



FrameAGAP: Um framework para auxiliar estudantes com dificuldades no estudo das cônicas

Joélia Santos de Lima, UFPE, joeliallima@outlook.com, <https://orcid.org/0000-0003-3866-9669>

Verônica Gitirana, UFPE, veronica.gitirana@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-2594-4203>

Resumo: Com o uso de frequente acompanhamento, *feedbacks* sobre a aprendizagem dos estudantes e a proposta de um ensino personalizado, a Sala de Aula Invertida vem ganhando espaço nas disciplinas de ciências exatas. Personalizar o ensino não é tarefa fácil e os recursos tecnológicos são uma das alternativas para que professores consigam fazer com agilidade e eficiência. Este artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado que objetivou construir e validar o FrameAGAP, um framework para gestão e acompanhamento de aprendizagens personalizadas, para o conteúdo de cônicas, utilizando como metodologia de pesquisa o *Design Experiment*. Nele, discutem-se as possibilidades do FrameAGAP quanto ao acompanhamento da aprendizagem de uma estudante com dificuldades no estudo das seções cônicas. Como resultados, verificamos que o FrameAGAP possibilitou que estudantes recebessem feedback sobre as atividades propostas, além de recursos e situações que os possibilitaram explorar e mobilizar os conhecimentos necessários para a aprendizagem do conteúdo de cônicas.

Palavras-chave: Ensino Híbrido, Sala de Aula Invertida, Personalização, Avaliação, Geometria Analítica.

FrameAGAP: A framework to help students with difficulties in the study of conics

Abstract: With systematic studies, feedback on learning from scholars, and the proposal of personalized teaching, flipped classroom uses are expanding among mathematics courses. However, customizing education is not an easy task, and technological resources are one of the alternatives for teachers to personalize teaching with agility and efficiency. This paper is an excerpt from a master's thesis aiming to build and validate FrameAGAP, a framework for managing and monitoring personalized learning, using the Design Experiment as a research methodology. Furthermore, in an Inverted Classroom methodology, it seeks to identify the possibilities of FrameAGAP regarding monitoring the learning of a student with difficulties in studying conic curves. As a result, we found that FrameAGAP enabled the student to receive feedback on the activities, resources and possibilities that helped them explore and mobilize knowledge for learning the conic content.

Keywords: Blended Learning, Flipped Classroom, Customization, Assessment, Analytical Geometry.

1. Introdução

Diante das dificuldades apresentadas por estudantes das ciências exatas no Ensino Superior, metodologias de ensino vêm sendo utilizadas por pesquisadores e professores para minimizar tais dificuldades. É neste contexto que o Ensino Híbrido, e uma de suas abordagens, a Sala de Aula Invertida (SAI), vêm ganhando espaço.



Num levantamento realizado pela DEPLAG - UFPE¹ (2020) sobre as disciplinas que mais reprovaram entre 2015.1 e 2019.2, tem-se no curso de Licenciatura em Matemática um alto índice de retenção em disciplinas como Cálculo 1, Física Geral 2 e Geometria Analítica. Nelas, é comum que o tempo em sala de aula seja dedicado à explicação do professor sobre definições e teoremas, em seguida, estes são aplicados em situações. Ao fim da aula, os estudantes recebem uma lista de exercícios para praticar os conceitos estudados. Ao praticarem sozinhos, eles acabam apresentando dificuldades e, muitas vezes, não recebem *feedback*, nem suporte nas resoluções das situações.

Segundo Valente (2014, p.87), “A dificuldade da inversão ocorre especialmente nas disciplinas das ciências exatas, nas quais a sala de aula é usada para passar o conhecimento já acumulado”. Desta forma, a SAI possibilita que, ao invés de o estudante assistir passivamente a aula, que ele possa discutir e praticar. Esta metodologia propõe promover momentos de discussões, práticas e um ensino flexível e personalizado. Porém, não é tarefa fácil personalizar o ensino.

Com a necessidade do uso de recursos que auxilie o professor na personalização do ensino, o GERE - Grupo de Estudos sobre Recursos para a Educação, construiu e validou o FrameAGAP - framework para gestão e acompanhamento de aprendizagens personalizadas, que culminou com a dissertação de mestrado de Lima (2021), cujos resultados são apresentados aqui. Neste artigo, discutimos as possibilidades do FrameAGAP quanto ao acompanhamento da aprendizagem de uma estudante com dificuldades, numa metodologia de SAI, no estudo das seções cônicas.

Este artigo aborda: Na seção 2, a SAI, contexto metodológico de ensino na qual o estudo de Lima (2021) foi desenvolvido; Na seção 3, as dificuldades dos estudantes de Licenciatura em Matemática na disciplina de Geometria Analítica, no estudo das seções cônicas; Na seção 4, o FrameAGAP, framework para personalização; Na seção 5, os materiais e métodos do estudo; E na seção 6, os resultados obtidos e a discussão destes.

2. A Sala de Aula Invertida

A SAI é uma metodologia de ensino que modifica a organização do tempo utilizada em uma sala de aula tradicional. Ao invés de, o estudante resolver as situações propostas pelo professor em casa, elas são resolvidas em sala de aula. Já o professor, ao invés de explicar o conteúdo em sala de aula, ele envia previamente aos alunos o material teórico a ser estudado. Na aula, acontecem as discussões sobre o material teórico e as resoluções de situações.

Com essa reorganização dos momentos em sala de aula, é possível dedicar mais tempo para discussões e resolução das situações. De forma colaborativa, os estudantes podem discutir em grupo as atividades propostas, além disso, de acordo com Bergman e Sams (2019, p. 24), o papel do professor também muda, pois ele “passa atuar mais como esclarecedor de dúvidas do que apresentador de conteúdos.”

Em casa, os alunos dedicam um tempo ao estudo do material teórico (como textos, e-books, vídeos), como propõe a metodologia. De acordo com Valente (2014, p. 92), “Os vídeos gravados têm sido os mais utilizados pelo fato de o aluno poder assisti-los quantas vezes for necessário e dedicar mais atenção aos conteúdos que apresentam maior dificuldade.” Além disso, é possível avançar, retroceder, acelerar ou desacelerar um vídeo. Assim, o estudante assiste e re-assiste ao vídeo na velocidade que desejar. Ele também decide o horário que será destinado ao estudo, possibilitando a flexibilização.

¹ A DEPLAG é a Diretoria Estratégica de Planejamento, Avaliação e Gestão da UFPE. Nas referências deste artigo é possível encontrar o link de acesso ao documento sobre as disciplinas que mais reprovaram na UFPE.



Bergaman e Sams (2019) sugerem que os professores incentivem os alunos a desligarem celulares e outras distrações no momento em que assistem aos vídeos, além de fazerem suas anotações. Estas devem ser levadas para a aula, onde são discutidas.

Os recursos utilizados podem ser variados, respeitando os diferentes tipos de gostos existentes em sala de aula, pois esta é plural e diversificada. Além dos recursos, ao dedicar um tempo maior à prática, os professores podem observar o desempenho dos estudantes, levando em consideração as dificuldades apresentadas por cada um, possibilitando a personalização.

A SAI apresenta algumas abordagens como a *Instrução por Colegas* e o *Ensino Sob Medida*, em ambas, o professor pode utilizar recursos tecnológicos para avaliar os estudantes, com intuito de conhecer as dificuldades apresentadas por eles. São exemplos, o estudo realizado por Medeiros e Bessa (2017) no desenvolvimento do MiniTeste, um recurso para testes em tempo real, para ser utilizado na metodologia de *Instrução por Colegas*. Segundo Medeiros e Bessa (2017, p. 9) “o uso de testes rápidos, como os que são criados com a ferramenta MiniTeste, possibilita que o docente prepare diversos cenários para o momento do encontro presencial, de forma que a aula possa ser adaptada às necessidades da turma” com a utilização de recursos como esse, é possível verificar as habilidades apresentadas pelos estudantes.

Neste artigo, apresentamos o *Ensino sob Medida*. Nele, o professor envia previamente o material teórico integrado às questões de aquecimento. Os alunos estudam o material, resolvem as questões e as retornam para o professor, que as utilizam como norte para o planejamento do que será estudado em sala de aula.

O ponto principal no EsM é a possibilidade do professor planejar suas aulas a partir dos conhecimentos e dificuldades dos seus alunos, manifestadas através das respostas que eles fornecem em atividades de leitura prévias aos encontros presenciais. (ARAÚJO; MAZUR, 2013, p. 371)

Levando em consideração as dificuldades enfrentadas pelos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Geometria Analítica, particularmente em cônicas, utilizamos o *Ensino sob Medida* que possibilita ao professor avaliar e planejar a aula a partir das dificuldades enfrentadas pelos alunos.

3. Dificuldades em Geometria Analítica

A Geometria Analítica é o ramo da Matemática que surge da união entre duas áreas, a álgebra e a geometria. Este processo de conexão entre as duas áreas, não foi um processo rápido, foi necessário desenvolver o simbolismo algébrico para que os problemas geométricos fossem resolvidos com ajuda da álgebra.

A essência real da Geometria Analítica reside na transferência de uma representação geométrica para uma representação algébrica, porém, para que ela desempenhasse plenamente esse papel, foi necessário esperar o desenvolvimento do simbolismo e dos processos algébricos. Podemos assim dizer que houve a contribuição de vários estudiosos e da época e foi somente no século XVII que as contribuições de René Descartes e Pierre de Fermat possibilitaram que ela fosse sistematizada. (SANTOS, 2016, p. 32)

Utilizando o simbolismo algébrico, é possível descrever objetos geométricos como vetores, retas, curvas.

A Geometria Analítica permite resolver situações aplicadas ao cotidiano, como problemas da mecânica celeste e de otimização, o que a torna uma das principais áreas



das ciências exatas. Porém, assim como outras áreas, como o cálculo, os estudantes que se deparam com a disciplina, enfrentam muitas vezes dificuldades no decorrer do curso.

Os temas estudados em Geometria Analítica são, na maioria das vezes, organizados da seguinte forma: introdução ao estudo dos vetores, com o estudo do produto interno e vetorial; reta; plano; distâncias; cônicas e quádras. Neste estudo, enfatizamos o estudo das cônicas e as dificuldades apresentadas pelos estudantes sobre este tema.

No estudo das cônicas, inicialmente, sabia-se que “uma seção de um cone de base circular por um plano perpendicular a uma de suas geratrizes produzia curvas diferentes de acordo com o ângulo do vértice do cone: elipse, parábola ou hipérbole para ângulos agudo, reto ou obtuso, respectivamente” (MOL, 2013, p. 55). Muitos matemáticos contribuíram para o estudo das cônicas, como Apolônio (c. 262-190 a.C.) e Meaceno (c. 380-320 a.C.).

Seu estudo possibilitou muitas aplicações e contribuiu com o desenvolvimento de outras ciências, como a astronomia. Um exemplo é o estudo do matemático e astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630), que ficou conhecido com as leis de Kepler:

A primeira afirmava que a órbita de todo planeta é uma elipse. A segunda lei afirmava que uma linha unindo um planeta ao sol percorre áreas iguais, durante períodos iguais de tempo [...] e a terceira descrevia a relação do ano de um planeta com sua distância ao sol: o valor ao quadrado do período de órbita (ano) de um planeta é proporcional ao cubo de sua distância ao sol. (HART-DAVES, *et al.* 2016, p. 41)

Seus resultados possibilitaram posteriormente outras descobertas, como o questionamento sobre como os planetas permanecem em órbita. Esses resultados evidenciam a importância do estudo das cônicas e sua implicação no desenvolvimento da Ciência. Além de, evidenciar a importância da compreensão a respeito das dificuldades enfrentadas pelos alunos sobre o tema.

Em relação às dificuldades dos alunos, Souza e Kato (2013) realizaram estudos com discentes do Ensino Superior acerca destas curvas. Para tanto, utilizaram como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) do psicólogo e educador matemático francês, Gérard Vergnaud (2017). Ao analisarem as resoluções dos estudantes sobre situações que abordavam a parábola, eles observaram que os estudantes apresentavam algumas dificuldades como:

Não diferenciar os elementos foco e vértice da parábola: Isso ocorre porque o foco é dado por $F = (p,0)$ ou $F = (0,p)$ [...]; Não reconhecer a equação reduzida da parábola: os alunos consideraram a equação reduzida da parábola como sendo $x^2 = 4px$ e $y^2 = 4py$, ao invés de $x^2 = 4py$ e $y^2 = 4px$ [...]; [...] é possível afirmarmos que essas deficiências podem prejudicar os alunos na identificação de domínios de funções de várias variáveis, por exemplo, em que, no caso de funções de \mathbb{R}^2 em \mathbb{R}^3 , o domínio são regiões do plano. (SOUZA; KATO, 2013, p.8).

Tendo observado as dificuldades citadas por Souza e Kato (2013), além de vivenciar dificuldades acerca do estudo das cônicas, no curso de Licenciatura em Matemática, foi possível planejar e desenvolver o FrameAGAP, com base na TCC.

4. O FrameAGAP e a Teoria dos Campos Conceituais



Com o intuito de aprofundar os estudos sobre a SAI, criamos um subgrupo que tratava sobre o tema, como parte do GERE. Tendo em vista a proposta das avaliações frequentes, os *feedbacks* e observando as dificuldades de personalizar o ensino sem ferramentas que auxiliem o professor, desenvolvemos o projeto para criarmos um recurso computacional que possibilitasse a personalização.

Uma versão inicial deste recurso foi construída e validada por Lima Jr. (2020), para o conteúdo de frações. Considerando as dificuldades dos estudantes da Licenciatura em Matemática no conteúdo de cônicas e com a finalidade de fazer um acompanhamento personalizado para auxiliar um grupo de estudantes, Lima (2021) adaptou a estrutura utilizada por Lima Jr. (2020), construindo uma nova versão e validando a nova versão, agora intitulada FrameAGAP.

Para construirmos um dispositivo que levasse em consideração as dificuldades, conhecimentos e habilidades apresentadas pelos estudantes, foi necessário o uso de uma teoria que desse suporte a esta análise. Intencionamos que o professor pudesse avaliar os estudantes a partir de um mapa do conteúdo, traçado com base na TCC.

Vergnaud, discípulo de Piaget, desenvolve sua teoria cognitiva e didática para explicar como o aluno desenvolve os conceitos. “O campo conceitual é um conjunto de situações cujo tratamento implica em esquemas, conceitos e teoremas, em estreita conexão, assim como as representações simbólicas suscetíveis de serem utilizadas para representá-los” (VERGNAUD, 2017, p.18). Além disso, um campo conceitual é formado por três elementos que “envolve um conjunto de situações que lhe dão significado: um conjunto de invariantes - propriedades do conceito - subjacentes ao raciocínio e um conjunto de símbolos utilizados para sua representação” (VERGNAUD, 2017, p.18). Os conceitos são desenvolvidos ao passo que o aluno enfrenta situações, com significados e representações variadas. E, os conceitos já desenvolvidos são utilizados para formular as estratégias de resolução.

O estudante, ao tentar resolver situações, utiliza os esquemas que “são a organização invariante da conduta diante de uma classe de situações dadas” (VERGNAUD, 2017, p.18). É a maneira que o estudante organiza mentalmente as estratégias que podem ser utilizadas por ele para tentar resolver uma situação. Tais estratégias carregam as proposições aceitas por ele como verdadeira, teoremas em ação, e seus conceitos, conceitos em ação, além das regras de ação, de tomada de informação e de controle. É na tentativa da resolução das situações que o estudante desenvolve inferências, podendo ser invariantes ou regras. Além disso, os conceitos auxiliam os estudantes na resolução das situações.

Tendo em vista que a TCC possibilita que o professor analise didaticamente os conhecimentos, dificuldades e habilidades apresentadas pelos estudantes, ela permitiu mapear e analisar didaticamente as situações, os significados e as representações acerca do conteúdo abordado na pesquisa, as cônicas. Além de possibilitar que o professor analise didaticamente os recursos e situações que permitem ao estudante mobilizar e explorar os conhecimentos intencionados.

O FrameAGAP tem como centralidade a tabela de Conhecimento, composta por outras tabelas: Habilidades, Tema, Espaço, Significado e Representação, estas tabelas são chamadas Fornecedoras, pois fornecem os dados para as Consumidoras (que armazenam os dados), como a tabela Conhecimento.

A habilidade está intimamente relacionada com a capacidade para fazer algo, com um determinado nível de destreza. Assim, as habilidades relativas à aprendizagem de um tema, gera a tabela Habilidade, e se relaciona com a tabela de Tipos de erros e a de maturidades, que evidenciam em diferentes níveis para cada habilidade. Por exemplo, para a habilidade “esboçar o gráfico da elipse”, é possível que um estudante

apresente a maturidade traçar o gráfico “quando o centro está na origem”, enquanto outro, pode ter o nível de maturidade traçar o gráfico “quando o centro está transladado”. Assim, para a habilidade “esboçar o gráfico da elipse”, maturidade “com centro transladado”, é possível que o aluno apresente o tipo de erro “traça os gráficos da elipse sempre centro na origem”.

Os dados sobre os tipos de erros auxiliam o professor na escolha dos recursos a serem indicados ao aluno. Além disso, os conhecimentos são explorados e mobilizados por meio dos recursos e situações, respectivamente. O professor designa ao estudante situações para que ele desenvolva os conceitos e indica recursos que o auxiliem a evoluir. O aluno, por sua vez, utiliza os recursos, resolve as situações e as devolve ao professor, que avalia e faz o acompanhamento do estudante, levando em consideração os tipos de erros, maturidades e conhecimentos apresentados.

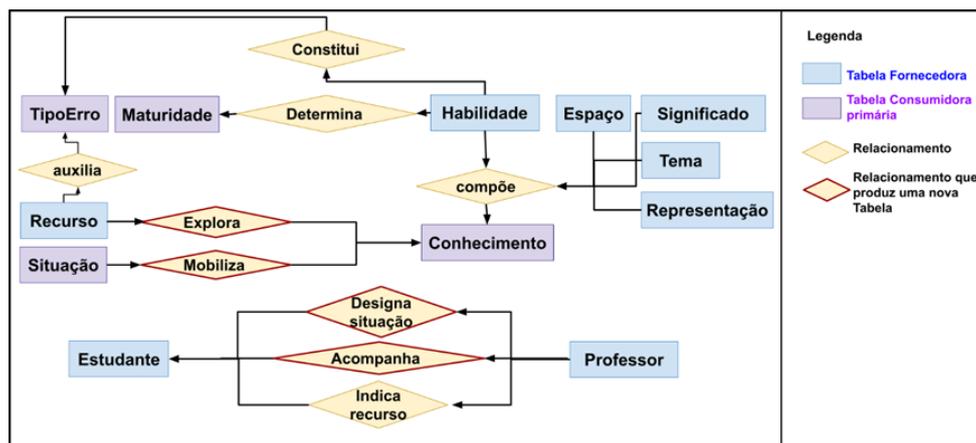


Figura 1: Mapa da estruturação e funcionamento do FrameAGAP

Fonte: Lima (2021, p. 58)

A Figura 1 apresenta a visão geral da estrutura do FrameAGAP, por meio de um mapa adaptado do Modelo de Entidade-Relacionamento, desenvolvido pelo cientista de dados Peter Chen (1976) e o seu funcionamento. Já a Figura 2, apresenta a integração do FrameAGAP à metodologia de SAI, na abordagem do *Ensino Sob Medida*, a partir da figura de Lima (2021) adaptada de Araújo e Mazur (2013, p. 374).

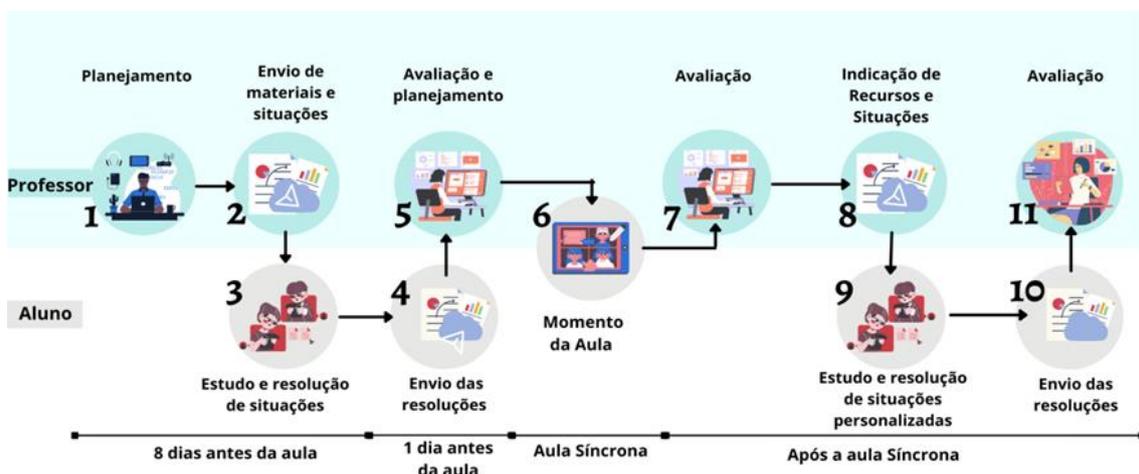


Figura 2: Integração do FrameAGAP ao Ensino Sob Medida

Fonte: Lima (2021, p. 68)



Com a integração, o professor planeja inicialmente o material teórico e os envia aos estudantes; eles resolvem as situações e as reenviam ao professor, que avalia as resoluções e planeja as situações que serão trabalhadas em aula. Neste momento, as informações sobre a avaliação contendo os conhecimentos, maturidades e tipos de erros apresentados pelos estudantes são inseridos no FrameAGAP. No momento de aula, as situações planejadas pelo professor são resolvidas e discutidas com toda a turma; os estudantes enviam as resoluções do momento de aula para que o professor faça a avaliação; o professor avalia, insere novamente os dados da avaliação no FrameAGAP, que indica quais recursos e situações melhor se adapta as dificuldades do estudante, o professor pode analisar e selecionar dentre as opções recomendadas, aquelas que deseja enviar ao estudante, o envio é feito por e-mail; o estudante recebe os recursos e situações, resolve-as e as retornam ao professor; que faz novamente uma avaliação, inserindo os dados no FrameAGAP e verifica se o aluno conseguiu superar as dificuldades apresentadas.

Neste estudo, apresentamos e discutimos os resultados do uso do FrameAGAP para o acompanhamento de uma estudante com dificuldades em cônicas.

5. Material e Métodos

O estudo de Lima (2021) foi realizado em uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), onde foi testado o FrameAGAP, para o acompanhamento de três estudantes da disciplina de Geometria Analítica, no estudo das cônicas: circunferência, elipse, hipérbole e parábola.

Todos os estudantes da disciplina de Geometria Analítica para participar do estudo. Analisamos apenas os que aceitaram: assinando o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), assistindo aos vídeos e realizando as atividades propostas. Neste artigo apresentamos o acompanhamento de um dos participantes com o uso do FrameAGAP.

O período de adaptação e construção do dispositivo iniciou-se em 2020 e encerrou em 2021 com a experimentação na disciplina de Geometria Analítica. A disciplina aconteceu de forma remota, devido ao contexto da pandemia de Covid-19, no qual ocorreu o estudo.

Nesta pesquisa utilizou-se a metodologia de *Design Experiment*, (COBB *et al.*, 2003, p.11) seguindo as etapas: A. Mapeamento das habilidades esperadas sobre elipse, hipérbole, parábola e circunferência, tema estudado na disciplina de Geometria Analítica; B. Montagem do Banco de Recursos, onde foram listados os recursos de vídeos do Youtube e Kahn Academy, que tratavam sobre as cônicas; C. Adaptação e construção do modelo de Dispositivo de “Emitido por fins de revisão” para o FrameAGAP. D. Criação e montagem do Banco de situações, onde foram listadas e inseridas situações sobre cônicas; E. Montagem de teste; F. Aplicação do teste com a turma de Geometria Analítica; G. Análise dos resultados; H. Melhoria do FrameAGAP e do Banco de Recursos, onde foram incluídos os recursos de Simulação; I. 2ª fase interativa do design, reiniciando no item E. Na 2ª fase do Design foi reiniciado a montagem teste, a partir da análise dos resultados realizados no item G.

Na experimentação, foi utilizada a metodologia SAI e o Ensino sob Medida. O envio dos recursos e situações foi realizado de forma virtual, os arquivos eram anexados em formulários e enviados por e-mail aos participantes do estudo. Devido a modalidade remota em que ocorreu a pesquisa, as situações enviadas a todos os estudantes da disciplina de Geometria Analítica, foram anexadas na sala virtual da turma.



6. Resultados e Discussões

Como a disciplina já utilizava o Ensino sob Medida, todos os estudantes da disciplina receberam o material teórico e as situações prévias (1, 2 e 3) a serem resolvidas em casa e enviadas ao professor.

Na situação 1, “*Determine o centro e o raio da circunferência $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$* ”, eram analisados os conhecimentos que os alunos apresentavam sobre o conceito de raio e centro da circunferência partir da equação geral, tendo como significado objeto geométrico e representação algébrica;

Na situação 2, com enunciado “*A órbita da Terra é uma elipse e o Sol ocupa um dos focos. Sabendo que o semieixo maior tem 153 493 000 km e que a excentricidade é de 0,0167, calcular a menor e a maior distância da Terra ao Sol*”, foi trabalhada uma das aplicações da elipse, o conceito de afélio e periélio, tendo como significado o deslocamento de um ponto no plano (terra orbitando ao redor do sol) e representação em linguagem natural;

Na situação 3, “*Esboce a elipse com focos em $(-2, 3)$ e $(6, 3)$ e vértices em $(-3, 3)$ e $(7, 3)$ e determine a sua equação*”, foi trabalhada o gráfico da elipse, a partir das coordenadas de dois de seus vértices e um dos focos, tendo como significado objeto geométrico e a representação cartesiana.

Na resolução da situação 1, a estudante consegue determinar o centro e o raio a partir da equação geral da circunferência. Apresentando a habilidade de “Determinar o raio e as coordenadas do centro a partir da equação circunferência”, e maturidade “a partir da equação geral da circunferência”. Na situação 2, ela apresenta dificuldades ao modelar uma situação de aplicação, onde não consegue determinar a menor e maior distância da terra ao sol, não conseguindo utilizar mais de uma equação para resolver a situação. Na resolução da situação 3, a estudante apresenta dificuldades ao traçar pontos no plano cartesiano, deste modo, não consegue traçar corretamente o gráfico da elipse, quando é necessário apresentar maturidades referente ao esboço do gráfico de uma elipse transladada.

A estudante envia as resoluções para o professor/pesquisador, que a avalia e insere os dados no FrameAGAP, Com o uso do FrameAGAP, o professor seleciona dentre as opções dadas, os recursos (27 e 29) e situações (4 e 7), enviando-os por e-mail, junto com um *feedback* de sua aprendizagem.

O recurso 27 trata-se de um vídeo que traça o gráfico da elipse com centro fora da origem, traça pontos no plano cartesiano e constrói a equação da elipse transladada. E o 29, um vídeo que trata das dificuldades na interpretação do problema, a resolver situações quando é necessário utilizar mais de uma equação.

A estudante, ao assistir os vídeos (recursos 27 e 29) e resolver situações 4 e 7, semelhantes às 2 e 3, demonstrou superar os tipos de erros apresentados anteriormente por ela, na resolução das situações 2 e 3. Deste modo, o uso do FrameAGAP, com base na TCC, possibilitou a indicação de recursos personalizados e permitiu que ela conseguisse superar os tipos de erros apresentados.

Assim como os estudos de Supcito et al (2017), que utilizam a plataforma Edmodo para flexibilizar e personalizar o ensino de química; Medeiros e Bessa (2017), que utilizam o MiniTeste na metodologia de Instrução por Pares, para avaliações personalizadas; este estudo sobre o FrameAGAP evidencia a importância da personalização do ensino, de modo que se possa observar as necessidades do estudantes, planejando como ele pode aprender melhor.

O FrameAGAP, possibilitou, ainda, fazer uma análise didática da aprendizagem da estudante em relação ao conteúdo de cônicas, utilizando a TCC. Mapeando quais



conhecimentos, habilidades, maturidades e tipos de erros ela apresentava. Além de, utilizar os dados sobre as situações que ela apresentava dificuldades ou demonstrava compreensão.

Os recursos selecionados pelo professor/pesquisador, também foram analisados a partir da TCC. Observando os conhecimentos, habilidades, maturidade, espaço, significados e representações que eram explorados nos recursos. Além disso, o professor pôde dar o aval, de qual recurso seria enviado para a estudante.

No acompanhamento personalizado da estudante, levou-se em consideração o seu tempo de aprendizagem e os conhecimentos prévios apresentados por ela. Foi possível, ainda, identificar as dificuldades trazidas no decorrer de sua vida escolar e tratá-las, como as dificuldades no esboço do gráfico e no traço dos pontos cartesianos.

Deste modo, o FrameAGAP possibilitou fazer um acompanhamento personalizado da estudante, que conseguiu com o auxílio de recursos e situações adequadas ao seu desenvolvimento, superar dificuldades que apresentava anteriormente. Além de receber *feedbacks* sobre sua aprendizagem e avaliações detalhadas, conseguindo mapear com detalhes os conhecimentos, habilidades, maturidades e tipos de erros apresentados ao resolver as situações sobre as cônicas, possibilitou-se trilhar caminhos personalizados na aprendizagem das cônicas.

Conclusões

O uso de recursos tecnológicos com fins avaliativos, e neste caso, para a personalização, possibilita que estudantes trilhem percursos diferentes de aprendizagem, trabalhando com situações e recursos que explorem e mobilizem conhecimentos necessários para a construção e desenvolvimento dos conceitos estudados. Tudo isso, levando em consideração o tempo, os conhecimentos prévios e as dificuldades trazidas no decorrer da vida acadêmica.

A personalização por meio do FrameAGAP permitiu olhar as necessidades da estudante a cada situação resolvida, dar um *feedback* de sua aprendizagem, por meio das avaliações contínuas. Possibilitou, ainda, identificar os erros da estudante, não de forma a julgar o que não era sabido, mas para norteá-la sobre o quê e como ela poderia aprender. Ofertou, por meio dos *feedbacks*, recursos e situações necessários para que as dificuldades fossem superadas.

O estudo apresentado tratou apenas do conteúdo de cônicas, porém pretendemos em breve expandir o uso do FrameAGAP para toda a disciplina de Geometria Analítica. E, futuramente, estruturá-lo para que seja possível fazer um acompanhamento personalizado de outros conteúdos da Matemática, testando-o com mais estudantes de diferentes níveis de ensino.

Agradecimentos

O presente estudo foi parcialmente financiado pela CAPES por meio de bolsa de mestrado, processo nº 88882.380321/2019-01.

Referências Bibliográficas

ARAÚJO, I.S.; MAZUR, E. Instrução pelos Colegas e Ensino sob Medida: Uma proposta para engajamento dos alunos no processo de ensino-aprendizagem de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 30, n.2, p. 362-384, 2013.



BERGMANN, J.; SAMS, A. **Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. 1a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019.

CHEN, P. P. S. The Entity-Relationship Model: Toward a Unified View of Data. **ACM Transactions on Database Systems**, v. 1, n. 1, p. 9-36, 1976.

COBB, P.; CONFREY, P.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. Design experiments in educational research. **Educational Researcher**, v. 32, n.1, p. 9 -13, Jan./Feb. 2003.

DEPLAG, UFPE. **Disciplinas que mais reprovam na UFPE: De 2015.1 a 2019.2**. Recife, 2020.

HART-DAVIS, A. et al. **O livro da ciência**. 2 ed. São Paulo: Globo, 2016.

LIMA, J. S. **FrameAGAP um dispositivo para o acompanhamento da aprendizagem: um estudo em sala de aula invertida sobre cônicas**. Dissertação (mestrado). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2021.

LIMA Jr., L.G. **Mapeamento de recursos destinados ao acompanhamento individualizado em sala de aula invertida: Design de um dispositivo modelado para o conteúdo de frações**. Dissertação (mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

MEDEIROS, R. A. C; BESSA. A.. MiniTeste: uma ferramenta ágil para aplicação de avaliações personalizadas. **Renote: Novas Tecnologias na Educação**, vol. 15, 2017.

MOL, R.S. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

SANTOS, A. T. C. **O Estado da Arte das Pesquisas Brasileiras sobre Geometria Analítica no período de 1991 a 2014**. Tese (doutorado). PUC-SP. São Paulo. 2016.

SOUZA, J. T. G. KATO, L. A. Um estudo do campo conceitual das cônicas. *In XI Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM*, Curitiba, 2013. Anais.

SUCIPTO, Taufiq Lilo Adi et al. The Influence of Learning Management Technology. **International Journal of Pedagogy and Teacher Education**. Indonesia, Vol.1, 2017.

VALENTE, J. A. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. **Educar em Revista**, v. 4, p. 79-97, 2014a

VERGNAUD, Gérard. **Piaget e Vygotski em Gérard Vergnaud: Teoria dos Campos Conceituais TCC**. Porto Alegre, GEEMPA, 2017.