

Possibilidades de uso direto de altitude elipsoidal em obras de engenharia

Daniel Carneiro da SILVA & Claudia Vergetti de A. SILVA

Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Universidade Federal de Pernambuco. Av. Professor Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária, 50670-901, Recife, PE, Brasil. (daniel.csilva@ufpe.br, claudia_vergetti@hotmail.com).

Recebido em 10/2015. Aceito para publicação em 07/2017.

Versão online publicada em 21/10/2017 (www.pesquisasemgeociencias.ufrgs.br)

Resumo - As alturas e diferenças de altura nas obras de engenharia são determinadas normalmente por nivelamento topográfico geométrico, que fornece as altitudes ortométricas, mas também está sendo usado o nivelamento com receptores GNSS (*Global Navigation Satellite System*) que fornece altitudes elipsoidais. As primeiras são medidas em relação ao geoide, mas também podem ser obtidas a partir das altitudes elipsoidais, desde que seja conhecida a ondulação geoidal no local. Como essa transformação contém erros inerentes aos nivelamentos e métodos de obtenção da ondulação geoidal, essa metodologia não tem fácil aplicação na prática diária das engenharias. Este trabalho tem por objetivo analisar as possibilidades de uso da altitude elipsoidal em obras de engenharia de modo direto, sem a sua transformação para a altitude ortométrica. Para isto foram executados inicialmente nivelamentos geométricos e GNSS em uma área com 2,13 km², de modo a gerar um mapa de ondulação geoidal local de acordo com a metodologia usual de transformação. Neste processo foi possível identificar vários erros grosseiros de diversas origens no nivelamento GNSS; comparar as precisões das altitudes pelos dois métodos e analisar a influência dos erros na geração do geoide e na grandeza dos gradientes de suas ondulações. Na verificação do uso direto do nivelamento GNSS em obras de declividade muito baixa que exigem grande precisão de nivelamento geométrico, é proposta uma análise conjunta dos valores dos gradientes e dos sentidos das declividades da obra e da ondulação geoidal. Finalmente, são sugeridos procedimentos a serem seguidos sobre o uso direto de altitudes elipsoidais, de acordo com as especificações de nivelamentos de baixa, média e alta precisão em obras de engenharia civil.

Palavras-chave: altitude ortométrica, altitude geométrica, ondulação geoidal.

Abstract - POSSIBILITIES OF DIRECT USE OF ELLIPSOIDAL ELEVATION IN ENGINEERING WORKS. The heights and height differences in engineering works are usually determined by differential levelling, which provides orthometric altitudes. However the levelling with GNSS (Global Navigation Satellite System) receivers, which provides ellipsoidal altitudes, is also being disseminated. The former are measured in relation to the geoid surface and may also be obtained through ellipsoidal altitudes, as long as the geoid undulation in the place is known. Since this transformation contains errors inherent to the levelling and methods used for obtaining the geoid undulation, this methodology is not easily applicable in the daily practice of engineering. This work aims to analyse the possibilities of the use of ellipsoidal altitudes in engineering works directly, without the transformation to orthometric altitude. For this, topographic and GNSS levelling were made in an area with 2,13km² to generate a local geoid undulation map according to the usual transformation methodology. In this process, several large mistakes of diverse origins were found. Also, the precision of the altitudes acquired by the GNSS and geometric levelling methods, as well as the influence of the errors in the generation of the geoid and its undulation gradients were compared and analysed. In the verification of the direct use of GNSS levelling in works of the very low declivity, such as drainage canals, which require great precision, an analysis of the gradients values and declivities direction is proposed. Finally, they are suggested procedures to be followed by the direct use of ellipsoidal altitudes, according to the specifications for civil engineering works that require levelling of low, medium and high precisions.

Keywords: orthometric height, geometric elevation, geoid undulation.

1 Introdução

De modo geral as obras de engenharia necessitam de medições de alturas e de desníveis do terreno e elementos do projeto, com diferentes intervalos ou graus de precisões, de alguns milímetros a vários centímetros, em valores absolutos ou relativos e nas diferenças nos casos de cálculos de declividades. Já em mapeamentos topográficos, as diferenças de altitude ou de altura do terreno variam de centímetros a metros, conforme a finalidade e escala do mapa.

Nas ciências geodésicas existem vários tipos de altitudes, sendo mais conhecidas as altitudes ortométricas e as geométricas (ou elipsoidais). As altitudes ortométricas são determinadas através de nivelamentos geométricos e de correções ortométricas obtidas de informações gravimétricas, sendo as mais indicadas para as engenharias porque definem o sentido de escoamento de líquidos e a verticalidade de prédios. Já as altitudes elipsoidais são obtidas através dos receptores GNSS (*Global Navigation Satellite System*), e são de grandeza puramente matemática, pois se referem ao Elipsoide adotado para o sistema geodésico de referência. Os receptores GNSS vêm sendo atualmente utilizados também para levantamentos topográficos por serem instrumentos de fácil utilização no campo e de rápida obtenção de coordenadas, inclusive para nivelamentos em aplicações de menor precisão.

Para evitar possível confusão de terminologia, neste artigo, o nivelamento topográfico geométrico é o que obtém as altitudes ortométricas (embora não sejam realizadas as correções gravimétricas), a altitude geométrica derivada do GNSS será chamada de altitude elipsoidal e o levantamento de altitudes com GNSS de nivelamento GNSS.

A altitude elipsoidal pode ser transformada em altitude ortométrica desde que se conheça a ondulação geoidal do lugar. Para isto o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) disponibiliza o MAPGEO2015 (Modelo de Ondulação Geoidal) para o Brasil, com uma resolução de 5' de arco. O sistema de interpolação fornece a ondulação geoidal (N) nos pontos desejados, referida aos sistemas geodésicos de referência SIRGAS2000 (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas, em sua realização do ano de 2000) e SAD69 (*South American Datum* 1969). No Brasil, o desvio padrão da ondulação do MAPGEO2015 é de 17 cm, sendo que em alguns países, como nos E.U.A. (NOAA, 2008), a precisão chega a poucos centímetros (Seeber, 2003).

Autores como Svábensky & Weigel (2002) e Seeber (2003) relacionam as aplicações de levanta-

tamentos GNSS em vários serviços e obras de engenharia, sendo que o último ainda mostra que as altitudes GNSS podem ser usadas diretamente para monitorar deslocamentos verticais. De modo geral a conversão de altitude elipsoidal para altitude ortométrica para uso em obras e serviços de engenharia obedecem alguns procedimentos padrões a partir de um geóide local obtido por medições com GNSS, como visto em alguns trabalhos acadêmicos realizados no Brasil, como Arana (2003, 2004), Goldani & Quintas (2010) e Cerqueira & Romão (2010). Porém o uso direto da altitude GNSS, sem a conversão para ortométrica, nas aplicações gerais em engenharia é raramente discutido, sendo exceções El-Shazly & Adel (2005) e Silva (2012).

As exigências de precisão da altimetria das obras de engenharia podem ser enquadradas nos mesmos padrões das normas do nivelamento geométrico em baixa, média e alta precisão, sendo que as determinações de geóides têm precisões suficientes para baixa e média precisão (Seeber, 2003). Ocorre ainda que sob as condições de serviços na prática diária da engenharia a obtenção de um geóide local e preciso não é tarefa trivial, e nem sempre é adotada a metodologia adequada. As determinações de geóides de precisão no Brasil ainda enfrentam dificuldades. Segundo Monico (2000) é um objetivo ainda a ser alcançado e segundo (Souza & Sá, 2007) esse problema pode ter origem em distorções da rede ortométricas. Em Zilkoski *et al.* (1997) é discutida a necessidade da observação rigorosa de várias ações a serem executadas para a obtenção de geóides de alta precisão, na ordem de 2 a 5 cm, nos EUA (NOAA, 2008), sendo necessário para isso cumprir especificações que envolvem três regras básicas, quatro sugestões de controle e cinco procedimentos, todos eles muito bem definidos.

Este trabalho analisa inicialmente os principais fatores que afetam a precisão durante a obtenção de um geóide local, com ênfase no método geométrico, mais usado na prática, e propõe uma análise das declividades em obras de drenagem com as relações entre as declividades mínimas e máximas das ondulações geoidais. Propõe também um indicador de precisão para o nivelamento GNSS que facilite a comparação com os padrões dos nivelamentos geométricos adotados em obras e projetos. Em seguida são analisados os resultados dos diversos nivelamentos GNSS realizados para gerar um geóide local suficientemente preciso, em uma área com alguns quilômetros quadrados, cujas dimensões são compatíveis, por exemplo, com obras de urbanização e drenagem. As discrepâncias de altitudes encontradas entre várias determinações

em pontos da rede, incluindo resultados dos processamentos com programas diferentes e medições repetidas, são discutidas e comparadas com os padrões técnicos de nivelamento geométrico e com exemplos de exigências mais rigorosas em obras de drenagem. Essas análises permitiram definir sugestões de procedimentos para uso direto das altitudes elipsoidais, sem a usual transformação para ortométrica, para obras com níveis de precisões baixo e médio.

2 Materiais e métodos

Para os experimentos foi escolhida uma área com cerca 2,0 km² e maior linha de base com cerca de 1,4 km, dimensões consideradas adequadas, por exemplo, para projetos de engenharia como urbanização de ruas ou implantação de obras de drenagem.

A definição da metodologia partiu de duas considerações principais. A primeira utiliza bases da teoria presente em ampla literatura e dos usos na prática corrente em ambientes de execução de obras, que envolvem os nivelamentos GNSS e conversões para altitudes ortométricas com um geóide geométrico local. A segunda analisa as características e diferenças entre os tipos de nivelamentos quanto aos indicadores de precisão, as relações entre as declividades do geóide e projeto e suas implicações nas obras de engenharia, visando o uso direto do nivelamento GNSS e como os erros deste podem interferir em obras de drenagem.

Para cumprir esse objetivo foram observadas algumas premissas definidas a seguir.

O procedimento padrão para conversão de altitudes elipsoidais para ortométricas é usar um geóide, obtido por algum método que forneça a precisão necessária, de modo que se obtenha a ondulação geoidal no ponto desejado. Porém, no dia a dia são implantados os geóides geométricos com metodologias não adequadas, simples, rápidas e sem controles estatísticos que podem não atingir a precisão necessária (Monico, 2000). Para fins de avaliação desse procedimento foi gerado um geóide com método simples, porém com adequado controle de precisão.

Os critérios de avaliação de precisões dos nivelamentos, geométrico e GNSS, são diferentes, sendo necessário definir um modo fácil de comparação. Enquanto no nivelamento geométrico a precisão é avaliada por um valor de tolerância máxima proporcional à distância entre os pontos extremos de cada trecho nivelado, em seções ou no total, no GNSS a precisão é informada pelo relatório de processamento e tem relação com a distância à base e

não entre pontos sucessivos.

Os levantamentos GNSS têm precisão muito menor que o indicado pelos relatórios de processamento (Monico, 2000) e também as altitudes têm precisão menor que as planimétricas (Seeber, 2003; Stepniak *et al.*, 2013). Além disso, tem sido observadas diferenças significativas de coordenadas planimétricas e altimétricas nas comparações de processamentos com softwares diferentes, rastreamento em horários e dias diferentes, e entre os métodos de rastreamento. Estas discrepâncias têm implicações nas altitudes obtidas diretamente ou transformadas.

A ondulação do geóide varia poucos milímetros em pequenas áreas, portanto não apresenta picos ou depressões. Isto implica que pode ser estimado o erro sistemático ao se usar o nivelamento GNSS diretamente a partir de um modelo de ondulação nacional existente, como o MAPGEO, e serem analisadas as tolerâncias nas altitudes de obras desde poucos metros de extensão até vários quilômetros, como em estradas ou canais.

2.1 Considerações quanto às precisões de nivelamentos e tipos de geóides

As precisões e tolerâncias nas altitudes necessárias para os projetos e obras de engenharia variam de milímetros a metros, e exigem métodos de levantamentos adequados conforme o grau de projeto preliminar (projeto básico ou anteprojeto), projeto definitivo (ou executivo) ou controle e execução da obra, e ainda conforme o grau de precisão baixo, médio ou alto. Os padrões mais baixos podem ser atendidos com nivelamento trigonométrico, taqueométrico e pelo GNSS, enquanto os médios e altos normalmente com o nivelamento geométrico, sendo que esses últimos são objetos de análise deste trabalho, para serem atendidos também pelo nivelamento GNSS. As questões que envolvem as precisões dos nivelamentos, modelos de geóides e relações com obras de engenharia serão discutidas nas seções a seguir.

2.1.1 Precisões do nivelamento geométrico

As precisões de nivelamento geométrico no Brasil são normalizadas pelo IBGE e pela norma NBR 13333 da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) (ABNT, 1994) em classes que definem algumas aplicações e suas precisões respectivas. Um nivelamento é aceito se a discrepância máxima direta, entre medições repetidas no mesmo ponto, for menor ou igual que o valor obti-

do pela equação 1 que define o limite da tolerância para a extensão nivelada. A terminação da tolerância pode ser feita com a execução de um contra nivelamento, quando se trata de linhas simples, ou no caso de redes, em comparação com a altitude ou cota de ponto já conhecido.

$$Th = a \cdot \sqrt{k} \quad \text{(Equação 1)}$$

Em que: Th, é a tolerância em milímetros para o trecho em avaliação; a, valor da constante definido pela classe do nivelamento geométrico, em milímetros; k, é a extensão do trecho em quilômetros.

A tabela 1 mostra as especificações do IBGE com os valores da constante a para nivelamentos com as classificações: alta precisão, precisão e topográfico.

Segundo as instruções do IBGE, o nivelamento geométrico de Alta Precisão é indicado para estudos científicos e controle de obras de engenharia; os nivelamentos de Precisão e Topográfico para

controle de obras; e o Topográfico para parcelamento de terrenos e pequenas obras.

As recomendações da NBR 13133 para nivelamento geométrico são dadas na tabela 2.

A tabela 2 mostra as classes IN e IIN. A classe IN é indicada para implantação de rede de apoio altimétrico, com tolerância $12 \text{ mm} \times \sqrt{k}$. Já a classe IIN, que é a recomendada para uso corrente em obras, tem tolerância é de $20 \text{ mm} \times \sqrt{k}$, enquanto que pelo IBGE, também para obras, a tolerância é menor, de apenas $12 \text{ mm} \times \sqrt{k}$. Os padrões de precisão de nivelamento das tabelas 1 e 2 expressam a discrepância máxima permitida, relacionada com a extensão nivelada, obtida da diferença entre o nivelamento e o contra nivelamento.

Neste artigo é considerado, para fins práticos e facilidade de análises, que a discrepância do nivelamento geométrico (diferença absoluta entre duas medições, cotas ou altitudes) é equivalente a três sigmas ou 100% de confiabilidade e que um sigma equivale a 68%.

Tabela 1. Precisoões de nivelamento geométrico IBGE (Resolução PR n. 22/83).

Table 1. IBGE differential levelling precision (Resolução PR n. 22/83).

Classificação	Alta Precisão	Precisão	Topográfico
Aplicação	Rede Fundamental	Área Desenvolvida	Local
Erro Padrão Máximo	$2 \text{ mm} \times \sqrt{k}$	$3 \text{ mm} \times \sqrt{k}$	$6 \text{ mm} \times \sqrt{k}$
Dif. máxima/seção	$3 \text{ mm} \times \sqrt{k}$	$6 \text{ mm} \times \sqrt{k}$	$12 \text{ mm} \times \sqrt{k}$
Dif. máxima/ linha	$4 \text{ mm} \times \sqrt{k}$	$6 \text{ mm} \times \sqrt{k}$	$12 \text{ mm} \times \sqrt{k}$

Tabela 2. Precisoões de nivelamento geométrico pela NBR 13133.

Table 2. NBR 13133 Differential levelling precision.

Classe	IN Geométrico	IIN Geométrico
Equipamento Nível	Alta precisão $\leq \pm 3 \text{ mm/km}$	Média precisão $\leq \pm 10 \text{ mm/km}$
Tolerância fechamento	$12 \text{ mm} \times \sqrt{k}$	$20 \text{ mm} \times \sqrt{k}$
Aplicação	RN de apoio altimétrico	Altitudes em obras de engenharia

2.1.2 Precisão de nivelamento GNSS

As altitudes obtidas por GNSS geralmente tem precisão menor, cerca da metade das coordenadas planimétricas (Seeber, 2003). Os valores das altitudes são influenciados por diversos erros provenientes de: indefinição do centro de fase da antena; propagação dos sinais na troposfera; medição da altura da antena; atraso do sinal (atmosfera e hardware); diferenças de processamentos entre softwares, qualidade do hardware e multicaminho. O leitor interessado nas análises das diversas fontes desses erros, ordens de grandeza e formas de mitigação encontra mais detalhes em Seeber (2003) e Werlich *et al.* (2012).

Os levantamentos relativos estáticos que são realizados com tempo de rastreamento longos (horas) e comprimentos de linha de base adequados podem atingir a precisão de milímetros, mas em situações do dia a dia nas obras, os levantamentos e resultados devem ser quase sempre rápidos. A tabela 3 relaciona alguns valores indicativos de precisão de nivelamento GNSS, segundo os métodos de rastreamento rápidos, para um e três sigmas (ou um e três desvios padrões) baseado em Higgins (1999), para as distâncias de 1, 5 e 10 km.

Na tabela 3 o erro de 33 mm com três sigmas, estimado para a extensão de 1 km, é maior que os 20 mm da tolerância para o nivelamento geométrico da classe IIN da ABNT ($20 \text{ mm} \cdot \sqrt{k}$) para a mes-

ma distância, o que indica que a altimetria obtida com GNSS, usando métodos rápidos de rastreamento, tem precisão menor que o nivelamento geométrico comum. Além disso, as altitudes obtidas com GNSS podem conter erros inevitáveis que somente são

possíveis de detectar com medições de checagem com dois ou três rastreios, principalmente nos métodos rápidos (Wolf & Ghilani, 1997; Svábensky & Weigel, 2002; Seeber, 2003).

Tabela 3. Precisão altimétrica de GNSS em mm com métodos rápidos (Higgins, 1999).
Table 3. GNSS elevation precision in mm with fast methods (Higgins, 1999).

Modo	mm	+ppm	Erro em mm (1sigma)			Erro em mm (3 sigmas)		
			1 km	5 km	10 km	1 km	5 km	10 km
Estático Rápido	10	1	11	15	20	33	45	60
Cinemático	20	1	21	25	30	63	75	90
RTK 1 Hz	20	1	22	30	40	66	90	120
RTK 5 Hz	50	2	52	60	70	156	180	210

2.1.3 Indicador de tolerância para o nivelamento GNSS

Os padrões de precisão de nivelamento em topografia expressam a discrepância máxima permitida, relacionada com a extensão nivelada e comparada com o contra nivelamento. No caso de GNSS, as altitudes e precisões são fornecidas pelo relatório de processamento e estão relacionadas com o comprimento da linha de base, e não entre as distâncias entre dois pontos medidos sucessivamente. Devido a essa característica, que difere do nivelamento geométrico, é proposta aqui uma forma de comparação, adaptando a equação 1 para o nivelamento GNSS considerando k como sendo o comprimento da linha entre a base e receptor móvel, dada pela equação 2.

$$a_{\text{gnss}} = Th/\sqrt{k} \quad (\text{Equação 2})$$

O indicador a_{gnss} será útil para comparações de discrepâncias entre altitudes medidas em repetições ou processamentos, com os padrões do nivelamento geométrico.

2.1.4 Obtenção do Geoide e Ondulação Geoidal

A transformação aproximada adotada na prática das altitudes elipsoidal para ortométrica de um ponto sobre a superfície topográfica é dada pela equação 3:

$$H = h - N \quad (\text{Equação 3})$$

Em que H é a altitude ortométrica desejada, h é a altitude geométrica obtida do sistema GNSS e N a ondulação geoidal naquele ponto.

As ondulações geoidais e suas precisões são

conhecidas a partir de processos de determinações de geoides, que segundo a extensão são classificados em globais, regionais ou locais. Quanto à aquisição os métodos são classificados em geométrico, astro-gravimétrico, satelital e gravimétrico (Zhan-Ji, 1998 ; Arana, 2003). No método geométrico há a combinação de nivelamento geométrico com nivelamento GNSS e podem ser gerados três tipos de geoides que dependem da forma de processamento (Zhan-Ji, 1998): interpolação direta das altitudes ortométricas comparadas com as elipsoidais; uso do método remove-restaura, só com modelo geopotencial; e combinação de modelo geopotencial com correções do terreno.

O primeiro tipo é o mais conhecido como simplesmente com geométrico e o mais empregado na prática diária das engenharias por ser o mais fácil de ser obtido. Os demais tipos exigem aparelhagem especial (muitos receptores GNSS, gravímetros, etc.), métodos complexos de aquisição e de processamento (modelos de geopotencial, modelos do terreno, ajustamento de redes, etc).

Para o terceiro tipo, adotado por Zhan-Ji (1998) e Santos (2009), é usada a equação 4:

$$N = N_{\text{GM}} + N_{\text{dg}} + N_{\text{r}} \quad (\text{Equação 4})$$

Em que: N_{GM} é a componente de onda longa calculada do modelo de geopotencial; N_{dg} é a componente de onda média calculada usando integral de Stokes da anomalia da gravidade; N_{r} é a onda curta que dá correções do terreno obtidas de MDT (Modelo Digital do Terreno).

O efeito da topografia do terreno na determinação de um geóide aparece no termo N_{r} da equação 4. Esse efeito segundo Zhang *et al.* (2000) não atinge 50 cm para altitudes de 3000 m e segundo Seeber (2003) varia apenas de centímetros, nas regiões planas, até 1m em áreas montanhosas. De

modo geral um modelo geoidal é menos acurado em áreas montanhosas com grande variação das camadas geológicas (Higgins, 1999). Como consequência do pequeno efeito da topografia, a superfície do geóide tem uma conformação muito mais suavizada que a superfície topográfica da mesma área. Portanto, para determinações de geóides locais, em áreas de poucas a algumas centenas de quilômetros quadrados, podem ser usadas superfícies geométricas relativamente simples, ajustadas a cada ponto da rede ao valor de N , como o plano inclinado, representado pela equação 5, e para áreas maiores superfícies polinomiais de graus 1 e 2, como as equações 6 a 8:

$$z_i = aE_i + bN_i + c \quad (\text{Equação 5})$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cE_i N_i + d \quad (\text{Equação 6})$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cE_i^2 + dN_i^2 + e \quad (\text{Equação 7})$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cN_i E_i + dE_i^2 + eN_i^2 + f \quad (\text{Equação 8})$$

Em que: z_i é a ondulação geoidal no ponto i ;

E_i, N_i são as coordenadas UTM (Universal Transversa de Mercator) do ponto i ; a, b, c, d, e, f são parâmetros determinados por ajustamento pelo MMQ (Método dos Mínimos Quadrados).

Esses procedimentos são adequados para a obtenção de um geóide local, cujos resultados do ajustamento são analisados e depurados dos eventuais erros grosseiros. Porém, na prática das empresas de engenharia é apenas realizada uma triangulação e uma interpolação linear, que permite gerar um mapa geoidal, como o mostrado na figura 1A, obtido com dados de ENGEFOTO (2009). A partir dos mesmos dados e com os modelos das equações 5, 6 e 8 foram gerados os mapas mostrados nas figuras 1B, 1C e 1D respectivamente, com a finalidade de destacar as diferenças nas formas das superfícies obtidas. Evidentemente cada superfície gerada tem erros residuais diferentes, em cada ponto usado na modelagem, e a adoção de modelo não adequado vai introduzir erros significativos nas altitudes dos pontos a interpolar.

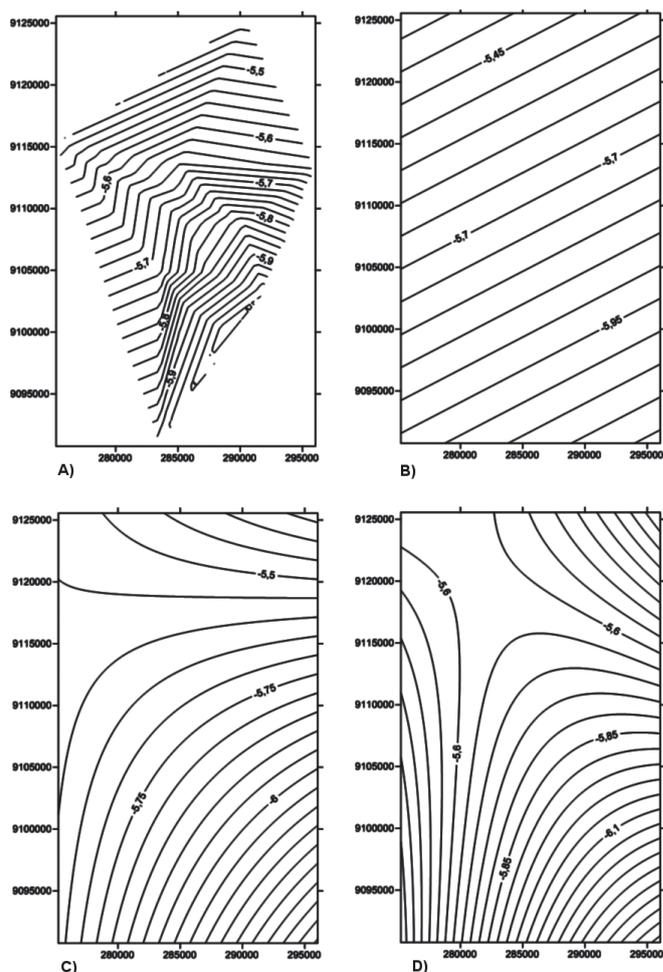


Figura 1. Superfícies de geóide local do tipo geométrico com diferentes interpoladores com dados de ENGEFOTO (2008). A) Interpolação linear em triangulação; B) Modelo com equação 5; C) Modelo com equação 6; D) Modelo com equação 8.
 Figure 1. Local geoid surfaces of the geometric type with different interpolators. A) Linear interpolation in triangulation; B) Model with equation 5; C) Model with equation 6; D) Model with equation 8.

2.1.5 Propagação de variâncias e precisões

A acurácia de N , ou do geóide, depende da distribuição e do número de pontos de controle usados, da modelagem do geóide do método de interpolação. Já a precisão da ondulação geoidal é uma composição das precisões das altitudes GNSS e do nivelamento geométrico, que em termos de variâncias, é dada pela equação 9.

$$\sigma_N^2 = \sigma_h^2 + \sigma_H^2 \quad (\text{Equação 9})$$

A precisão da altitude ortométrica, obtida posteriormente por interpolação, é o resultado da composição das precisões das altitudes GNSS, do nivelamento geométrico e da ondulação geoidal, dada por Ollikainen (1997):

$$\sigma_{\Delta H}^2 = \sigma_h^2 + \sigma_H^2 + \sigma_N^2 \quad (\text{Equação 10})$$

Em que ΔH é diferença de altitude entre o nivelamento geométrico e GNSS.

As equações 9 e 10 mostram que devem ser conhecidas as precisões dos nivelamentos e do geóide. Além disso, como as precisões são avaliadas de formas diferentes é necessário verificar o nível de confiança e origem dos dados utilizados para compatibilizá-los entre si. Por exemplo, se um valor de N , de um geóide existente, tem precisão de 6 mm (um sigma) é estatisticamente provável que existam pontos com variação de N com até $3 \times 6 \text{ mm} = 18 \text{ mm}$.

2.1.6. A ondulação geoidal e relações com obras de engenharia

Os mapas de representação de ondulações geoidais normalmente usam isolinhas, cujos valores variam de poucos milímetros por quilômetro, nas regiões planas, a vários centímetros, em regiões de relevo muito ondulado (seção 2.1.5). A declividade da superfície em mm/km pode ser obtida pela diferença de altitudes e pela distância horizontal entre os pontos avaliados, e varia de declividade máxima (linha C-D na figura 2, normal entre as curvas), a nula (linha A-B da figura 2, paralela às curvas).

Com o objetivo de conhecer e quantificar algumas declividades de geóides no Brasil, foram tomadas medidas nos geóides obtidos por Souza (2006) (p. 59, Fig. 3.8), Santos (2009) (p. 54, Fig. 3.6) e Silva (2012) (p. 84, Fig. 37), sendo encontradas declividades mínimas e máximas (mm/km) com valores de 13-37 mm, 2-26 mm e 10-20 mm respectivamente.

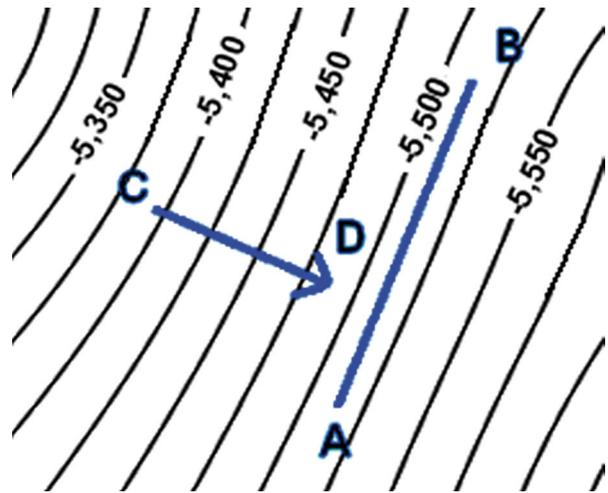


Figura 2. Declividades máxima (CD) e nula (AB) da ondulação geoidal.

Figure 2. Maximum (CD) and null (AB) slope of the geoid undulation.

Os valores mínimos e máximos das declividades da superfície do geóide são informações que podem ser usadas como referência na avaliação do erro tolerável em relação a um nivelamento geométrico, quando forem adotadas diretamente altitudes elipsoidais. Isto pode ser possível consultando um geóide nacional, como MAPGEO do IBGE, geóides regionais ou locais quando existentes. Para obras com pequenas dimensões como 100 m, a maior declividade das ondulações dos exemplos citados acima para o Brasil (37 mm/km), implicaria apenas em 3,7 mm entre os extremos dessa obra. Mas se a declividade do geóide fosse de 10 mm/km a diferença para a mesma obra seria de 1 mm. Nestes casos, 3,7 mm e 1 mm são simples indicadores, para fins de comparação com as especificações do nivelamento geométrico exigido para a obra, mas a decisão pelo uso direto das altitudes elipsoidais implica também na análise das declividades ou de diferenças absolutas de alturas, como será mais discutido a seguir.

Para obras de engenharia com extensões de centenas de metros a quilômetros, além dos valores máximos e mínimos da declividade do geóide na área, os sentidos ascendente ou descendente da ondulação são outros dados a serem obtidos de geóides existentes. Essas informações são mais importantes principalmente quando a declividade é um fator crítico do projeto e deve ser obedecido rigorosamente durante a construção, como nos casos de canais e tubulações de drenagem de águas pluviais ou esgoto. Esta influência pode variar de favorável a desfavorável, conforme a direção da declividade da ondulação e da direção da obra, segundo a análise proposta a partir do exemplo a seguir.

Um projeto de canal será implantado tomando como referência de altitudes a superfície elipsoidal. Nas figuras 3A e 3B o canal tem declividade de 1%, sentido para esquerda, enquanto a ondulação geoidal tem declividade de 1% para a direita (A figura 3B é a mesma 3A apenas girada para colocar a linha do geóide na horizontal). Como a declividade válida para escoamento de águas no canal deve ter como referência o geóide, a declividade efetiva é de 2%, portanto maior que o projetado (Fig. 3B), e o nivelamento GNSS poderia ser diretamente utilizado. Na figura 3C, tanto o projeto quanto o geóide tem declividades de 1% no mesmo sentido, para a direita, neste caso a obra fica com declividade efetiva nula em relação ao geóide (Fig. 3D) (A figura 3D é a mesma 3C apenas girada para que a linha do geóide fique na horizontal), e assim não se obteria o escoamento calculado. Em resumo, quando as declividades de obra e geóide são contrárias, o uso de nivelamento GNSS direto é favorável e sempre possível; quando são de mesmo sentido, o uso desse nivelamento é desfavorável, mas ainda pode ser possível usá-lo, dependendo da diferença entre os valores das declividades, da obra e da ondulação, e da especificação de precisão da obra.

As exigências e especificações de precisão de

alturas e diferenças de altura em obras de engenharia variam de milímetros a metros, em valores relativos ou absolutos, entre as quais a tabela 4 mostra alguns exemplos. O exemplo na tabela que exige maior precisão do nivelamento, para garantir a vazão prevista de projeto, é de canal revestido com declividade de 0,010 % ou 100 mm/km. O exemplo de menor precisão é de nivelamento para geração de mapa com curvas de nível de metro em metro.

As implicações do caso desfavorável (declividades de obra e ondulação geoidal de mesmo sentido) considerando valores mínimos de declividades e sentidos de escoamento, tomando como referência a ondulação máxima de 37 mm/km encontrada em Souza (2006), são ilustradas com dois casos das obras. Para a obra 1, com declividade de 100 mm/km, canal revestido. Para a ondulação de 37 mm/km a declividade útil da obra seria de 63 mm/km (63% da projetada), o que reduziria muito a vazão calculada de projeto. Para a obra 2, com declividade de 0,035%, ou 350 mm/km, a declividade efetiva seria ainda de 313 mm/km (89% da projetada) e a redução da vazão pode não ser significativa. Nos dois casos a importância das reduções de vazões depende de outros fatores

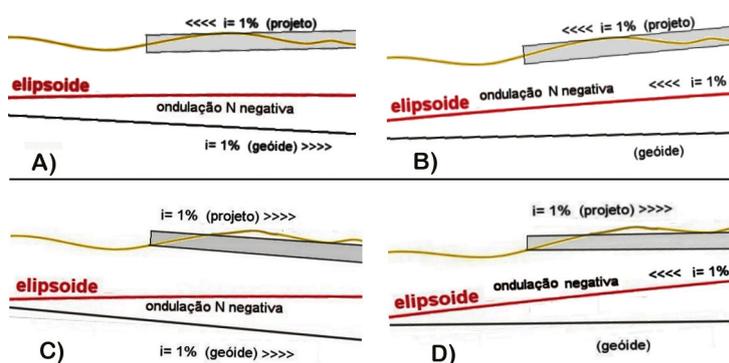


Figura 3. Exemplo de declividades da ondulação geoidal e de obra em sentidos contrários. A) Elipsoide como referência; B) Geóide como referência; Declividades da ondulação e obra de mesmo sentido. C) Elipsoide como referência; D) Geóide como referência.

Figure 3. Example of slopes of geoid undulation and construction in opposite directions. A) Ellipsoid as reference; B) Geoid as reference; Slopes of geoid undulation and construction in same directions. C) Ellipsoid as reference; D) Geoid as reference

Tabela 4. Exemplos de algumas declividades e precisões mínimas em obras de engenharia.

Table 4. Examples of some minimum slopes and elevation precisions in engineering works

Exemplo de Obra	Declividade mínima %/ Precisão de altitude	Declividade mm/km
Canal revestido em concreto	0,010%	100
Coletor de esgoto Φ 1200 mm	0,035%	350
Tubulação de drenagem pluvial urbana	0,500%	5000
Declividade transversal de rodovias	2,000%	20000
Mapa escala 1:1000 com curvas de nível de 1m	330 mm	-

do projeto não discutidos aqui.

Considerando ainda a declividade de 37 mm/km para os demais casos da tabela 4, com menores precisões, é razoável supor que as altitudes elipsoidais poderiam ser usadas diretamente, mas devem ser adotados todos os cuidados necessários no levantamento para controlar os eventuais erros nas medições com GNSS, conforme discutido em 2.1.2. Para os casos de obras de alta precisão a análise deve ser mais criteriosa e apenas no caso favorável (ondulações do geóide e do projeto de sentido contrários) é possível usar o nivelamento GNSS diretamente com segurança.

2.2 levantamentos e processamentos

Os levantamentos efetuados simularam as condições normais adotadas em obras de engenharia com tempos de rastreamento curtos (15 min), em área com 2,13 km². Inicialmente foram realizados um nivelamento geométrico e um GNSS, necessários para gerar um modelo de geóide. Na etapa de processamento dos dados foram percebidos erros grosseiros e os nivelamentos GNSS de vários pontos foram repetidos. Com as repetições de rastreios foram analisadas as discrepâncias entre os dados adquiridos por receptores diferentes no mesmo dia, entre rastreios em dias diferentes

e processados por softwares diferentes. A tabela 5 mostra os pontos com as sessões de rastreamento. A figura 4 mostra a área e entorno da UFPE e os pontos levantados.

2.2.1 Nivelamentos

As altitudes ortométricas foram obtidas de nivelamento de precisão com nível digital e mira com código de barras, em circuitos fechados, cujo ajustamento atingiu precisão de cerca de 1 mm e assim essas altitudes foram consideradas exatas (coluna H da Tab. 5).

Os nivelamentos GNSS usaram métodos rápidos e simples como os recomendáveis para obras de engenharia mas alguns pontos apresentaram discrepâncias muito significativas quando analisados tiveram de ser repetidos. Um conjunto de 18 pontos foi rastreado de dois modos: a) com modo estático rápido, sessões de 15 min, taxa de 15 s, base na estação RECF da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS), situada dentro do Campus da UFPE (Universidade Federal de Pernambuco) e linhas de base máxima de 735m; b) uma parte foi rastreada com método RTK (*Real Time Kinematic*) com base na estação UFPE, no prédio do CTG (Centro de Tecnologias e Geociências).

Tabela 5. Sessões de rastreamento e altitudes ortométricas dos pontos levantados.

Table 5. Tracking sessions and point orthometric elevations.

ESTAÇÃO	Dia 30/04/11 GTR1	Dia 30/04/11 Hiper	Dia 14/05/11 Hiper	Dia 11/06/11 Hiper	Dia 08/06/11 RTK	Alt. Ort. H (m)
RECF (base)	X	X	X	X		25,911
UFPE (base)					X	49,808
M021	X	X	X	X	X	8,334
M022	X	X				10,123
M023	X	X				8,942
M024	X	X				8,954
M030				X		8,954
M032			X	X		9,143
M033			X	X	X	9,331
BRENNAND				X	X	12,204
ELÉTRICA				X	X	9,345
EXÉRCITO				X	X	9,454
IGREJA				X	X	10,688
ITEP				X	X	8,590
LAGO				X	X	9,711
RN3641A	X	X				11,382
RN3641B	X	X	X			9,221
RN3641C	X	X	X			9,534

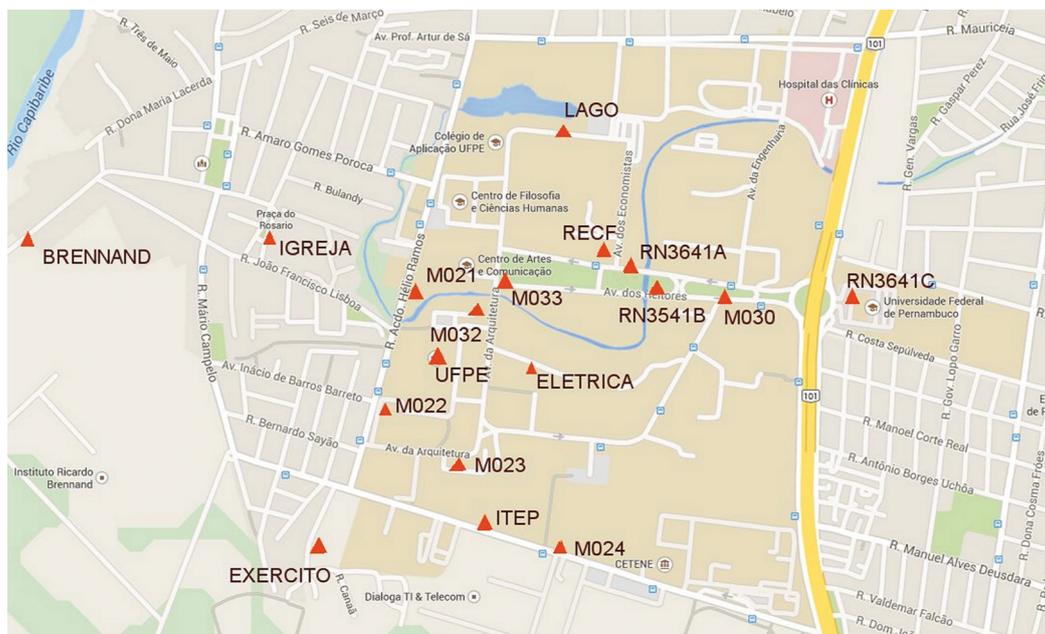


Figura 4. Área da UFPE com os pontos GNSS levantados (Fonte do mapa: Googlemaps).
 Figure 4. UFPE area with the surveyed GNSS points (Map source: Googlemaps).

2.2.2 Processamento dos rastreios

Os processamentos dos rastreios no modo estático foram realizados nos softwares EZsurv 2.4, Topcon Tools 8.2 e GNSS Solutions e os processamentos do RTK no Topcon Tools.

2.2.3 Geração do geoide geométrico local

Todos os pontos rastreados relacionados na tabela 4 foram usados para a geração de modelo de geoide local utilizando o software Astgeotop, desenvolvido pelo Prof. Silvio Jackes Garnés. O Astgeotop é constituído por um conjunto de aplicações geodésicas entre elas a geração de geoides. Nessa função utiliza um tipo de validação cruzada, em que cada ponto da rede é colocado como ponto fixo que pertence à superfície a ser testada. Em seguida os parâmetros do tipo da superfície escolhida são obtidos de ajustamento pelo MMQ utilizando os demais pontos e finalmente são analisadas as discrepâncias entre as altitudes originais e a nova interpolada. Com isto é possível realizar testes de identificação de erros grosseiros. O processamento é concluído com a geração de uma lista com as coordenadas tri dimensionais ajustadas dos pontos, que pode ser usada como entrada em *softwares* de interpolação e ser gerado o mapa com as isolinhas das ondulações.

O modelo de superfície usado foi o plano inclinado da equação 5, apenas com a alteração de coordenadas em UTM para geodésicas.

3. Resultados

3.1 Processamentos de dados obtidos no mesmo dia com receptores diferentes

Para comparação entre os rastreios no mesmo dia (30/04/2011) com receptores diferentes foram utilizados um receptor GTR-1 (marca Sightgps) com L1 e um Hipe-Lite (marca Topcon) com L1/L2. Todos os dados obtidos com o GTR-1 foram processados, mas as discrepâncias com os outros rastreios foram muito significativas, mesmo com linhas de base curtas e soluções dadas no relatório com de fixação das ambiguidades, e por este motivo não foram utilizados nas demais fases do trabalho. Os motivos dos erros não foram detectados.

3.2 Processamentos com programas diferentes e dias diferentes

Os processamentos dos mesmos dados em programas diferentes permitem comparar os desempenhos que refletem as diferenças dos algoritmos de ajustamento, resolução de ambiguidades, pesos das observações, injunções das estações, e modelos atmosféricos. Já os processamentos de sessões de rastreio em dias diferentes mostram as influências de diferenças de constelação dos satélites e diferenças atmosféricas. Foram realizadas várias seções de rastreio com os métodos estático e RTK. Porém por não ser possível discutir aqui todos os dados obtidos por Silva (2012) foram esco-

lhidos cinco pontos, rastreados em dois dias diferentes e processados por três softwares diferentes, que ilustram bem as discrepâncias reais encontradas no conjunto completo de dados.

Na tabela 6 estão os resultados das altitudes de processamentos com softwares EZSurv 2.4, Topcon Tools 8.4 e GNSS Solutions, dos cinco pontos escolhidos. As precisões das altitudes desses pontos dadas pelos relatórios de processamento variaram entre 0,001 m e 0,084 m, com médias entre 0,007 m e 0,024 m enquanto os desvios padrões calculados dos três resultados variam entre $\pm 0,029$ m e $\pm 0,093$ m, o que confirma que as precisões informadas pelos softwares de processamento GNSS são mais otimistas que a realidade, neste caso cerca de quatro vezes. As diferenças entre EZSurv e Topcon Tools são menores entre si (média da coluna 4 de 0,023) quando comparados com que os resultados do GNSS Solutions (médias 0,075 e 0,052 das colunas 5 e 6). Isto indica que o EZSurv e Topcon Tools têm resultados mais próximos entre si e o GNSS Solutions os mais discrepantes. As discrepâncias absolutas entre dias diferentes variam de 0 cm (RN3641B com o EZSurv) a 27 cm (RN3641C com o GNSS Solutions). A maior discrepância entre softwares ocorreu também no ponto RN3641C com valor de 22,5 cm entre o EZSurv e GNSS Solutions.

Para fins de comparação com os padrões de nivelamento geométrico a tabela 7 apresenta os valores do indicador a_{gps} calculados pela equação 9, usando como distância k a linha de base da tabela 6. Na parte superior da tabela estão as diferenças absolutas das altitudes entre softwares convertidas em a_{gps} . Na coluna 1 (EZSurv - Topcon) a_{gps} varia de 7 a 39 mm, mas os valores aumentam para 211 mm na coluna 2 (EZSurv - GNSS) e para 182 na coluna 3 (GNSS-Topcon). Na parte inferior da tabela 7 estão os valores de a_{gps} relativos às diferenças entre os dias 30/04 e 14/05, que variaram de 0 a 175 mm para o EZSurv, de 2 a 171 mm Topcon Tools, 13 a 329 mm para o GNSS Solutions.

Os valores de a_{gps} da tabela 7 que são bem representativos dos demais do conjunto dos dados obtidos por Silva (2012). A magnitude significativa de discrepâncias obtidas com nivelamento GNSS também pode ser encontrada em outros trabalhos publicados sobre modelagem de geoides locais, que usaram rastreios com tempos rápidos de alguns minutos, ou até maiores que uma hora. Porém a identificação das discrepâncias apenas é possível quando nos dados estão tabulados pontos com mais de uma ocupação e suas respectivas altitudes.

As discrepâncias da tabela 7 são indicativas

Tabela 6. Resultados de processamentos com softwares diferentes e pontos rastreados em dois dias diferentes. Altitudes GNSS e unidades em metro. Linha de base para estação RECF.

Table 6. Results of processing with different software and points collected on two different days. GNSS elevations and units in meter. Baseline for the RECF station.

Ponto	Data	1 EZSurv	2 Topcon	3 Gnss	4 Dif 1-2	5 Dif 1-3	6 Dif 2-3	LB (m)
M021	30/4/2011	2,527	2,506	2,440	0,021	0,087	0,066	460
	14/5/2011	2,646	2,622	2,551	0,024	0,095	0,071	
	Diferença	-0,119	-0,116	-0,111				
RN3641B	30/4/2011	3,493	3,485	3,411	0,008	0,082	0,074	191
	14/5/2011	3,493	3,479	3,402	0,014	0,091	0,077	
	Diferença	0,000	0,006	0,009				
RN3641C	30/4/2011	3,799	3,793	3,931	0,006	-0,132	-0,138	682
	14/5/2011	3,884	3,787	3,659	0,097	0,225	0,128	
	Diferença	-0,085	0,006	0,272				
M032	14/5/2011	3,435	3,413	3,374	0,022	0,061	0,039	317
	11/6/2011	3,429	3,414	3,365	0,015	0,064	0,049	
	Diferença	0,006	-0,001	0,009				
M033	14/5/2011	3,617	3,604	3,523	0,013	0,094	0,081	198
	11/6/2011	3,614	3,607	3,529	0,007	0,085	0,078	
	Diferença	0,003	-0,003	-0,006				
média					0,023	0,075	0,052	

Tabela 7. Valores em mm de a_{gps} relativos à tabela 6.
 Table 7. Values in mm of a_{gps} relative to table 6.

a_{gps} entre os softwares dia 30/04/2011			
	Dif* 1-2	Dif* 1-3	Dif* 2-3
M021	31	128	97
RN3641B	18	188	169
RN3641C	7	160	167
M032	39	108	69
M033	29	211	182
a_{gps} entre os dias 30/04 e 14/05			
	Com EZsurv	Com Topcon	Com GNSS
M021	175	171	164
RN3641B	0	14	21
RN3641C	103	7	329
M032	11	2	16
M033	7	7	13

* 1-EZsurv, 2-Topcon tools, 3-GNSS Solutions

das magnitudes dos erros do nivelamento GNSS e podem sinalizar os tipos de obras em que são toleráveis com base nas precisões requeridas na equivalência com o nivelamento geométrico. Entre dias diferentes foi detectada variação absoluta a_{gps} de 0 a 329 mm (Tab. 7). Supondo que esse levantamento seja para uma obra com declividade de 0,035% (350 mm/km, ou diferença de cota de 350 mm em 1 km), aquele valor de 329 mm é muito próximo do especificado para a obra e não se poderia usar a altitude elispoidal diretamente, no caso de declividade de ondulação geoidal desfavorável, conforme discutido na seção 2.1.6. Mas para uma obra com declividade bem maior, como de 0,50% (5.000 mm/km) ou mapeamento com curvas de nível com intervalos de 1,0 m, em que o desvio padrão especificado para os pontos de teste é de 330 mm, a diferença de 329 mm pode ser considerada adequada para ambos os casos. As obras aqui foram consideradas com extensão de 1 km para facilitar as comparações de declividades e diferenças absolutas de altitudes.

Estes exemplos de uso direto do nivelamento GNSS podem ser enquadrados de modo geral em obras de média e baixa precisão.

3.3 Levantamentos RTK

Os levantamentos com RTK foram realizados com dois pares de receptores Hiper-lite, um da

UFPE e outro do IFPE, com base no ponto UFPE (situado na cobertura do prédio do CTG). No processamento as altitudes foram obtidas sem nenhuma correção de modelo de geóide global ou nacional (Tab. 8). As diferenças entre as altitudes dos pontos variam entre -0,002 m e -0,023 m para o receptor da UFPE e de -0,002 m a -0,124 m para o receptor do IFPE. O valor do ponto BRENAND é superior ao esperado para o RTK à distância cerca de 1000 m. Os desvios padrões das diferenças foram 0,019 m e 0,039 m e médias de -0,021 m e -0,022 m respectivamente para UFPE e IFPE. Retirando o ponto BRENAND as médias e desvios padrões diminuem e variam entre 1 e 2 cm absolutos que para uma distância média de 551,11 m fornece um valor a_{gps} de 13 a 26 mm. Todos os valores de a_{gps} relativos à tabela 8 estão na tabela 9, que mostra também médias e desvios padrões de todas as discrepâncias com e sem o ponto BRENAND.

Comparando-se os valores da tabela 9 com a classe de nivelamento IIN ($a=20$ mm) a maioria dos pontos está abaixo da tolerância em uma das três comparações exceto os pontos EXERCITO e ITEP. Entre os valores das colunas H-h1 e H-h2 os pontos LAGO e BRENAND apresentam valores maiores que três desvios padrões, indicando que houve algum erro durante seus rastreios, como multicaminho ou erro de reocupação.

O intervalo de a_{gps} com os rastreios RTK variou de 2 mm a 111 mm, com média geral de 27,6 mm e desvio padrão geral de 30,4 mm. Caso seja tomado

Tabela 8. Altitudes ortométricas em metros obtidas com RTK pelos receptores UFPE e IFPE.
 Table 8. Orthometric elevations in meters obtained with RTK by UFPE and IFPE receptors.

PONTO	ALT ORT (H) (m)	UFPE (h1) (m)	IFPE (h2) (m)	(h1-h2) (m)	(H-h1) (m)	(H-h2) (m)	Linha Base (m)
ELÉTRICA	9,345	9,352	9,349	0,003	-0,007	-0,004	401,25
LAGO	9,711	9,771	9,733	0,038	-0,060	-0,022	291,52
M033	9,331	9,336	9,325	0,011	-0,005	0,006	197,51
M021	8,334	8,357	8,353	0,004	-0,023	-0,019	459,04
IGREJA	10,688	10,706	10,694	0,012	-0,018	-0,006	781,40
BRENAND	12,204	12,244	12,328	-0,084	-0,040	-0,124	1409,00
EXERCITO	9,454	9,469	9,456	0,013	-0,015	-0,002	983,47
ITEP	8,590	8,592	8,599	-0,007	-0,002	-0,009	743,56
			MEDIA	-0,001	-0,021	-0,022	658,34
			DP	0,034	0,019	0,039	
SEM O PONTO BRENAND			MEDIA	0,011	-0,019	-0,008	551,11
			DP	0,013	0,018	0,009	

Tabela 9. Valores da constante a_{gps} relativos à tabela 8.
 Table 9. Values of the a_{gps} constant to table 8

PONTO	a_{gps} h1-h2 (mm)	a_{gps} H-h1 (mm)	a_{gps} H-h2 (mm)
ELETRICA	5	11	6
LAGO	70	111	41
M033	25	11	14
M021	6	34	28
IGREJA	14	20	7
BRENAND	71	34	105
EXERCITO	13	15	2
ITEP	8	2	10
Média	26,5	29,8	26,6
DP	26,1	32,4	32,0
Média geral	27,6	DP Geral	30,4
Média sem BRENAND	21,6	DP Geral	25,3

como referência de precisão o desvio padrão 30,4 mm, e comparados com os valores de referência para 1 km das obras da tabela 4, com os devidos cuidados, poderia ser usado o nivelamento GNSS com RTK. Porém o maior valor, 111 mm, para uma obra de canal com declividade 100 mm/km está acima do limite, a não ser que as declividades da obra e do geoide tenham sentidos contrários (Fig. 3A e 3B). No entanto para obras de coletores de esgoto ou águas pluviais com declividades de 350 mm/km a declividade efetiva, na pior situação, seria de 239 mm e a redução de vazão talvez seja aceitável. Essa alteração na vazão em outras situa-

ções poderia ser de aumento, sendo necessário em qualquer caso uma verificação dos cálculos do projeto. É importante salientar que nas fórmulas de cálculo de vazão, entram vários parâmetros cujos intervalos de variação são muito significativos, e muitos são estimados, de modo que a vazão real pode sofrer variações maiores que as provocadas por pequenas alterações na declividade.

3.4 Geração do geoide geométrico local

Os geoides foram gerados com cada um do conjunto dos dados levantados da tabela 5 separa-

damente e as discrepâncias existentes foram indicadas nos relatórios como sendo erros grosseiros. A figura 5 mostra um desses geoides, com uma depressão, indicando graficamente que a ondulação geoidal não apresenta o aspecto esperado de variação uniforme das declividades como discutido na seção 2.1.4. As curvas fechadas e outras muito desalinhas são possíveis indícios da modelagem não adequada do geóide.

Após vários testes usando o software Astgeotop foi possível escolher um conjunto de dados que apresentou maior consistência e que coincidiu com os levantamentos processados com o Topcon, num total de 16 pontos. Após eliminação de três pontos com indicação de erros grosseiros, os 13 restantes foram processados no software Surfer e foi gerado o mapa geoidal mostrado na figura 6. Na figura 6 as isolinhas estão separadas de aproximadamente 150,0 m e a diferença de ondulação geoidal entre

elas é de 5 mm, que equivale à declividade máxima de 33mm/km, ou de 0,0033%.

O resumo das estatísticas para os resíduos entre as ondulações geoidais de entrada e as obtidas pela superfície da equação 4 segundo o relatório do Astgetop estão na tabela 10. A precisão está definida pelo EMQ de 6 mm e assim o geóide pode ser considerado de alta precisão.

Transformando o EMQ de 6 mm, com 68% de confiabilidade, para o padrão do nivelamento geométrico de 100%, em termos práticos o valor passa para 18mm, que é bem próximo dos 20 mm/km exigidos para obras comuns de engenharia pela classe IIN da ABNT. Porém esse geóide para ser usado rigorosamente para transformação de altitude elipsoidal para ortométricas ainda será necessário considerar a precisão da medição com GNSS dos novos pontos medidos para a obra.

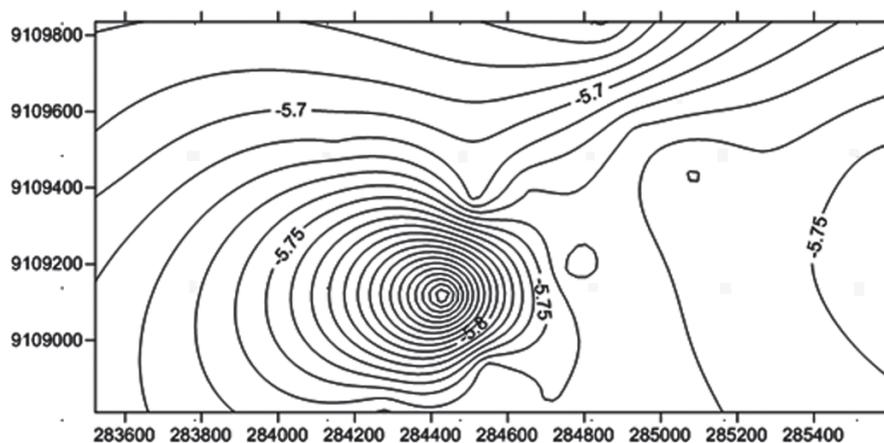


Figura 5. Exemplo de geóide obtido com erros grosseiros. Fonte: Silva (2012).
 Figure 5. Example of geoid obtained with gross errors. Source: Silva(2012).

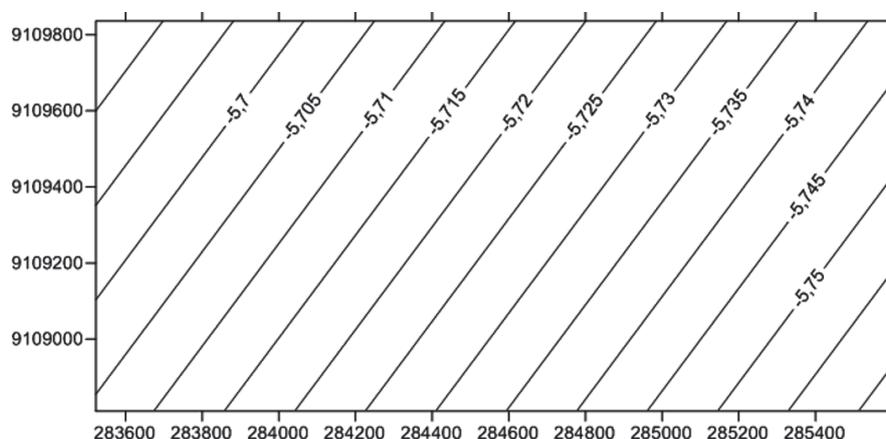


Figura 6. Geóide local final da área da UFPE.
 Figure 6. Final Geoid of the UFPE area.

Tabela 10. Resumo do relatório de processamento do geóide final obtido para a UFPE.
 Table 10. Summary of the final geoid processing report obtained for UFPE.

Estatística	valor
Média	-0,001m
Média absoluta	0,005m
Discrepância máxima (ponto Exército)	0,007m
Discrepância mínima (ponto M021)	-0,016m
EMQ (Erro Médio Quadrático)	0,006m

4 Discussão dos resultados

4.1 Levantamentos estáticos rápidos

Foram identificadas discrepâncias de altitudes muito significativas para um mesmo ponto. Um dos motivos pode ser atribuído ao pequeno tempo de rastreamento em que as coordenadas podem ser afetadas por erros de multicaminho (ICSM, 2014). De modo geral houve essas discrepâncias entre sessões de rastreamento diferentes, com equipamentos diferentes e processados em softwares diferentes. Entre softwares diferentes houve essas diferenças em pontos com solução fixa ou flutuante. Mesmo com solução fixa algumas altitudes apresentaram valores além do intervalo esperado a partir dos desvios padrões dos relatórios de ajustamento.

As ordens de grandeza do indicador a_{gps} de modo geral indicaram valores significativamente maiores que as especificações do nivelamento geométrico para obras de engenharia definidas pela ABNT, para a Classe NII. Como o nivelamento geométrico tem procedimentos bem consolidados na prática diária e tem alta confiabilidade é sugerido que no nivelamento GNSS haja procedimento similar, com a repetição de medição. No nivelamento geométrico o erro de um lance de nivelamento será propagado para o seguinte e só será descoberto no contra nivelamento. Em um circuito de nivelamento GNSS cada medição é independente da anterior e posterior, só tendo relação com a base, portanto o erro de um ponto não se propaga para o ponto vizinho.

As discrepâncias entre os rastreios e processamentos convertidas para o indicador a_{gps} variaram de zero a 329 mm sem ser possível detectar algum padrão característico de comportamento dessas ocorrências.

4.2 Levantamentos RTK

Os levantamentos com RTK apresentaram as constantes a_{gps} melhores que os nivelamentos GNSS com rastreamento estático rápido, mas mesmo assim alguns pontos extrapolaram os indicadores em mais de três desvios padrões, portanto o uso direto de RTK deve ser feito com os devidos cuidados, incluindo medições de verificação. Segundo Willgalis *et al.* (2003) apenas uma determinação com RTK não é confiável porque algumas vezes as ambiguidades são fixadas com erro, portanto é essencial uma medição de checagem com pelo menos uma hora entre os rastreios. Os resultados obtidos neste trabalho estão abaixo das recomendações dadas por Higgins (1999) de que o RTK pode ser adequado para levantamentos com exigências de alguns centímetros, e para mais alta precisão, com até um centímetro deve ser restrito para linhas de base menores que 1 km.

De modo geral os levantamentos RTK ficaram abaixo da precisão no nivelamento geométrico classe IIN e melhores que os nivelamentos GNSS estáticos. As discrepâncias entre os rastreios e processamentos, transformadas no indicador a_{gps} , variaram de 2 a 105 mm com média geral de 27,6 mm.

4.3 Geração do geóide

A geração de um geóide neste trabalho teve dois objetivos: atender à recomendação padrão de usar a ondulação geoidal para a transformação das altitudes; e fornecer subsídios para as comparações com procedimentos de uso direto do nivelamento GNSS.

No procedimento comum adotado correntemente na prática de geração de geóide a partir de uma rede triangular (seção 2.1.4) e de diferenças entre as altitudes ortométricas e elipsoidais, as ondulações podem ter erros não detectados. Ao ser usado este geóide para transformações de novos

pontos GNSS, que por sua vez também podem conter erros grosseiros, o resultado final não terá precisão nem confiabilidade. Portanto os pontos com erros grosseiros dos levantamentos deste trabalho não seriam descobertos se fosse adotada essa metodologia simplificada e somente foi possível obter um geoide com boa precisão de 6 mm para a área da UFPE, devido à existência de repetições de seções de rastreamento e uso de recursos computacionais de detecção de erros. Os processamentos dos diversos levantamentos mostraram que obter um geoide de alta precisão exige procedimentos demorados e muito rigorosos, que não são compatíveis com as necessidades de rapidez em obras de engenharia.

4.4 Sugestões

Os erros dos nivelamentos GNSS ocorreram por vários motivos não identificados, mas como houve discrepâncias devido aos equipamentos e software usados para levantamentos e processamento, é necessário que existam procedimentos que garantam a qualidade do nivelamento, além de uma verificação preliminar da compatibilidade da precisão do método adotado (estático longa duração, estático rápido, cinemático, TRK, etc.) é compatível com as exigências do projeto ou obra. Os procedimentos considerados adequados para controle dos erros de altitudes com base nos resultados desta pesquisa e respaldados pela literatura são elencados a seguir.

É necessário que cada ponto em métodos rápidos seja rastreado pelo menos duas vezes. O motivo principal é que os rastreios rápidos podem ser afetados por multicaminhamento (ICMS, 2014). A medição redundante com verificação de consistência é uma forma de controle dos erros de medições GNSS (Wolf & Ghilani, 1997; Seeber, 2003), faz parte de recomendações de normas de GNSS como LINZ (2012) e é mais vantajoso que aumentar o tempo de rastreamento (Svábensky & Weigel, 2002).

As discrepâncias ocorridas pelo uso de equipamentos diferentes e processamentos em diferentes softwares podem ser detectadas com a realização de medições em campos de testes, sobre um conjunto de pontos com coordenadas já conhecidas, com tempos de rastreamento e linhas de base similares ao local de trabalho e medições abundantes. Este processo de calibração permitirá que sejam identificadas as diferenças entre equipamentos e softwares e analisados os motivos de discrepâncias significativas. Após eliminação dos erros grosseiros as médias e desvios padrões das discrepâncias podem ser avaliados com o indica-

do a_{gps} dado pela equação 2 e comparados com as precisões requeridas para a obra ou projeto. O uso de campos de testes com fins de checagem de equipamentos e softwares é descrito em Svábensky & Weigel (2002), sugerido em Naved *et al.* (2002) e inclusive fazia parte de normas mais antigas de levantamentos como GSD (1992).

Para os casos considerados mais críticos neste trabalho, alta precisão de altitude ortométricas necessária para canais de declividade muito baixa, foi mostrado que é possível uma análise dos sentidos de declividades da ondulação do geoide com as declividades de obras, que podem permitir o uso direto da altitude GNSS nos casos favoráveis (declividade em sentidos contrários, seção 2.1.6). Nos casos desfavoráveis e em outras obras que exijam alta precisão devem ser observados os procedimentos padrões e uso de um geoide com qualidade compatível, obtido com metodologia adequada, observações abundantes e ajustamento rigoroso, seguindo regras bem definidas como as detalhadas em Zilkoski *et al.* (1997).

Pode ser usado o nivelamento GNSS diretamente nos casos desfavoráveis (declividades de mesmo sentido) para obras de nível de precisão baixo e médio, mesmo em obras com extensão de até centenas de metros. Para isso é necessário que as discrepâncias do método de rastreamento sejam avaliadas previamente em uma área de teste, e sejam calculadas as diferenças entre as declividades (declividade efetiva entre o gradiente do geoide e da obra) com base em um geoide global ou nacional que esteja disponível para consulta.

6 Conclusões

Os erros nos nivelamentos GNSS, que foram analisados neste trabalho e suas influências na geração de um geoide e na respectiva precisão da ondulação geoidal, visando as implicações em implantação de projetos de engenharia, em particular, na determinação das altitudes dos elementos de obras de drenagem, foram considerados os fatores mais críticos para o uso das altitudes GNSS diretamente.

No caso testado, geração de geoide na área da UFPE e seu entorno, as análises dos diversos levantamentos e processamentos executados e geração de mapas de ondulações geoidais permitem concluir que o nivelamento GNSS com rastreios de apenas 15 min, ou menos, é um dos fatores que mais afeta a qualidade do mapageoidal, de tal modo que a precisão necessária pode ficar abaixo do exigido para certas obras de engenharia.

Quanto ao uso direto de altitude elipsoidal

para obras de engenharia as conclusões com base nos dados deste trabalho são listadas a seguir

Devido à significativa ocorrência dessas altitudes com erros grosseiros recomenda-se a repetição de rastreios em todos os pontos. Para a identificação de discrepâncias por diferenças entre softwares e equipamentos, pode ser sugerida a execução de testes em rede geodésica com coordenadas muito bem conhecidas ou em campo de calibração.

É possível usar a altitude elipsoidal para exigências de baixa e média precisão, como em obras com declividades superiores a 0,5% ou em mapeamentos com diferenças de cotas superiores a alguns decímetros, aplicando levantamentos estáticos rápidos. Ao usar RTK a precisão pode ser significativamente melhor, mas é recomendável executar um teste de verificação a partir de rede de pontos nivelados pelo método geométrico e comparar com as altitudes obtidas por RKT com e sem correção de geóide global.

No geral é necessário conhecer o sentido de declividade da ondulação geoidal da área, a partir de algum modelo de ondulação nacional, como o MAPGEO do IBGE, ou outro local ou regional disponível. Para aplicações em obras com declividades, como canais ou tubulações de esgoto, podem ocorrer duas situações. No primeiro caso quando as declividades da obra e geóide têm sentidos contrários a situação é favorável ao uso direto da altitude GNSS, pois este caso a declividade efetiva é igual a soma das duas. No segundo caso quando as declividades são de mesmo sentido o uso direto é desfavorável, porém ainda depende da precisão exigida para a obra. No caso desfavorável, a declividade efetiva é igual à declividade da obra menos a declividade do geóide.

Para obras de alta precisão, como canais de baixa declividade da ordem de 10 mm/km é necessário verificar se a situação é favorável ou não. No caso desfavorável é preciso avaliar a redução da vazão em relação à finalidade da obra. Em qualquer caso é preciso usar método de rastreios com durações mais longas e repetidos.

Referências

- ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas. 1994. *NBR 13133: Execução de Levantamento Topográfico*. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas. 35 p.
- Arana, J.M. 2003. Determinação da ondulação geoidal com uso do GPS/nivelamento. In: XXI CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 2003, Belo Horizonte. *Anais...* Rio de Janeiro: SBC. 1 CD-ROM.
- Arana, J.M. 2004. O Uso do GPS na determinação de altitudes ortométricas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CADASTRO TÉCNICO MULTIFINALITÁRIO, 2004, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis: UFSC. 1 CD-ROM
- Cerqueira, J.A.C. & Romão, V.M. 2010. Definição de uma superfície geoidal local através de posicionamento por GPS (modelagem para a determinação de altitudes ortométricas através do posicionamento por satélites e nivelamento geométrico). *Revista Brasileira de Cartografia*, (62) ed. esp: 307-315.
- El-Shazly, A.H. 2005. GPS levelling without geoid in Egypt applied to Borg Al-Arab city. In: FIG WORKING WEEK 2005 AND GSDI-8, Cairo, 2005, *Proceedings...* International Federation of Surveyors (FIG) p. 1-12. Disponível em: <http://www.fig.net/pub/cairo/papers/ts_33/ts33_02_elshazly.pdf>. Acesso em 10 out 2012.
- ENGEFOTO. Engenharia e Aerolevantamentos. 2009. *Prefeitura Municipal de Recife. Relatório Conclusivo*. Curitiba: Engefoto, 400 p.
- Goldani, D. & Quintas, M.C.L. 2010. Um modelo geoidal para o estado do Paraná: aplicações da integral de Stokes e de um valor do geopotencial. *Boletim de Ciências Geodésicas*. 16(1). 104-124.
- GSD. Geodetic Survey Division. 1992. *Guidelines and specifications for GPS Surveys Release 2.1*. Canada: Geodetic Survey Division, Canada Centre for Surveying, Surveys, Mapping and remote Sensing sector. Disponível em: <<ftp://ftp.glonass-iac.ru/REPORTS/OLD/NRCAN/GuidelinesSpecifications.pdf>>. Acesso em 20 mai 2015.
- Higgins, M.B. 1999. Heighting with GPS: Possibilities and Limitations. In: GEODESY AND SURVEYING IN THE FUTURE: THE IMPORTANCE OF HEIGHTS, JUBILEE SEMINAR: 25 YEAR OF MOTORIZED LEVELLING, 1999. Gavle, Sweden. *Proceedings...* International Federation of Surveyors (FIG), p. 1-10. Disponível em: <<http://www.fig.net/commission5/reports/gavle/higgins.pdf>>. Acesso em 20 out 2012
- ICSM. Intergovernmental Committee on Surveying and Mapping. 2014. *Guideline for Control Surveys by GNSS Special Publication 1. Version 2.1*. Canberra, Austrália: ICSM, Permanent Committee on Geodesy (PCG). 21p. 2014. Disponível em: <http://www.icsm.gov.au/publications/sp1/Guideline-for-Control-Surveys-by-GNSS_v2.1.pdf>. Acesso em 07 mai 2015.
- LINZ. Land Information New Zealand. 2012. *Guidelines for Simplified Geodetic Control Survey. V2.1*. New Zealand: National x Geodetic Office. 20 p. Disponível em: <http://www.linz.govt.nz/system/files_force/media/pagesattachments/Guidelines%20for%20Order%205%20Control%20Surveys%20Simplified_%20v2.1.pdf?download=1>. Acesso em 07 mai 2015.
- Monico, J.F.G. 2000. *Posicionamento pelo NAVSTAR/GPS: Descrição, Fundamentos e Aplicações*. São Paulo: Editora UNESP. 287 p.
- Nabed, A.N., Gourine, B., Ghezali, B., Zeggai, A & Taibi, H. 2002. Some GPS guidelines and recommendations for large-scale applications. In: FIG XXII INTERNA-

- TIONAL CONGRESS, 2002, Washington, D.C. USA. *Proceedings...* International Federation of Surveyors (FIG) p. 1-12. Disponível em: <https://www.fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/fig_2002/Ts5-6/TS5_6_nabed_et.al.pdf>. Acesso em 07 mai 2015.
- NOAA. National Oceanic and Atmospheric Administration. 2008. NOAA Technical Memorandum NOS NGS 59 *Guidelines for Establishing GPS-Derived Ellipsoid Heights*. Silver Spring, Maryland: National Geodetic Survey. 19 p. Disponível em: <http://www.ngs.noaa.gov/PUBS_LIB/NGS592008069FINAL2.pdf>. Acesso em 07 mai 2015.
- Ollikainen, M. 1997. GPS levelling results from two test areas in Finland. In: F.K Brunner (Ed). *Advances in Positioning and Reference Frames. IAG Scientific Assembly Rio de Janeiro 1997*. Springer-Verlag. V. 118. p. 301-306.
- Santos, M.A. 2009. *Metodologia para obtenção de altitudes ortométricas através de interpolação de modelos geoidais locais definidos por GPS/nivelamento e gravimetria*. Recife, 180p. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, CTG, Universidade Federal de Pernambuco.
- Seeber, G. 2003. *Satellite Geodesy: foundations, methods and applications*. Berlin: Walter de Gruyter. 608 p.
- Silva, C.V.A. 2012. *Estudos das discrepâncias relativas entre as altitudes ortométricas e geométricas e suas implicações em trabalhos de Engenharia*. Recife, 190p. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, CTG, Universidade Federal de Pernambuco.
- Souza, D.V. 2006. *Avaliação de distorções da rede altimétrica fundamental no Sul/Sudeste do Brasil usando o geóide e GPS*. 124 p. Dissertação de Mestrado, Curso de pós-graduação em Geofísica, Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas IAG/USP, São Paulo.
- Souza, D.V & Sá, N.C. 2007. Identificação de distorções em redes altimétricas usando geóide e GPS. *Revista Brasileira de Cartografia*. 59(3): 199-212.
- Stepniak, K., Baryla, R., Wielgosz, P. & Kurpinski, G. 2013. Optimal data processing strategy in precise GPS levelling Net. *ActaGeodyn. Geomater.* 10(4): 443-452.
- Svábensky, O. & Weigel, J. 2002. Accuracy management in GPS engineering applications. In: FIG INTERNATIONAL CONGRESS, XXII, 2002, Washington D.C. USA, *Proceedings...* International Federation of Surveyors (FIG), p. 1-11. Disponível em: <https://www.fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/fig_2002/Js28/JS28_svabensky_weigel.pdf>. Acesso em 07 mai 2015.
- Werlich, R.M.C., Krueger, C.P & Huinca, S.C.M. 2012. Análise da altitude elipsoidal quando inseridos parâmetros próprios de calibração de antenas GPS em posicionamentos de alta precisão. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GEOMÁTICA, III, *Anais...* Presidente Prudente: UNESP. 1 CD ROM p. 223-227.
- Willgalis, S., Seeber, G., Krueger, C. P & Romão, V.M.C. 2003. A real time GPS reference network for cadastral surveys in Recife, Brazil. *Revista Brasileira de Cartografia*. 55(01): 1-10.
- Wolf, P.R. & Ghilani, C.D. 1997. *Adjustment Computations statistic and least squares in Surveying and Gis*. New York: John Wiley & Sons. 564 p.
- Zhang, K.F., Dodson, A.H. & Chen, W. 2000. Factors affecting FFT gravimetric geoid determination precision. *Pergamon, Physics and Chemistry of the Earth*, 25(1): 31-37. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1464189500000065>>. Acesso em 07 mai 2015.
- Zhan-Ji, Yang. 1998. *Precise determination of local Geoid and its Geophysical Interpretation*. Hong Kong, 144 p. Ph. D. thesis, Department of Land Surveying and Geo-informatics, The Hong Kong Polytechnic University. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/234459832_Precise_determination_of_local_geoid_and_its_geophysical_interpretation>. Acesso em 10 mai 2015.
- Zilkoski, D., D'Onofrio, J. D. & Frakes, S. 1997: *Guidelines for Establishing GPS-Derived Ellipsoid Heights (Standards: 2 cm and 5 cm), Version 4.3, NOAA Technical Memorandum NOS NGS-58*. Silver Spring, MD: National Geodetic Survey Information Center. Disponível em: <http://www.ngs.noaa.gov/PUBS_LIB/NGS-58.html>. Acesso em 07 mai 2015.

Manuscrito 590

Editores: Tatiana Silva da Silva e Paulo A. de Souza.