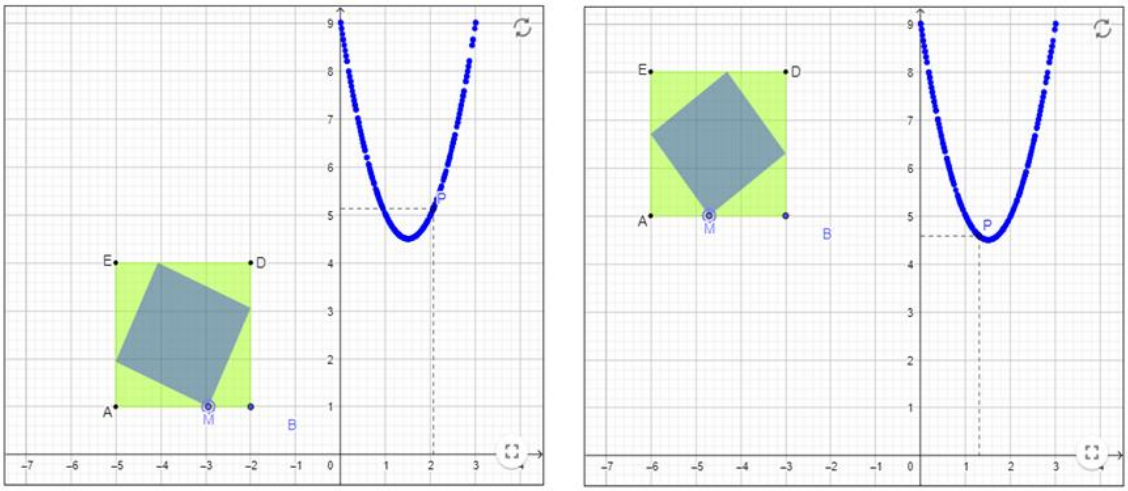


Figura 4 - Quadrado ABDE em duas posições diferentes no plano. Fonte: Acervo dos autores.

Os registros analisados apresentam elementos que exemplificam a importância da abstração pseudo-empírica, a qual possibilita a realização de um jogo mental altamente eficiente utilizando ao mesmo tempo as qualidades da abstração empírica e o mecanismo da abstração reflexionante. (Becker, 2014, p. 115).

Em um nível considerado de transição, os sujeitos estabelecem relações, o que configura um ato de abstração reflexionante; porém, tais relações apresentam inconsistências, como na resposta "*Conforme a área do quadrado azul diminui ou aumenta, a parábola sobe e desce*", ou ainda, na resposta "*Quando aumentamos o quadrado a parábola aumenta, já quando diminuímos a parábola desce"*. Ao analisar os percursos dos sujeitos nas diferentes atividades, constatou-se em alguns casos que tais inconsistências ou equívocos conceituais geraram novas elaborações, evidenciando um processo de construção decorrente das interações entre os estudantes e novas

DOI: https://doi.org/10.22456/1679-1916.129148

possibilidades de exploração, apresentadas pelas construções ou elaboradas pelos próprios sujeitos.

Apoiada sobre as abstrações pseudo-empíricas, as abstrações reflexionantes atingem patamares de generalização, que se manifestam no emprego, pelos estudantes, de estruturas lógico-matemáticas mais consistentes. Com os progressos da abstração reflexionante, tornam-se mais evidentes, nos registros, os dois momentos de seu processo: os reflexionamentos, que consistem em projeções no patamar superior de algo retirado do patamar inferior, e as reflexões, que consistem em reconstruções e reorganizações necessárias do sistema, do patamar superior em função do que foi trazido do inferior; agora enriquecido por novos objetos de pensamento, anteriormente inexistentes.

As coordenações das ações são a matéria prima com a qual o processo de abstração reflexionante constrói novidades, ou novas capacidades de pensamento como as operações matemáticas; é valendo-se dessas coordenações que esse processo constrói conhecimento, ou capacidades cognitivas, em patamares superiores, cada vez mais elevados. Ao observar a resposta *"O ponto M da figura e o ponto P do gráfico estão relacionados porque quando o ponto M está aumentando sua área, o valor do ponto P também está aumentando, até atingir seu valor máximo. E o mesmo acontece quando a área do ponto M diminui, até atingir sua menor área"* encontramos abstração refletida, pois a generalização é o ponto de chegada de um processo de abstração reflexionante. Isso se manifesta quando estudantes conseguiram, mediante tomada de consciência, estabelecer relações entre os pontos, o gráfico e as figuras.

De acordo com Castilho (2018), o ato de generalizar implica abstração reflexionante e isso se deve ao fato de que para realizar uma generalização o sujeito necessita refletir "sobre possibilidades de aplicação de um conhecimento em outras situações que se assemelham ou tenham características iguais àquelas em que o conceito foi formado" (CASTILHO, 2018, p. 137). O extrato "*Na construção podemos ver que, quando movemos o ponto M no quadrado, forma uma parábola no gráfico. Apresenta uma parábola positiva pois tanto y e x estão do lado positivo, o vértice do gráfico é o ponto mínimo de M"*. Nesse extrato, a conclusão de que se forma uma parábola é resultante de uma série de ensaios e explorações por parte dos sujeitos. Ao afirmar que tal parábola é "positiva pois tanto y e x estão do lado positivo", ou ainda "o vértice do gráfico é o ponto mínimo de M", se constata uma tentativa de generalização, a qual contempla uma elaboração que se aplica a posições e medidas distintas do quadrado ABDE no plano cartesiano.

Também foram objetos de análise nas elaborações o fato de que, para uma posição qualquer do quadrado ABDE no plano e para quaisquer que sejam as coordenadas do ponto B, o ponto P gera uma parábola com concavidade voltada para baixo. O valor mínimo da função corresponde à menor medida possível da área do quadrado CGHF. Este e outros registros foram agrupados em uma última categoria, cujas elaborações consideradas mais complexas, e contemplam, mesmo que parcialmente, uma relação coerente entre a medida da área do quadrado inscrito e as coordenadas do ponto P.

Considerações Finais

A prática desenvolvida com estudantes do Colégio de Aplicação oportunizou aos pesquisadores reconhecer o potencial dos applets de geometria dinâmica, a partir das interações estudantes-applets, na sala de aula, e da análise das respostas dos estudantes registradas no Moodle. Ao permitir respostas abertas e autorais por parte dos estudantes durante as manipulações, a proposta se configura como espaço de desenvolvimento e criatividade. Assim como mostraram Basso e Notare (2012), entendemos que o

DOI: https://doi.org/10.22456/1679-1916.129148

conhecimento matemático se constrói na medida em que novos problemas matemáticos são experienciados, isto é, na medida em que o aluno é desafiado a superá-los.

A abstração reflexionante da teoria piagetiana, e seus desdobramentos em abstração pseudo-empírica e refletida, possibilitou uma análise proveitosa de observações coletadas. Foi possível observar que a mesma atividade, a partir da interação estudantes-ferramentas, promoveu relações mais superficiais, pautadas nos observáveis (abstração empírica), e abstrações mais complexas, reflexionantes, que retiraram características não dos objetos nem das ações sobre os objetos, mas das coordenações das ações; abstrações reflexionantes propriamente ditas, ou pseudo-empíricas em que o sujeito retira dos objetos não qualidades deles, mas o que ele colocou nos objetos. Além das abstrações reflexionantes propriamente ditas, os estudantes apropriaram-se de coordenações de ações suas ainda mais complexas desencadeando processos que os conduziram a realizar abstrações refletidas – reflexionantes com tomada de consciência – o que sugere continuidade de tais análises em produções futuras.

O exercício de estabelecer, em ambiente pedagógico, relações entre a teoria e a prática, é desafiador. Quando a prática está relacionada com as tecnologias em Educação Matemática têm-se outros elementos para observar e o jogo de relações se torna mais complexo. No entanto, além de apresentar possíveis caminhos para que se enfrente esse desafio, tais pesquisas deságuam em inspiração para novos estudos. O próprio mecanismo da abstração reflexionante, e suas implicações na construção das capacidades de conhecimento e, mais adiante, de conhecimento científico, origina formas que podem ser transformadas em conteúdos, dos quais se abstraem novas formas de superior complexidade; isto é, de operações sobre operações anteriores. É a este processo que a educação escolar deve dar continuidade e que esta experiência pedagógica com applets do GeoGebra em geometria dinâmica aponta para horizontes pedagógicos promissores.

Referências

BASSO, M.; RODRIGUES NOTARE, M. Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. RENOTE, Porto Alegre, v. 13, n. 2, 2015. DOI: 10.22456/1679-1916.61432. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/61432. Acesso em: 07 out. 2022.

BECKER, Fernando. Ensino e construção do conhecimento: o processo de abstração reflexionante. Educação & realidade. Porto Alegre. Vol. 18, n. 1 (jan./jun. 1993), p. 43-52, 1993.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

CASTILHO, Maria Inês. Hiperobjetos da Robótica Educacional como ferramentas para o desenvolvimento da abstração reflexionante e do pensamento computacional. 2018. 214 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Programa de Pós-graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

HEGEDUS S, Laborde C, Brady C, Dalton S, Siller HS, Tabach M, Trgalova J & Moreno-Armella L 2017. Uses of technology in upper secondary Mathematics education. Cham, Switzerland: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-42611- 2

MARTINS, Larissa De Conti. Abstração Reflexionante e Aprendizagem de Proporção: ensino de matemática na sexta série. 2007. 124 f. Dissertação (Faculdade de Educação) Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

NOTARE, M. R.; BASSO, M. V. de A. Tecnologia na Educação Matemática: Trilhando o Caminho do Fazer ao Compreender. RENOTE, Porto Alegre, v. 10, n. 3, 2012. DOI: 10.22456/1679-1916.36459. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/36459. Acesso em: 22 out. 2022.

PIAGET, J. Abstração Reflexionante: Relações lógico aritméticas e ordem das relações espaciais. Trad. Fernando Becker e Petrolina Beatriz Gonçalves da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas. 1995 [1977]

RODRIGUES NOTARE, M.; VINICIUS DE AZEVEDO BASSO, M. Argumentação e Prova Matemática com Geometria Dinâmica. RENOTE, Porto Alegre, v. 16, n. 1, 2018. DOI: 10.22456/1679-1916.86021. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/86021. Acesso em: 18 out. 2022.

STORMOWSKI, Vandoir. Modelagem geométrica e gráfico de funções 'sem lei': criando sequências didáticas em um GeoGebraBook. In: EGEM - Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2015, Porto Alegre. Anais do Encontro Gaúcho de Educação Matemática: 2015. Porto Alegre: Edipucrs, 2015. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/283307930_Modelagem_geometrica_e_graficos_de_funcoes_sem_lei_criando_sequencias_didaticas_em_um_GeoGebraBook Acesso em: 30 set. 2022.

THIOLLENT, Michel. Metodologia da pesquisa-ação. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.