



CONTINGÊNCIA E A INCOMPLETUDE DE GÖDEL: Expressão 0^0 e como o que deve ser feito o início da ciência

Carlos José Amorim da Silva¹
Wellington Lima Amorim²

RESUMO: O conceito de contingência refere-se à ideia de que certos eventos ou fenômenos são dependentes de circunstâncias específicas ou condições que podem ou não ocorrer. Em outras palavras, algo é contingente quando sua ocorrência não é necessária ou determinada, mas sim resultado de fatores contingentes. Esse conceito está presente em várias áreas do conhecimento, como filosofia, ciências sociais e ciências naturais. Na filosofia, a contingência está relacionada à questão do livre-arbítrio e da liberdade de escolha. Ela sugere que as ações humanas e suas consequências não são predestinadas, mas sim influenciadas por uma série de fatores contingentes, como circunstâncias pessoais, sociais e ambientais. Isso implica que diferentes escolhas e resultados são possíveis em uma dada situação, dependendo das condições específicas que a cercam. Na ciência, a contingência desempenha um papel importante na compreensão dos fenômenos naturais. Muitos eventos e processos na natureza são considerados contingentes, pois dependem de uma combinação específica de fatores, como temperatura, pressão, composição química, entre outros. A compreensão desses fatores contingentes é essencial para prever e explicar os padrões observados na natureza. Por outro lado, a incompletude de Gödel é um resultado fundamental na lógica matemática. Esse resultado demonstra que certos sistemas formais axiomáticos consistentes são intrinsecamente incompletos, ou seja, existem afirmações verdadeiras dentro desses sistemas que não podem ser provadas a partir de seus axiomas. A incompletude de Gödel é baseada em uma construção conhecida como "sentença de Gödel", que é capaz de expressar uma afirmação autorreferente sobre sua própria não-probabilidade dentro do sistema formal. Essa sentença é verdadeira, mas não pode ser provada dentro do próprio sistema. Isso demonstra que o sistema é incapaz de provar todas as verdades matemáticas sobre si mesmo. Esse resultado tem implicações profundas para a matemática e a filosofia da matemática. Ele questiona a ideia de que um sistema formal pode ser totalmente axiomatizado e capaz de provar todas as verdades matemáticas. Além disso, a incompletude de Gödel sugere que a intuição e a criatividade humana desempenham um papel crucial na descoberta e na compreensão dos princípios matemáticos, pois existem afirmações verdadeiras que não podem ser deduzidas mecanicamente a partir de um conjunto fixo de axiomas.

Palavras-chaves: Contingência; Filosofia, Matemática; Gödel, axioma, liberdade;

ABSTRACT: The concept of contingency refers to the idea that certain events or phenomena are dependent on specific circumstances or conditions that may or may not occur. In other words, something is contingent when its occurrence is not necessary or determined, but rather the result

¹ Mestre em Matemática. Universidade Federal Fluminense. E-mail: camorim@id.uff.br

² Doutor em Ciências Humanas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. E-mail: wellington.amorim@gmail.com



of contingent factors. This concept is present in several areas of knowledge, such as philosophy, social sciences and natural sciences. In philosophy, contingency is related to the issue of free will and freedom of choice. It suggests that human actions and their consequences are not predestined, but rather influenced by a series of contingent factors, such as personal, social and environmental circumstances. This implies that different choices and outcomes are possible in a given situation, depending on the specific conditions surrounding it. In science, contingency plays an important role in understanding natural phenomena. Many events and processes in nature are considered contingent, as they depend on a specific combination of factors, such as temperature, pressure, chemical composition, among others. Understanding these contingent factors is essential for predicting and explaining patterns observed in nature. On the other hand, Gödel's incompleteness is a fundamental result in mathematical logic. This result demonstrates that certain consistent axiomatic formal systems are intrinsically incomplete, that is, there are true statements within these systems that cannot be proved from their axioms. Gödel's incompleteness is based on a construction known as a "Gödel sentence", which is capable of expressing a self-referential claim about its own non-probability within the formal system. This sentence is true, but it cannot be proved within the system itself. This demonstrates that the system is incapable of proving all mathematical truths about itself. This result has profound implications for mathematics and the philosophy of mathematics. He questions the idea that a formal system can be fully axiomatized and capable of proving all mathematical truths. Furthermore, Gödel's incompleteness suggests that human intuition and creativity play a crucial role in discovering and understanding mathematical principles, as there are true statements that cannot be mechanically deduced from a fixed set of axioms.

Keywords: Contingency; Philosophy, Mathematics; Gödel, axiom, freedom;

I

Os teoremas da incompletude de Gödel (TIGs) são afirmações lógicas que podem ser aplicadas a todos os campos das ciências, inclusive à matemática. Os TIGs asseguram que existe uma fronteira entre o elucidável e os axiomas que se deve assumir como verdade e são indemonstráveis, ou seja, há verdades declaradas que não podem ser provadas. Existem vários modos de expor os dois TIGs, uma versão mais simples que aglutina os dois: “Em uma teoria formal sempre existe uma afirmação que não pode ser provada dentro da teoria, mesmo que a verdade seja aparente” (VERMA, 2016, p. 120) ou uma versão completa:



Teorema 1: Qualquer teoria axiomática, recursivamente enumerável, capaz de expressar algumas verdades básicas de aritmética, não pode ser, simultaneamente, completa e consistente. Teorema 2: Uma teoria recursivamente enumerável e capaz de expressar verdades básicas de aritmética, e alguns enunciados da Teoria da Prova, pode provar sua própria consistência se, e somente se, for inconsistente. (SOUZA, 2018, pp. 192-193)

Os TIGs afirmam que em qualquer sistema formal consistente, sempre haverá declarações que podem ser verdadeiras, mas que não são demonstráveis no sistema e que é impossível provar a sua consistência por meio dos seus próprios métodos de formalização, ou seja, sempre haverá uma conjectura ou axioma, aparentemente verdadeiro, que não pode ser provada dentro da própria teoria. Vamos exemplificar. A geometria euclidiana é suportada por cinco postulados que permitem construir um sistema consistente, que não podem ser provados e são aceitos como verdadeiros, porém quando se é negado o quinto postulado (em um ponto fora de uma reta pode-se traçar uma única reta paralela à reta dada), temos a abertura do leque das geometrias não euclidianas. Logo, o quinto postulado pode ser verdadeiro ou falso simultaneamente. Deste modo, podemos observar que existe uma fronteira entre os postulados geométricos que são suportes e assumidos como verdadeiros e toda teoria geométrica construída *a posteriori*.

Os TIGs permitem inferir que a consistência da aritmética a torna incompleta, pois não é possível formular uma relação completa de regras para a aritmética, esclarecendo e formalizando todo o conhecimento. O zero é uma abstração, e, valores como o zero fatorial ($0!$), zero elevado a zero (0^0) e zero vírgula zero ($0,0$) são estágios superiores de abstração. Assim, qualquer afirmação sobre seus possíveis valores serão uma nova abstração. A identidade zero fatorial é igual a um ($0! = 1$) é normalmente aceita por definição, caso contrário muitas aplicações como a dos números fatoriais seriam comprometidas. O valor de 0^0 pode ser considerado igual a 1 ou visto como uma indeterminação, dependendo do conjunto em que se considera a operação. Agora os valores 0 e $0,0$ podem ser qualificados



como elementos idênticos, com as mesmas propriedades, ou ainda como elementos pertencentes a conjuntos distintos. Considerando que os possíveis resultados para o valor de 0^0 oscilam entre o valor da unidade e a indeterminação, não existe erro em adotar uma das duas respostas. Porém, quando se escolhe uma solução, devemos respeitar toda a construção posterior. Então, quando afirmamos que o valor de 0^0 é uma indeterminação devemos, por exemplo, estabelecer critérios especiais e compatíveis nas definições de séries, polinômios ou binômios de Newton, ou seja, este resultado estará dentro dos axiomas ou regras que devemos assumir como verdade, estabelecendo as fronteiras conforme os critérios adotados. Exemplificando, vamos apresentar duas séries, uma função polinomial de grau n e o Binômio de Newton considerando que o 0^0 é uma indeterminação:

$$a) e^x = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

$$b) \frac{1}{1-x} = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\infty} x^k & \text{se } 0 < |x| < 1 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

$$c) p(x) = a_0 + \sum_{j=1}^n a_j x^j = a_0 + a_1 x^1 + \dots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

$$d) (a+b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \dots + \binom{n}{1} a^1 b^{n-1} + \binom{n}{n} b^n$$

para $n > 0 \wedge n \in \mathbb{N}$

Por sua vez, a afirmação aritmética de que o valor de $0^0 = 1$ é outra que pode ser provada, como já visto na potenciação cardinal, ou mesmo que pode ser convenientemente definido seu valor como igual a um, assim como ocorre com o $0!$. Então, quando afirmamos que o valor de 0^0 é igual a um, podemos reescrever as duas séries, a função



polinomial de grau n e o Binômio de Newton apresentados anteriormente conforme este outro critério e exibidos a seguir:

$$a) e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$b) \frac{1}{1-x} = \sum_{k=0}^{\infty} x^k \quad \text{se } -1 < x < 1$$

$$c) p(x) = \sum_{j=0}^n a_j x^j = a_0 x^0 + a_1 x^1 + \dots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

$$d) (a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

para $n \geq 0 \wedge n \in \mathbb{N}$

Podemos observar que a dotação do valor unitário simplifica a exibição das expressões selecionadas, porém isso não restringe a escolha de qualquer solução, pois pode ser mais elegante para uns atribuir o valor unitário para o 0^0 , ao passo que para outros a indeterminação pode ser mais confortável. Cabe ressaltar que uma vez realizada a escolha da solução para o valor do 0^0 , esta deve orientar todo texto matemático a ser construído ou elaborado *a posteriori*. Todavia, não se pode reduzir tão simplesmente a uma escolha que seja confortável, uma vez que o argumento nos exige muito mais e nos coloca diante da seguinte indagação: *como fazer o começo?*

II

Foi somente na Modernidade, especialmente com os TIGs, que a filosofia e a matemática se depararam com a dificuldade de se determinar o início em que se deve ser feito a Ciência. Para a filosofia de Hegel, a Ciência precisa ser necessariamente realizada



através da mediação, e não pode ser reduzida a um saber imediato, arbitrário, a uma simples escolha entre o que é mais confortável e o que não é para aquele que constrói o edifício científico com o texto matemático. Na opinião de Hegel: “É fácil mostrar que ele não pode ser nem um nem outro, e assim ambos os modos de iniciar encontram sua refutação” (HEGEL, 2016, p. 49). Para o filósofo, o início da filosofia ou de qualquer conhecimento que se pretenda ser Ciência é conteúdo determinado e não pode ser reduzido ao seu aspecto formal, seja ele água, um, *nous*, ideia, substância ou mônada. O início é sempre algo recolhido, subjetivo, ou seja, o fundamento último do Todo não pode ser reduzido ao um aspecto vazio e formal, ou ainda, ao nada. O que está em jogo nesta argumentação é o início lógico da filosofia e do fazer Ciência. Todavia, a aporia se apresenta flagrantemente quando se exige uma determinação objetiva do 0^o , através de uma escolha confortável entre 1 ou indeterminação (0^o), ou seja:

Se o saber da verdade é um saber imediato, pura e simplesmente, uma crença ou um saber mediado [...] aqui somente pode ser indicado, a partir do que foi dito, que não existe nada, nem no céu, nem na natureza ou no espírito ou seja lá aonde for que não contenha imediatamente a imediatidade bem como a mediação de modo que essas duas indeterminações se mostram como inesperadas ou inseparáveis e aquela oposição como algo nulo. (HEGEL, 2016, p. 50)

Todavia, a indeterminação não pode ser descartada por uma simples escolha, ou seja, se a Ciência exige uma determinação para o seu início, a indeterminação concebida como o que há de mais recolhido e subjetivo não pode ser excluído. Existe um embaraço nos últimos 100 anos, quando se reconheceu a existência dos fenômenos quânticos, desafiando a ontologia e os princípios mais básicos da metafísica. É neste sentido que o verbo *aufheben* possui duas interpretações que se entrelaçam entre si: superar e guardar. Supera-se a indeterminação (0^o) digerindo, degustando, depurando e guardando a indeterminação (0^o), produzindo e emergindo em uma forma determinada (1). Isto é movimento, que posteriormente pode ser denominado como desenvolvimento dialético. Esse movimento produzirá uma digestão, purificação, que produzirá um movimento entre



o e 1, nada e Ser, indeterminação (0^0) e determinação (1) nas diversas multiplicidades existentes. Isso se dá porque ao não se pressupor nada de determinado já estamos pressupondo tudo indeterminadamente. A indeterminação (0^0) apresenta-se como o vazio. E, por isso, o 1 é igual ao 0, de modo que este princípio contém em si o 1 e o 0 em uma mesma unidade. O 1 indeterminado (0^0) precisa do 0, sendo o movimento desses dois elementos que nos levam ao conhecimento matemático e filosófico.

Por se apresentarem como determinações imanentes ao 1, pelo movimento de dupla negação, vão garantir a unidade entre o 1 e o 0. Ou melhor, ao se pensar o movimento dialético sob olhar formal da filosofia da matemática, se chegará à conclusão de que 1 é 0 e Ser é Nada. Para compreendermos o que realmente acontece, precisaríamos nos enveredar pelas vias da metafísica tradicional, na qual veríamos o 0 como indeterminação (0^0). Teríamos desta forma duas proposições: 1ª – “O 1 é”; 2ª – “O indeterminado (0^0) não é”. Nestas duas proposições notaremos: 1ª – Tanto 1 quanto o 0 estão em completa indeterminação (0^0); 2ª – Estamos diante de dois opostos que se mostram: um como afirmação (1) e o outro como negação, indeterminado (0^0). A partir daí ocorrerá uma dupla negação, onde o 1 se afirmará diante da indeterminação (0^0). Se fizermos a seguinte negação: “O 1 não é”, notaremos que estamos falando exatamente do indeterminado, (0^0), dessa forma notamos que o 1 se converteu no indeterminado (0^0). Seguindo o mesmo exemplo, ao afirmarmos o “indeterminado (0^0) é” haverá uma conversão imediata do indeterminado (0^0) ao determinado (1). Assim, é através da dupla negação que os opostos convertem-se em seu contrário. O mesmo se passa por intermédio da relação entre 1 e 0. O 0 como completa negação do 1, ou seja, o indeterminado (0^0) ao ser negado pelo 1 e o 1 quando é afirmado pelo indeterminado (0^0), ou seja, o 0, as diferenças entre um e o outro são supressas (*aufgehoben*), devido ao caráter de indeterminação que os dois apresentam. Desse modo, existe uma conversão do 0^0 , indeterminado, Nada, em 1, Ser, ou ainda, 1, Ser, no nada, indeterminado, 0^0 . Isto somente é possível devido ao movimento circular em que os polos de opostos são capazes de se dobrarem sobre si mesmos, autodeterminação, retroalimentação, círculo virtuoso, boa



infinitude, autoconsciência, autocausação, auto-organização, autoconstitutivos, autopoieses. É importante dizer que esse movimento imanente que se autodetermina não assume o feitiço de uma simples soma. É Espírito (*Geist*).

III

Com isso, é viável fundamentar, representando logicamente através de characters matemáticos a ‘vida do Espírito’? Em última instância, é possível fundamentar o movimento pulsante, circular, que o indeterminado, (o^o), produz com a ‘vida contingente’ ou ‘a vida em devir’? Se pensarmos em uma resposta positiva para esta pergunta provocativa é preciso admitir que este círculo lógico virtuoso composto pelo o (nada), o^o (indeterminado) e 1 (Ser), não pode pressupor nada externo e que poderia permitir um conhecimento absoluto e verdadeiro. Todavia, um sistema filosoficamente racional, expresso em um texto matemático, somente pode existir se pressupormos a irracionalidade. Como ter um conhecimento absoluto se excluimos a contradição, devido a exigência do princípio do terceiro excluído ou da não-contradição? Sendo assim, mais uma vez nos deparamos com a ‘vida do Espírito’ e acessá-lo, posteriormente representá-lo, é antes de tudo possuir um conhecimento primordial que pode estar para além da Filosofia, Ciência ou o texto matemático. Aristóteles denominou como *nous*.

Porém, este conhecimento primordial não é transcendente, o que seria uma crença presunçosa, e que pode ser exemplificado nas lideranças carismáticas das tribos, na representação dos presidentes da República, nos simulacros produzidos pelos psiquiatras, psicanalistas e administradores de empresas, na classe operária, pátria, progresso, saúde, segurança, democracia, socialismo etc. Pelo contrário, este conhecimento primordial se instala na imanência absoluta da vida que se dá entre a potência, o^o (indeterminado), e o ato que se expressa em o (nada) ou 1 (Ser). Todavia, o que provoca o movimento da potência ao ato? Potência pode ser definida como sendo uma grandeza escalar que nos dá a velocidade com que algo se transforma, realiza um trabalho através de uma força. Ou seja,



é o trabalho do Espírito (*Geist*), ou *Lógos*. O ato é *Lógos* que pode ser compreendido como processo sempre buscando atualizar a potência, *pathos*, passividade, substância ou unicidade que forma matéria.



REFERÊNCIAS

VERMA, S. IDEIAS GENIAIS NA MATEMÁTICA: maravilhas, curiosidades, enigmas e soluções brilhantes da mais fascinante das ciências. Tradução Amanda Pavani. 2. ed. Belo Horizonte: Ed. Gutenberg, 2016.

SOUZA, M. H. 21 Teoremas Matemáticos que Revolucionaram o Mundo. 1. ed. São Paulo: Ed. Planeta do Brasil, 2018.

HEGEL, G. W. F. Ciência da lógica - 1: A doutrina do Ser. Editora Vozes. Rio de Janeiro. 2016.

_____. Ciência da lógica - 2: A doutrina da essência. Editora Vozes. Rio de Janeiro. 2016.

_____. Ciência da lógica - 3: A doutrina do conceito. Editora Vozes. Rio de Janeiro. 2016.