

APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR (PL) EM PLANEJAMENTO ECONÔMICO

Sebastião Vieira do Nascimento¹

Rua Manoel Barros de Oliveira, 207
CEP: 58109-125 Campina Grande/PB
Fone: (83) 310-1216 e 333-1441
E-mail: se.ba@bol.com.br

Clodoaldo Bortoluzi¹

Rua João Julião Martins, 599
CEP: 5819-090 Campina Grande/PB
Fone: (83) 333-1504
E-mail: cbortoluzi@bol.com.br

¹ Universidade Federal de Campina Grande - UFCG
Departamento de Administração e Contabilidade
Centro de Humanidades-Campus I
CEP: 58109-125 Campina Grande/PB Brasil

Resumo:

O presente trabalho tem como objetivo levar ao conhecimento dos acadêmicos, principalmente aqueles que fazem planejamento governamental, a importância de uma das técnicas de Pesquisa Operacional conhecida como PL. A PL tem sido muito divulgada nos meios acadêmicos, só que a divulgação é feita com uma abordagem tão complexa em termos de álgebra linear, que se torna até impossível os acadêmicos e empresários obterem um total embasamento do assunto. Com o advento de software, dentre eles o LINDO, a PL hoje, pode ser entendida sem ser necessário um conhecimento profundo de álgebra linear.

Tenta-se neste trabalho divulgar a PL por meio de um exemplo sobre a MATRIZ-INSUMO-PRODUTO de Leontief (Ehrlich, 1982 pg. 266-271.). No Exemplo, Ehrlich construiu o modelo de PL a partir da Matriz-Insumo-Produto, mas não deu a solução dele. Vamos usar o software LINDO para solucionar o modelo, e mostrar por meio do relatório fornecido pelo LINDO, quantas informações importantes podem ser obtidas desse relatório.

Palavras-chaves: Programação linear, matriz-insumo-produto, planejamento econômico

APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR (PL) EM PLANEJAMENTO ECONÔMICO

1. INTRODUÇÃO

Foi o professor Wassily Leontief o criador da técnica do input-output. Esta inovação importante deu às ciências econômicas um método empírico, útil para destacar a interdependência geral no sistema de produção de uma sociedade. No detalhe, o método fornece ferramentas para uma análise sistemática das transações interindústrias complicadas em uma economia.

O professor Leontief esboçou a técnica do input-output em 1930. Uma versão detalhada da análise foi publicada em 1941 no livro: “A Estrutura da Economia Americana-1919.” Uma versão consideravelmente prolongada, apareceu dez anos mais tarde.

A análise de input-output descreve a interdependência nos sistemas de produção como uma rede de entregas entre os vários setores da produção. Para cada setor da produção, os coeficientes técnicos definem as quantidades dos produtos intermediários que são requeridos por unidade produzida de cada produto.

As demandas finais dos produtos para o consumo, no modelo, são tratadas, geralmente, como determinadas por condições fora do sistema de produção. A finalidade da análise é então encontrar quanta produção tem que ser aumentada nos vários setores da economia para satisfazer dado aumento, ou de planejamento na demanda final para o consumo, o investimento e as exportações. A produção aumentada em cada setor tem que cobrir não somente a mudança na demanda final, mas também as mudanças derivadas na demanda para produtos intermediários nos vários setores da produção.

2. PROGRAMAÇÃO LINEAR, PLANEJAMENTO E EFICIÊNCIA ADMINISTRATIVA

A eficiência econômica abrange parte considerável da literatura econômica. Já a ineficiência pode ocorrer por ociosidade de fatores econômicos ou por uso que não permite a obtenção máxima de produção e bem-estar com um determinado nível de tecnologia e fatores de produção dados.

Remota é a preocupação em desvendar a causa e a natureza da riqueza entre as nações (SMITH, 1985). Mas não é suficiente conhecer a riqueza das nações ou as leis que regem a economia, a produção (MARSHALL, 1985) e o consumo (PARETO, 1981), é necessário planejar e controlar a produção para se obter acréscimos de produtividade do trabalho (TAYLOR, 1990).

Vários instrumentos são utilizados para prevenir ou elevar a eficiência econômica, por meio do planejamento (GITTINGER, 1984; CONTADOR, 1988). Entre esses modelos de análise de eficiência e de planejamento podem ser destacados: o instrumental relativo à otimização, máximos e mínimos, obtidos por meio das derivadas; pode-se utilizar o modelo de insumo-produto e pode-se, ainda, utilizar o modelo de Programação Linear com as respectivas soluções por meio do método simplex (NAYLOR, T. e VERNON, J, 1973). Qualquer um desses modelos de análise e planejamento representa larga e experimentada utilização. Todavia, na maior parte das vezes

representa um instrumental às vezes árido, complexo e de demorado desenvolvimento. Em especial em seu manuseio sem instrumento computacional. Muitos programas computacionais já foram desenvolvidos. No entanto, seu uso e interpretação envolvem complexidades que os tornam acessíveis apenas a uma elite de especialistas.

O exemplo desenvolvido com o programa LINDO constitui um avanço entre os programas computacionais no sentido de tornar a análise de Programação Linear e planejamento econômico mais acessível.

Pode-se dizer que as inovações tecnológicas percorreram dois longos caminhos: um, no sentido de substituir cada vez mais a força humana pelas forças da natureza (petróleo, energia elétrica e energia nuclear); o outro no sentido de facilitar a atividade humana no processo de ordenar os meios aos fins. As novas tecnologias não só permitem facilitar e suprimir atividades repetitivas e exigentes em força física, mas também agilizar a própria inteligência instrumental e otimizadora.

O programa LINDO se constitui em um poderoso instrumental no sentido de aprimorar e facilitar as aplicações relativas à inteligência instrumental. A inovação tecnológica se destaca, ainda, no sentido de tornar o uso da própria inovação sucessivamente mais acessível ao conjunto da sociedade, permitindo a generalização de seu uso.

Os avanços computacionais não só se destacam pela crescente capacidade de realizar tarefas mais e mais complexas, com maior rapidez na resolução, mas também, no sentido

de suas reais possibilidades de aplicação, ampliando a gama de usos. Para isso, torna-se decisivo o processo de simplificação dos processos de manuseio ou a simplificação da interface entre a máquina e o homem. Novamente o LINDO em sua aplicação na PL e Planejamento econômico e da produção não só permite generalização do uso como sua simplificação.

3. MATRIZ – INSUMO-PRODUTO

Tabelas insumo-produto servem para mostrar o inter-relacionamento entre os diversos setores da economia. Dessas tabelas, podemos concluir estudos sobre tecnologias empregadas no país, e também podemos estabelecer planos de que setores devem ser reforçados quando almejamos um determinado nível de produção de um bem final. Por exemplo, se almejamos aumentar a produção de automóveis, é preciso analisar o quanto deve ser investido em usinas de aço, que por sua vez requerem carvão, que por sua vez requer equipamentos pesados etc. É preciso enfatizar que, para fins de planejamento, supõe-se que as relações sejam todas lineares. Com isto as proporções entre insumos e produtos se mantêm constantes, não havendo economias ou deseconomias de escala. A tabela a seguir mostra o inter-relacionamento para um país fictício. A fim de poder somar produtos diferentes, somamos seu valor em u.m. (unidade monetária). A tabela mostra, pois, os valores em u.m. e, não, em unidades físicas.

Aplicação da programação linear (pl) em planejamento econômico

	Atividades Intermediárias							Demanda Final						H
	Agricultura	Pecuária	Ind. Extrativa	Ind. Livre	Ind. Pesada	Construção	Total Intermediário	Investimento fixo	Estoques	Governo	Consumo Final	Exportações	Importações	Total
	A	B	C	D	E	F	a	b	c	D	e	f	g	H
A. Agricultura	15	30	-	2	-	4	50	-	2	4	300	50	2	405
B. Pecuária	-	-	-	3	-	-	3	-	1	4	200	40	10	238
C. Indústria Extrativa	6	4	5	5	70	7	97	-	4	8	10	80	100	99
D. Indústria Leve	15	2	-	8	40	6	71	-	2	3	250	20	96	103
E. Indústria Pesada	10	2	20	15	70	5	12	20	13	25	200	18	100	296
F. Construção	-	-	4	7	6	-	17	37	-	8	70	-	-	132
G. Valor Adicionado	359	200	70	63	110	110	-	-	-	-	-	-	-	-
H. Total	405	238	99	103	296	132	-	-	-	-	-	-	-	-

a = soma das colunas anteriores (A, B, C, D, E, F)

$H = a + b + c + d + f - g$

Observe como a linha H e a coluna H apresentam os mesmos valores.

A partir da tabela acima, podemos calcular o PNB como o somatório dos valores adicionados (linha G) de cada setor da economia. Para o presente exemplo.

$$PNB = 359 + 200 + 70 + 63 + 110 + 110 = 912$$

Podemos reescrever a tabela acima mostrando a soma dos destinos da produção

	Demanda Intermediária										DF*		PT**						
A =	15	+	30		+	2		+	4		+	355	=	405					
B =					+	3					+	235	=	238					
C =	6	+	4		+	5		+	5		+	70	+	7		-	2	=	99
D =	15	+	2			+	8		+	40	+	6		+	32	=		103	
E =	8	+	2		+	20		+	15		+	70	+	5		+	175	=	296
F =					+	4		+	7		+	6				+	115	=	132

* Demanda Final

** Produção Total

Observando que $A = 405$; $B = 238$; etc.; chamamos as demandas finais de $x_1 = 355$; $x_2 = 235$; $x_3 = 2$; $x_4 = 32$; $x_5 = 175$; $x_6 = 115$.

Vamos reescrever as equações acima sob a forma:

A =	0,039A		+	0,126B				+	0,009D				+	0,030F		+	x ₁		
B =									+	0,012D						+	x ₂		
C =	0,026 ^A		+	0,017B		+	0,051C		+	0,020D		+	0,236E		0,053F		+	x ₃	
D =	0,039 ^A		+	0,008B					+	0,032D		+	0,135E		+	0,045F		+	x ₄
E =	0,021 ^A		+	0,008B		+	0,202C		+	0,060D		+	0,236E		+	0,038F		+	x ₅
F =						+	0,040C		+	0,028D		+	0,020E				+	x ₆	

Outro modo de escrever as equações acima é sob a forma matricial

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,039 & 0,126 & 0,000 & 0,009 & 0,000 & 0,030 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,012 & 0,000 & 0,000 \\ 0,026 & 0,017 & 0,051 & 0,020 & 0,236 & 0,053 \\ 0,039 & 0,008 & 0,000 & 0,032 & 0,135 & 0,045 \\ 0,021 & 0,008 & 0,202 & 0,060 & 0,236 & 0,038 \\ 0,000 & 0,000 & 0,040 & 0,028 & 0,020 & 0,000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix}$$

O que também pode ser escrito sob a forma:

$$Y = TY + \Delta$$

Onde Y é a produção total por setor, em nossa representação é um vetor coluna; T é a matriz da demanda intermediária; é uma matriz quadrada (no presente exemplo, de dimensão 6 x 6) e seus elementos caracterizam a estrutura tecnológica do país; Δ é o vetor da demanda final dos produtos.

Imaginemos que o governo pretenda alcançar uma certa meta tal que se alcance uma demanda final Δ^* . A pergunta é: qual deve ser a produção de cada setor para alcançar Δ^* desejada, isto é, qual o valor de Y^* ? Sabendo isto, é possível planejar uma política de investimentos balanceada em todos os setores, de modo a alcançar a meta desejada. Caso não haja meios suficientes e seja necessário recorrer ao comércio exterior, é então possível analisar o quanto se deve comercializar com o exterior e eventualmente encontrar alternativas que levem a um comércio balanceado.

Agora desejamos alcançar Δ^* . Supondo que a estrutura tecnológica (os elementos da matriz T) não se altere, podemos encontrar Y^* por:

$$\begin{aligned} Y &= TY + \Delta ; & Y - TY &= \Delta \\ (I - T)Y &= \Delta ; & Y &= (I - T)^{-1} \Delta \end{aligned}$$

Onde I é a matriz identidade, ou seja, para a meta deseja:

$$Y^* = (I - T)^{-1} \Delta^*$$

Primeiramente vamos calcular $(I - T)^{-1}$

$$(I - T) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,039 & 0,126 & 0,000 & 0,008 & 0,000 & 0,030 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,012 & 0,000 & 0,000 \\ 0,026 & 0,017 & 0,051 & 0,020 & 0,236 & 0,053 \\ 0,039 & 0,008 & 0,000 & 0,032 & 0,135 & 0,045 \\ 0,021 & 0,008 & 0,202 & 0,060 & 0,236 & 0,038 \\ 0,000 & 0,000 & 0,040 & 0,028 & 0,020 & 0,000 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,961 & -0,126 & 0,000 & -0,008 & 0,000 & -0,030 \\ 0,000 & 1,000 & 0,000 & -0,012 & 0,000 & 0,000 \\ -0,026 & -0,017 & 0,949 & -0,020 & -0,236 & -0,053 \\ -0,039 & -0,080 & 0,000 & 0,968 & -0,135 & -0,045 \\ -0,021 & -0,080 & -0,202 & -0,060 & -0,764 & -0,038 \\ 0,000 & 0,000 & -0,040 & -0,028 & -0,020 & 1,000 \end{pmatrix}$$

e invertendo esta matriz, resulta $(I - T)^{-1} =$

$$= \begin{pmatrix} 1,041 & 0,132 & 0,002 & 0,011 & 0,004 & 0,032 \\ 0,001 & 1,001 & 0,001 & 0,013 & 0,002 & 0,000 \\ 0,041 & 0,057 & 1,134 & 0,049 & 0,361 & 0,077 \\ 0,048 & 0,107 & 0,045 & 0,050 & 0,201 & 0,059 \\ 0,043 & 0,132 & 0,306 & 0,099 & 1,423 & 0,076 \\ 0,004 & 0,008 & 0,053 & 0,033 & 0,049 & 1,006 \end{pmatrix}$$

De modo que agora podemos prever a produção total (incluindo as demandas intermediárias) de cada setor em função das demandas finais. Assim, a partir da primeira linha da matriz inversa, temos que:

$$A = 1,041x_1 + 0,132x_2 + 0,002x_3 + 0,011x_4 + 0,004x_5 + 0,032x_6$$

De fato, para $x_1 = 355$; $x_2 = 235$; $x_3 = 2$; $x_4 = 32$; $x_5 = 175$; $x_6 = 115$, resulta:

$$A = 1,041 \times 355 + 0,132 \times 235 + 0,002 \times 2 + 0,011 \times 32 + 0,004 \times 175 + 0,032 \times 115$$

$$A = 369,555 + 31,02 + 0,004 + 0,352 + 0,704 + 3,68 = 405,315$$

O que, dentro da precisão dos cálculos, confere com o valor de 405 da tabela inicial.

Podemos, pois, projetar as necessidades de produções totais por setor Y em função da demanda final desejada ?. Vemos, pois, como tabelas insumo-produto são utilíssimas tanto para analisar a estrutura produtiva (tecnologia) de um país como para o planejamento econômico.

Por exemplo, podemos perguntar-nos qual deveria ser a produção da indústria pesada. E se quiséssemos um consumo final:

$$X_1 = 400; x_2 = 250; x_3 = 8; x_4 = 200; x_5 = 200; x_6 = 150. \text{ A resposta é:}$$

$$E = 0,043 \times 400 + 0,132 \times 250 + 0,306 \times 8 + 0,099 \times 20 + 1,423 \times 200 + 0,076 \times 150$$

$$E = 17,2 + 33 + 2,448 + 19,8 + 284,6 + 11,4 = 368,448$$

O que é um aumento substancial em relação ao valor de 296, que corresponde ao conjunto final anterior.

Como se afetariam os resultados se pudéssemos prever uma alteração tecnológica? Neste caso, mudariam os insumos e conseqüentemente os elementos correspondentes da matriz T das atividades intermediárias. Assim, para produzir 387 no setor agrícola, é possível que utilize mais fertilizantes, aumentando de 10 para 12 os insumos do setor de indústria extrativa e se diminua de 15 para 10 os insumos necessários do setor da indústria leve.

Pode ocorrer que, planejando-se uma demanda final desejada, seja necessário aumentar a produção de um determinado setor além do máximo incremento possível na prática (restrição que pode ser a falta de mão-de-obra especializada, ou falta de capital etc.). Neste caso, podem-se introduzir as restrições correspondentes a estes gargalos no desenvolvimento econômico e procurar maximizar a produção desejada. Recaimos, pois, num problema de programação linear.

Por exemplo, desejamos maximizar o consumo final da população em produtos agrícolas x_1 , pecuária x_2 , indústria extrativa x_3 , indústria leve x_4 , indústria pesada x_5 e construção x_6 . Entretanto, além da estrutura de interdependência entre os setores, sabemos que cada um deles tem um crescimento limitado, de modo que:

$$A \leq 386 (1 + 5\%) = 425,25$$

$$B \leq 238 (1 + 8\%) = 257,04$$

$$C \leq 99 (1 + 5\%) = 103,95$$

$$D \leq 103 (1 + 20\%) = 123,60$$

$$E \leq 296 (1 + 4\%) = 307,84$$

$$F \leq 132 (1 + 30\%) = 171,60$$

E o problema, sob forma de programação linear, fica:

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6$$

Sujeito às restrições da estrutura produtiva:

$$1,041x_1 + 0,132x_2 + 0,002x_3 + 0,011x_4 + 0,004x_5 + 0,032x_6 \leq 425,25$$

$$0,001x_1 + 1,001x_2 + 0,001x_3 + 0,013x_4 + 0,002x_5 + 0,000x_6 \leq 257,04$$

$$0,041x_1 + 0,057x_2 + 1,134x_3 + 0,049x_4 + 0,361x_5 + 0,077x_6 \leq 103,95$$

$$0,048x_1 + 0,107x_2 + 0,045x_3 + 1,050x_4 + 0,201x_5 + 0,059x_6 \leq 123,60$$

$$0,043x_1 + 0,132x_2 + 0,306x_3 + 0,099x_4 + 1,423x_5 + 0,076x_6 \leq 307,84$$

$$0,004x_1 + 0,008x_2 + 0,053x_3 + 0,033x_4 + 0,049x_5 + 1,006x_6 \leq 171,60$$

E a condição de não diminuir o consumo final de nenhum setor a fim de evitar recessões econômicas,

$$x_1 \geq 335$$

$$x_2 \geq 235$$

$$x_3 \geq 2$$

$$x_4 \geq 32$$

$$x_5 \geq 176$$

$$x_6 \geq 115$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

Existem muitas outras possibilidades para a formulação de objetivos a serem atingidos e restrições impostas na formulação do problema como programação linear; seria possível, por exemplo, restringir as importações.

O importante é observar como as relações insumo-produto permitiram a compreensão e a formulação da estrutura produtiva.

Terminado o exemplo de Ehrlich, iremos solucionar o modelo por meio do software LINDO, e fazer uma análise minuciosa do relatório fornecido pelo programa (veja ANEXO, o relatório fornecido pelo LINDO)

4. ANALISANDO O RELATÓRIO FORNECIDO PELO LINDO

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 914.2327 u.m. (o ponto substitui a vírgula)_

Indica o valor máximo encontrado para a função-objetivo. No nosso caso temos: valor máximo do consumo final da população em produtos agrícolas, pecuária, indústria extrativa, indústria leve, indústria pesada e construção igual a 914.2327 u.m.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	355.232635	0.000000
X2	235.000000	0.000000
X3	2.000000	0.000000
X4	32.000000	0.000000
X5	175.000000	0.000000
X6	115.000000	0.000000

Temos aqui os valores ótimos das variáveis de decisão. Portanto, a solução ótima foi (Value):

x1 = 355,23 (produção da agricultura)

x2 = 235,00 (produção da pecuária)

x3 = 2,00 (produção da indústria extrativa)

x4 = 32,00 (produção da indústria leve)

x5 = 175,00 (produção da indústria pesada)

x6 = 115,00 (produção da construção)

A coluna Reduced Cost (custo reduzido) pode ter duas interpretações válidas.

Primeiramente podemos interpretar o custo reduzido de uma variável, como a quantidade pela qual o coeficiente da função-objetivo da variável deveria ser aumentado de modo que sua solução seja diferente de zero. Portanto, todas as variáveis cujos valores na solução ótima já são diferentes de zero, possuem um valor zero para o custo reduzido (que é o caso do nosso exemplo), em que x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_5 e x_6 são diferentes de zero, resultando num custo reduzido igual a zero para cada uma das variáveis

Em segundo lugar, o custo reduzido nos fornece qual deveria ser o custo unitário (ou lucro unitário) daquela (s) variável (eis) que não participou (ram) da solução ótima.

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	19.696812	0.000000
3)	20.681757	0.000000
4)	0.124461	0.000000
5)	5.753832	0.000000
6)	0.000000	23.255814
7)	42.872066	0.000000
8)	20.232647	0.000000
9)	0.000000	-2.069767
10)	0.000000	-7.116279
11)	0.000000	-1.302325
12)	0.000000	-33.093021
13)	0.000000	-1.767442

Aqui temos as linhas correspondentes às restrições da produção de cada setor e do consumo final da população.

SLACK OR SURPLUS (folga ou excesso). Folga, quando a restrição é $\leq$ (se a folga for zero significa que todo o recurso disponível foi consumido. Se maior que zero, significa que sobrou recurso). Excesso, quando a restrição é $\geq$ (se o excesso for zero significa que todo o recurso disponível foi consumido. Se maior que zero, significa que foi utilizado recurso além do que tinha disponível)

SLACK = 0: folga (linha 6, correspondente à produção total da indústria pesada). Significa que se atingiu o limite da restrição; visto que a solução ótima para a maximização do consumo final da população em produtos agrícolas, pecuária, indústria extrativa, indústria leve, indústria pesada e construção foi respectivamente, $x_1 = 355,23$, $x_2 = 235$, $x_3 = 2$, $x_4 = 32$, $x_5 = 175$ e $x_6 = 115$. Realmente se atingiu o limite da restrição:

$$0,043x_1 + 0,132x_2 + 0,306x_3 + 0,099x_4 + 1,423x_5 + 0,076x_6 \leq 307,84$$

Veja, por exemplo, o caso da linha 2 (correspondente à produção do setor agricultura) em que temos **SLACK** = 19,696812. Visto que a restrição é:

$$1,041x_1 + 0,132x_2 + 0,002x_3 + 0,011x_4 + 0,004x_5 + 0,032x_6 \leq 425,25$$

SURPLUS = 20.232647: excesso (linha 8, correspondente ao consumo final da agricultura). Significa dizer que o consumo final da população em produtos agrícolas foi em excesso. A solução ótima para a maximização do consumo final da população foi $x_1 = 355,232635$. Realmente ultrapassou o limite da restrição: $x_1 \geq 335$ ou $x_1 - \text{SURPLUS} = 335$.

SURPLUS = 0.000000 (linhas 9, 10, 11, 12 e 13, correspondentes ao consumo final da produção da população em produtos da pecuária, da indústria extrativa, da indústria leve, da indústria pesada e da construção). Significa dizer que se atingiu o limite das restrições desses setores. Visto que, por exemplo, a solução ótima para a maximização do consumo final da população em produtos da pecuária, $x_2 = 235$. Portanto, atingiu-se o limite da restrição: $x_2 \geq 235$.

DUAL PRICES (ou preço-sombra) = 0.000000 (linhas 2, 3 4, 5 e 7, correspondentes à estrutura produtiva da agricultura, da pecuária, da indústria extrativa, da indústria leve e da construção, respectivamente), significa dizer que está havendo sobra de produção naqueles setores. Por exemplo, na agricultura está havendo uma sobra de produção de 19.696812 u.m. Dado um aumento na produção desses setores, dentro de certo limite (limite esse dado pela análise de sensibilidade), a maximização do consumo final da população não melhora, ou seja, não aumenta.

DUAL PRICES = 23.255814 (linha 6, correspondente à indústria pesada, significa dizer que dado um determinado aumento na produção da indústria pesada, dentro de certo limite, o valor da função-objetivo aumentará de 23.255814, ou seja, o consumo final da população por produtos do setor da indústria pesada aumentará de 23.255814 u.m.

DUAL PRICES NEGATIVO (linhas 9, 10, 11, 12 e 13, correspondentes ao consumo final por produtos da pecuária, da indústria extrativa, da indústria leve, da indústria pesada e da construção, respectivamente, significa dizer que dado um determinado aumento, dentro de certo limite, no consumo final, por exemplo, indústria pesada, o valor da função-objetivo piora, ou seja, o consumo final da população por produtos da indústria pesada diminui de 32.093021 u.m.

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

ROW	RIGHTHAND SIDE RANGES		
	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	425.250000	INFINITY	19.696812
3	257.040009	INFINITY	20.681757
4	103.949997	INFINITY	0.124461
5	123.599998	INFINITY	5.753832
6	307.839996	0.130532	0.870004
7	171.600006	INFINITY	158.562073
8	335.000000	20.232647	INFINITY
9	235.000000	6.590939	1.807438
10	2.000000	0.147775	2.000000
11	32.000000	6.124431	2.741714
12	175.000000	0.611387	0.124984
13	115.000000	11.447419	10.894815

Aqui temos os intervalos para os quais a base ótima não é alterada (análise de sensibilidade do modelo). Dentro desses limites o preço-sombra não é alterado. Por exemplo, a linha 2 correspondente ao setor agricultura, a produção total é 425,25 (CURRENT RHS = RECURSO ATUAL). Como ALLOWABLE INCREASE = INFINITY e ALLOWABLE DECREASE = 19.696812, logo, pode-se aumentar a produção total da agricultura de Infinito ou diminuir de 19.696812 sem que se altere o preço-sombra de nenhum setor. Portanto, se designarmos por PSA (Produção do Setor Agrícola), a produção desse setor pode variar dentro do intervalo:

$$405,553188 \leq \text{PSA} < \text{INFINITO},$$

sem que o preço-sombra se altere. Da mesma maneira, pode-se dar os intervalos para a produção dos outros setores, como também para o consumo final da população em cada setor.

CONCLUSÕES

Pela análise feita, tanto pela Matriz-Insumo-Produto como pela Programação Linear, chegou-se às seguintes conclusões:

- a) por meio da Matriz-Insumo-Produto pode-se fazer o planejamento econômico de um país, planejando as necessidades de produções totais por setor, em função da demanda final desejada;
- b) pode ocorrer em determinado momento que, planejando-se uma demanda final, seja necessário, na prática, aumentar a produção de um determinado setor, além do máximo incremento possível (restrição que pode ser, por exemplo, a falta de mão-de-obra especializada ou falta de capital, etc.). Nesses casos, podem-se introduzir as restrições correspondentes a esses gargalos, no desenvolvimento econômico, e procurar maximizar a produção desejada. Esse tipo de planejamento econômico não é possível ser realizado através da Matriz-Insumo-Produto. Para se realizar tal tipo de planejamento econômico, tem-se que recorrer à Programação Linear. Foi realmente o que foi visto no desenvolvimento do presente trabalho
- c) já que o modelo de Programação Linear só pode ser construído a partir da matriz inversa da Matriz-Insumo-Produto, logo, combinando a Programação Linear com a Matriz-Insumo-Produto, o resultado dessa combinação fornece uma ferramenta de fundamental importância, tanto para analisar a estrutura produtiva (tecnologia) como também para o planejamento econômico de um país.

BIBLIOGRAFIA

CONTADOR, Cláudio Roberto. *Avaliação Social de Projetos*. São Paulo, Atlas, 1988.

EDUARDO, Leopoldino de. *Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para a análise de decisão*. Rio de Janeiro: LTC Editora, 1990.

EHRLICH, Pierre Jacques. *Pesquisa operacional: curso introdutório*. -- 4. Ed. -- São Paulo: Atlas, 1982.

GITTINGER, J. Price. *Análisis económico de proyectos agrícolas*. Madrid, Tecnos, 1984.

MARSHALL, Alfred. *Princípios de economia*. 2 v. São Paulo, Nova Cultural, 1985.

NAYLOR, Thomas e VERNON, John. *Economia de la empresa*. Buenos Aires, Amorrortu, 1973.

PARETO, Vilfredo. *Manuel d'économie politique*. Genève, Droz, 1981.

PRADO, Darci. *Programação linear: Série pesquisa operacional*, vol. 1 (inclui CD-ROM com cópia do software LINDO). Belo Horizonte: Editora de Desenvolvimento Gerencial, 1999.

RAMALHETE, Manuel. Programação linear. Vol. 1 - Portugal: McGraw-Hill;, s/d.

SILVA, Ermes Medeiros da. Pesquisa operacional: para os cursos de Economia, Administração e Ciências Contábeis. 2.ed. - São Paulo: Atlas, 1996. .

SMITH, Adam. *A riqueza das nações*. 2 v. São Paulo, Nova Cultura, 1985, 765p.

TAYLOR, Frederick Winstlow. *Princípios de administração científica*. São Paulo, Atlas, 1995..

ANEXO

Após a execução do modelo (do presente exemplo), o LINDO forneceu o relatório de resultados mostrado a seguir:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 9**OBJECTIVE FUNCTION VALUE**

1) 914.2327

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	355.232635	0.000000
X2	235.000000	0.000000
X3	2.000000	0.000000
X4	32.000000	0.000000
X5	175.000000	0.000000
X6	115.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	19.696812	0.000000
3)	20.681757	0.000000
4)	0.124461	0.000000
5)	5.753832	0.000000
6)	0.000000	23.255814
7)	158.562073	0.000000
8)	20.232647	0.000000
9)	0.000000	-2.069767

10)	0.000000	-6.116279
11)	0.000000	-1.302325
12)	0.000000	-32.093021
13)	0.000000	-0.767442

NO. ITERATIONS = 9

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

ROW	RIGHTHAND SIDE RANGES		
	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	425.250000	INFINITY	19.696812
3	257.040009	INFINITY	20.681757
4	103.949997	INFINITY	0.124461
5	123.599998	INFINITY	5.753832
6	307.839996	0.130532	0.870004
7	171.600006	INFINITY	158.562073
8	335.000000	20.232647	INFINITY
9	235.000000	6.590939	1.807438
10	2.000000	0.147775	2.000000
11	32.000000	6.124431	2.741714
12	175.000000	0.611387	0.124984
13	115.000000	11.447419	10.894815