

INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO

teoria & prática

Vol. 25 | N° 2 | 2022

ISSN digital ISSN impresso
1982-1654 1516-084X



Páginas 61-73

Gislandya Suelly Bandeira Silva

Universidade Federal Rural do Semi-Árido

gislandya.silva@alunos.ufersa.edu.br

Mileno Alexandre Barbosa Epifânio

Universidade Federal Rural do Semi-Árido

mileno.epifanio@alunos.ufersa.edu.br

Gabriel Caldas Barros e Sá

Universidade Federal Rural do Semi-Árido

gabriel.sa@ufersa.edu.br



PORTO ALEGRE

RIO GRANDE DO SUL

BRASIL

Recebido em: junho de 2022

Aprovado em: dezembro de 2022

Desenvolvimento de uma ferramenta para auxílio do ensino-aprendizagem dos métodos numéricos

Development of an application to assist the teaching-learning process of numerical analysis

Resumo

No Brasil, alunos de 15 a 16 anos possuem média de conhecimento abaixo do nível 2 em matemática, o que posiciona o país em 58º lugar entre os 65 analisados pelo PISA, refletindo também a dificuldade de alunos de universidades em cursos de ciências exatas. O uso de ferramentas computacionais pode ajudar professores e alunos a obter melhores resultados, principalmente na área de análise numérica. Com base nisso, esta produção acadêmica visa desenvolver uma toolbox, denominada "Toolbox Raízes das funções", que pode realizar o processo de resolução de questões utilizando os métodos de Newton-Raphson, Secante e Bisseção, que consiga demonstrar passo a passo da solução e gráfico do método, além de ser totalmente desenvolvido em português, visando auxiliar o processo de ensino-aprendizagem em cursos de análise numérica. A toolbox foi disponibilizada para todos os usuários no MATLAB Central File Exchange.

Palavras-chave: Métodos numéricos. Toolbox. Newton-Raphson. Bisseção. Secante.

Abstract

In Brazil, students aged 15 to 16 years old have the average knowledge below level 2 in mathematics, which ranks the country in 58th among the 65 analyzed by PISA, also reflecting the difficulty of students in universities in exact sciences courses. The use of computational tools might be able to help teachers and students achieve better results, especially in the numerical analysis field. Based on this, this academic production aims to develop a toolbox, called "Toolbox Raízes das funções" for MATLAB which can carry out the resolution process for questions using the Newton-Raphson, Secant and Bisection methods, which can demonstrate the step-by-step solution and graph of the method, as well as being entirely developed in Portuguese in order to assist the teaching-learning process in numerical analysis courses. The toolbox was then made available to all users in MATLAB Central File Exchange.

Keywords: Numerical methods. Toolbox. Newton-Raphson. Bisection. Secant.

1. Introdução

Com o avanço da tecnologia e advento da internet, as ferramentas computacionais têm se mostrado cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas. Se tratando do ensino, em especial na área das ciências exatas e tecnológicas, isso não é diferente. No entanto, ainda existem grandes barreiras a serem vencidas no uso da tecnologia associada ao ensino (VALENTE, 2002; VIEIRA et al., 2019).

No Brasil, existem algumas dificuldades nas jornadas traçadas pelos estudantes do ensino superior, onde algumas causas são a falta de tempo para estudo pela necessidade de trabalhar, a visualização de perspectivas futuras, condições sociais, situação financeira e também a formação básica deficiente (G1, 2018; NEVES, 2016). Essas dificuldades se tornam ainda maiores nas disciplinas de exatas, onde os alunos trazem esse déficit de conhecimento ainda do ensino básico, sendo exemplo a análise realizada por Corso e Dorneles (2010) com 79 alunos matriculados entre a 3ª e 6ª série do ensino fundamental, onde a maior dificuldade constatada se deu na matemática. Já no ensino médio, segundo o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos), os alunos brasileiros de 15 e 16 anos estão abaixo do nível 2 em conhecimentos matemáticos, classificando o país na classificação 58 dos 65 países analisados (G1, 2018).

Como consequência, isso reflete diretamente na evasão no ensino superior, como na USP (Universidade de São Paulo), onde os cursos de exatas apresentaram em média 79,88% de evasão entre os anos de 1998 e 2008, enquanto entre 2009 e 2014, segundo o INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), os cursos de Engenharia Metalúrgica e Engenharia Mecânica registraram uma taxa de evasão próxima de 90% e 60%, respectivamente (NEVES, 2016; SACCARO; FRANÇA; JACINTO 2019; HOED, 2016).

Dentro dos cursos das ciências exatas, geralmente existem componentes curriculares nas áreas de física, cálculo, química e programação, sendo uma dessas disciplinas o Cálculo Numérico (também chamada de Análises Numéricas ou Métodos Numéricos), que objetiva estudar as técnicas numéricas para a obtenção de soluções aproximadas para problemas reais (CUNHA; CASTRO, 2010; FERNANDES et al., 2019). No curso de Engenharia Elétrica da UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais), entre 2010 e 2017, 25,86% dos alunos matriculados foram reprovados ou realizaram o trancamento do componente, assim como possuíam uma probabilidade de evasão do curso de 72% após o discente ser reprovado na disciplina (ARAÚJO; ALVES, 2018).

Uma das formas de amenizar essa dificuldade é o uso de ferramentas computacionais, que objetivam diminuir a forma sistemática passiva do ensino tradicional, sendo uma mudança associada a popularização das TIC's (Tecnologias da Informação e Comunicação) e utilização da sala de aula invertida, do inglês, flipped classroom, permite que o instrutor libere o estudante para realizar a parte tradicional (também chamado de aprendizagem passiva) por meio de assuntos teóricos antes das aulas, normalmente em casa por meio de palestras ou similares, otimizando e destinando o tempo em sala de aula para atividades práticas do desenvolvimento previamente estudado, aumentando a aprendizagem ativa durante a vida acadêmica (ZABALA; PARKER; VIEIRA, 2017; LUCKE; KEYSNER; DUNN 2013).

Um dos exemplos de um programa computacional que pode ser utilizado é o MATLAB, uma plataforma destinada a análise de dados, desenvolvimento de algoritmos e criação modelos matemáticos, existindo até a opção de adição de extensões, chamadas de toolbox (MATLAB, 2021).

Há ferramentas criadas exclusivamente para o auxílio dos métodos numéricos, como o Derive, que foi descontinuado em 2007 e Mc ToolBox Raízes, desenvolvido para resolução dos métodos da Bisseção, Secante, Newton-Raphson e Iteração Linear, porém sem apresentar o passo a passo da resolução (MARIANI; PETERS, 1998; MOURA, 2017; DERIVE, 2012). Entretanto, há uma pequena quantidade de ferramentas disponíveis em português que conseguem auxiliar os estudantes na resolução dos métodos numéricos, não apenas apresentando a solução, mas também o desenvolvimento das soluções.

Tendo em vista a problemática abordada, a principal pergunta que norteia esse estudo é: como a comunidade acadêmica pode mudar a aprendizagem passiva durante a disciplina de análises numéricas?

O objetivo desta pesquisa é desenvolver uma toolbox no software MATLAB, intitulada "Toolbox Raízes das Funções", para resolução de problemas utilizando os métodos da Bisseção, Newton-Raphson e Secante, totalmente em português, e que consiga auxiliar no processo de ensino-aprendizagem da disciplina em questão, sendo uma ferramenta capaz de apresentar o passo a passo da resolução, bem como os seus respectivos gráficos, e que será disponibilizada ao público em geral.

Para desenvolver a ferramenta e decidir quais métodos serão implementados, foi realizada uma pesquisa prévia na literatura e ferramentas livres, e, em seguida, através da ferramenta App Designer do MATLAB, a aplicação foi desenvolvida de forma satisfatória, atingindo os objetivos propostos.

O presente artigo está organizado em seis seções, incluindo introdução, em seguida são apresentação de trabalhos relacionados, referencial teórico, materiais e métodos, resultados e as considerações finais.

2. Trabalhos relacionados

No trabalho realizado por Paulista et al. (2018) foi desenvolvido a ferramenta RaizCalc, que utiliza a linguagem C para calcular o zero das funções polinomiais via método da Bisseção, mostrando seu respectivo gráfico e passo a passo. Moura (2017) realiza uma abordagem de criação de uma toolbox para resolução dos métodos da Bisseção, Secante, Newton-Raphson e Iteração Linear, exibindo seus respectivos gráficos.

Santos (2018b) realizou o cálculo do método da bisseção na linguagem de programação Python e Valadares (2016) aplicou os métodos Nehton-Raphson, Ponto Fixo, Falsa Posição Modificada, Falsa Posição, Bisseção e Secante no software GNU Octave, medindo seus respectivos esforços computacionais em diversas funções teste.

Os trabalhos nessa seção não demonstram o passo a passo da resolução (MOURA, 2017), não implementaram os métodos de Newton-Raphson e Secante (PAULISTA et al., 2018; SANTOS, 2018b) ou apenas comparam o esforço computacional dos métodos (VALADARES, 2016). Baseado nisso, esta produção acadêmica visa desenvolver uma ferramenta para realizar os cálculos dos zeros das funções, aplicando os métodos da Bisseção, Newton-Raphson e da Secante, trazendo como diferenciais em relação aos trabalhos relacionados a implementação dos três métodos no MATLAB, a apresentação do passo a passo da resolução e dos gráficos.

3. Referencial Teorico

3.1 Métodos Numéricos

A preocupação e necessidades relacionadas a contagem numérica foi desenvolvida nas civilizações antigas, sendo destaque os egípcios, babilônicos, maias, chineses e romanos, onde cada um desenvolveu uma maneira que mais se adequava as suas necessidades próprias. Posteriormente, foi necessário a padronização dos sistemas de contagem devido ao comércio, sendo escolhido o sistema de numeração indo-arábico, também conhecido como sistema decimal posicional (LEITE, 2013; OLIVEIRA, 2008; OGLIARI; ILKIU; RODAKIEWSKI, 2014; RODRIGUES, 2013).

Atualmente, os métodos numéricos são descritos

como a transformação de um problema real em uma formulação matemática, utilizando uma técnica que proporciona que sua resolução seja possível via operações aritméticas e lógicas, podendo ser referida também como matemática computacional, pois é muito aplicada no processo de resolução de problemas nos computadores digitais (ZULYADAINI, 2020; CHAPRA; CANALE, 2013).

Um exemplo de aplicação dos métodos numéricos é na resolução de sistemas lineares, que devem satisfazer diferentes equações ao mesmo tempo, podendo ser representado na forma $Ax = b$. Duas das técnicas que podem ser utilizadas na resolução desse tipo de situação é a Eliminação de Gauss, que transforma um sistema linear em uma matriz triangular superior equivalente, e fatoração LU, visando a decomposição da matriz A em um produto de n fatores (RUGGIERO; LOPES, 1997; FRANCO, 2006).

Existe a resolução de métodos numéricos pela interpolação, que tem como objetivo interpolar uma função $f(x)$ para se obter outra função $g(x)$. Essa necessidade pode surgir em diversas situações, como, por exemplo, onde há somente valores numéricos da função ou ainda quando a função de estudo possui uma diferenciação ou integração considerados difíceis de resolver, podendo essa técnica ser classificada entre polinomial ou inversa (LOBÃO, 2012).

A resolução de métodos numéricos também pode ocorrer pela integração numérica, que pode ser aplicada quando as funções não apresentam uma expressão analítica primitiva ou alto grau de complexidade. Nessas situações, as regras dos Trapézios e de $1/3$ de Simpson podem ser utilizadas no processo de resolução do problema estudado (RUGGIERO; LOPES, 1997).

Para exemplificar sua utilização em diversas áreas da sociedade, existem estudos no planejamento de caminhos auxiliando o controle de movimentos dos veículos (ROALD, 2015), detonações celulares bidimensionais em curvas de tubos lisos (LI; REN; NING, 2013), maximização da receita líquida pela frequência de limpezas em módulos de energia fotovoltaica (KHATCHATOURIAN; TRETER, 2021), lógica fuzzy na avaliação econômica financeira (ALBUQUERQUE; MESTRIA; MUNIZ, 2021), análise de vigas (MOREIRA et al., 2014) e aplicações voltadas ao conforto veicular (VILELA, 2010).

Os métodos numéricos abordados nesse artigo são referentes as técnicas utilizadas para calcular os zeros das funções reais, como descrito na subseção 3.2.

3.2 Zeros das funções reais

Algumas funções detêm de fórmulas explícitas de simples resolução que retornam os valores das raízes desejadas, como é o caso das equações de segundo grau. Entretanto, para funções mais robustas, a resolução analítica pode ser custosa e complexa, podendo até mesmo não possuir solução direta. Contudo, podemos utilizar métodos numéricos iterativos que são capazes de apresentar aproximações dos resultados reais sobre um espaço unidimensional k (FRANCO, 2006; RUGGIERO; LOPES, 1997; DELLAJUSTINA et al., 2014).

Moraes, Silva e Silva (2020) descreve que os métodos são classificados em dois grupos, diretos ou iterativos. Os diretos são aqueles que, após um número de operações, conseguem direcionar o sistema estudado para uma solução exata, enquanto os iterativos produzem uma sequência de vetores x^k que, com uma determinada precisão, realiza o processo de convergência por meio da aproximação (OLIVEIRA, 2020; OLIVEIRA, 2019).

Para o processo de obtenção dos valores utilizados nos zeros das funções, são necessários dois passos essenciais: isolamento e refinamento. Durante o isolamento, é preciso localizar o intervalo que contém a raiz, utilizando a análise teórica e gráfica da função $f(x)$, enquanto o refinamento tem como objetivo melhorar a aproximação inicial de maneira sucessiva, até atingir a precisão desejada, fazendo uso de critérios de parada e métodos como Bisseção, Newton-Raphson e Secante (CAMPOS, 2007; RUGGIERO; LOPES, 1997; PIRES, 2015).

Dentre os métodos numéricos iterativos para o cálculo dos zeros das funções reais, este trabalho aborda o da Bisseção, Newton-Raphson e Secante, que serão apresentados nos tópicos 3.2.2, 3.2.3 e 3.2.4, respectivamente.

3.2.1 Critérios de Parada

Os métodos numéricos são capazes de encontrar aproximações dos valores reais. Se tratando do cálculo dos zeros das funções, faz-se necessário determinar quando há convergência do valor calculado, para isso são utilizados os critérios de parada. Caso o critério não seja satisfeito, pode-se dizer que não existe aproximação que satisfaça as condições impostas e, então, a execução do método é interrompida (RUGGIERO; LOPES, 1997).

Matematicamente, os critérios podem ser definidos e representados pela análise do valor da função, erro absoluto, erro relativo e limites do intervalo, conforme as Equações (I), (II), (III) e (IV), respectivamente. Porém,

como os métodos são implementados computacionalmente, faz-se necessário que além dos critérios matemáticos, o número máximo de iterações desejadas também seja definido como um critério de parada, a fim de reduzir o esforço computacional (RUGGIERO; LOPES, 1997).

Os critérios de parada são relacionados com a tolerância ϵ , que é um valor determinado de acordo com o problema. Os métodos abordados neste trabalho são iterativos e necessitam das informações acerca dos valores a e b , que corresponde ao intervalo inicial e final, respectivamente. Assim, a cada iteração, esses valores irão ser atualizados, correspondendo as variáveis x_i e x_{i-1} (RUGGIERO; LOPES, 1997; FRANCO, 2006).

$$|f(x_i)| < \epsilon \quad (I)$$

$$|x_i - x_{i-1}| < \epsilon \quad (II)$$

$$\frac{x_i - x_{i-1}}{x_i} < \epsilon \quad (III)$$

$$\frac{b-a}{2} < \epsilon \quad (IV)$$

3.2.2 Método de Newton-Raphson

Também conhecido como método das tangentes, esse modelo matemático foi proposto no século XVII em uma junção das pesquisas de Isaac Newton, publicada em seu livro "Método de Fluxões", e Joseph Raphson. Entretanto, o método de Joseph é considerado mais simples e, com as contribuições de Newton, o mesmo se tornou apto a ser utilizado em qualquer função real conhecida, se tornando um trabalho mútuo de ambas personalidades (SANTOS et al., 2018a).

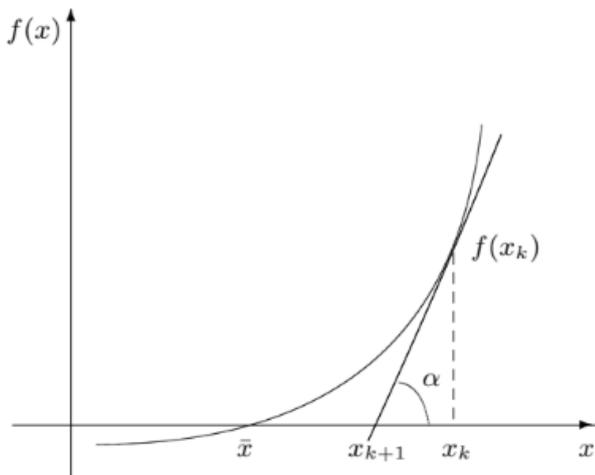
Esse método é entendido como um aprimoramento particular para o método do Ponto Fixo, permitindo a aproximação para a solução de uma função não linear a partir de um valor inicial, utilizando gradientes para conseguir gerar uma sequência de valores até que a aproximação almejada seja alcançada (SOUSA JÚNIOR et al., 2014; JI et al., 2014; SOUZA et al., 2018; Macleod, 1984; FRANCO, 2006). Desse modo, cada valor de x é uma aproximação para a raiz da função escolhida, obtido através da Equação (V), assim como mostra a Figura 1.

$$x_{k+1} = x_k + \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (V)$$

Onde $f(x)$ é a função, $f'(x)$ representa sua respectiva derivada, x_k a aproximação da anterior da raiz e x_{k+1} a aproximação atual da raiz. No entanto, as desvantagens desse método são a necessidade de se conhecer a derivada da função e o fato da mesma ter que possuir um valor não-nulo. Apesar disso, esse método é um dos

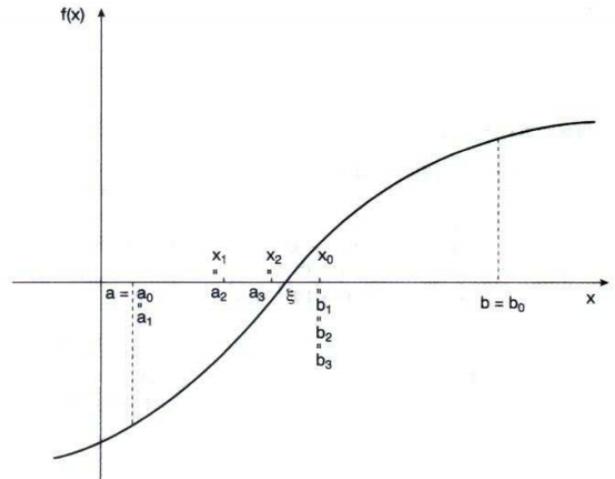
mais indicados para calcular os zeros das funções reais (RUGGIERO; LOPES, 1997).

Figura 1 – Representação gráfica do método de Newton-Raphson



Fonte: Franco (2006).

Figura 2 – Representação gráfica do método da Bisseção



Fonte: Ruggiero e Lopes (1997).

Entretanto, uma das desvantagens do método da Bisseção é a possível geração grande esforço computacional quando comparado com outros métodos numéricos (RUGGIERO; LOPES, 1997).

3.2.3 Método da Bisseção

O método da Bisseção é baseado no Teorema de Valor Imediato, garantindo a existência de uma solução para $f(x) = 0$ no intervalo escolhido, desde que a função seja contínua nesse intervalo e satisfaça a expressão $f(a)f(b) < 0$, que é conhecido como Teorema de Cauchy. Para isso, faz-se uso da redução do intervalo que contem a raiz, levando em consideração a divisão dos limites superior e inferior ao meio sucessivas vezes, enquanto não atingir a quantidade máxima de interações requeridas, encontrar o valor da raiz ou satisfazer o critério de parada especificado (NASCIMENTO, 2015).

Matematicamente, Ruggiero e Lopes (1997) descreve que é necessário definir os valores iniciais de x_k e x_{k+1} e que, no primeiro momento, representam o ponto inicial e final respectivamente, bem como o critério de parada desejado. A partir desse momento, o novo x_k é calculado sucessivamente de acordo da Equação (VI), sendo esse processo realizado até que $f(x_k) = 0$, onde x_k é a aproximação da raiz de $f(x)$, até que o critério de parada seja satisfeito ou o número máximo de iterações seja atingindo, como demonstra visualmente a Figura 2.

$$x_k = \frac{x_k + x_{k+1}}{2} \quad (VI)$$

3.2.4 Método da Secante

Visando contornar a limitação da necessidade de derivação do método de Newton-Raphson, pode-se usar o método da Secante, que substitui a derivada pela utilização das retas secantes da função, também conhecido como quociente da diferença (SOUZA et al., 2020; LOPES et al., 2018), conforme Equação (VII).

$$f'(x_k) \cong \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} \quad (VII)$$

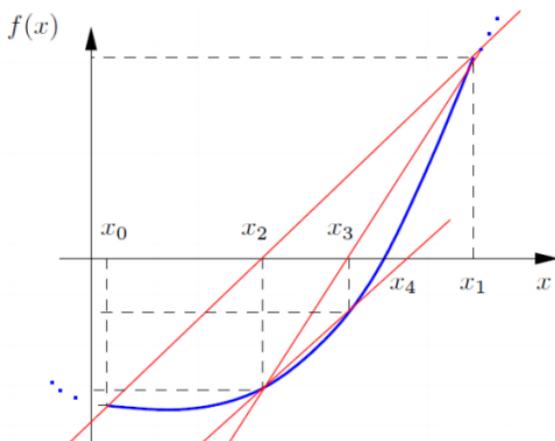
Onde x_k e x_{k-1} são duas aproximações para a raiz x e $f'(x_k)$ representa a aproximação para os valores aplicados na função (FRANCO, 2006). Com isso, aplicando a Equação (V) em (VII), obtém-se a formulação matemática para o método da Secante, como mostra a Equação (VIII), sendo necessário definir o intervalo, onde os seus extremos são os dois valores iniciais para x_k e x_{k-1} para, então, iniciar o cálculo da raiz a partir desse método (RUGGIERO; LOPES, 1997).

$$x_{k+1} \approx \frac{x_{k-1} * f(x_k) - f(x_{k-1}) * x_k}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \quad (VIII)$$

Essa execução desse método é bastante similar ao método da Bisseção, mas obtendo sua convergência super linear ≈ 1.168 , relacionando-se com as retas secantes da função. Para resolução, é necessário definir o critério de parada e o intervalo x_0, x_1 (TEIXEIRA; SILVA,

2018; RUGGIERO; LOPES, 1997). A Figura 3 apresenta uma representação gráfica do funcionamento do método da Secante.

Figura 3 – Representação gráfica do método da Secante



Fonte: Ruggiero e Lopes (1997).

4. Materiais e Métodos

Para implementar computacionalmente os métodos descritos, são necessárias algumas informações, sendo eles o número máximo de interações (N), a tolerância (t), x_0 e x_1 , que são os valores inicial e final, respectivamente, ou ainda o valor inicial (x), no caso do método de Newton-Raphson, conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Informações solicitadas em cada método

Método	Variáveis
Newton-Raphson	N, t, x
Bisseção	N, t, x_0, x_1
Secante	N, t, x_0, x_1

Fonte: Autor(es).

Inicialmente, foram entendidos os algoritmos que implementam os métodos numéricos baseados em Ruggiero e Lopes (1997), desenvolvido pelos autores. As Figura 4, 5 e 6 apresentam os pseudocódigos referentes aos métodos da Bisseção, Newton-Raphson e da Secante, respectivamente.

Para implementá-los, foi utilizado o MATLAB na versão R2020a, assim como App Designer, que é uma ferramenta do supracitado software para a criação de extensões computacionais no formato .mlapp. Por fim, após o desenvolvimento do aplicativo contendo a interface gráfica e a implementação dos métodos, a

toolbox foi criada a partir da funcionalidade package toolbox, do MATLAB, que permite unificar aplicativos, scripts e demais arquivos em uma ferramenta única para execução do usuário final.

Figura 4 – Algoritmo para implementação do método da Bisseção

```

Algoritmo "metodo_Bissecao"

entradas
  N: inteiro // numero maximo de iteracoes
  x0, x1: real // intervalo
  t: real // tolerancia
saidas
  xk: real // raiz
inicio
  i=0
  enquanto i <= N faca
    xk = (x0 + x1)/2
    se (f(xk) == 0 OU (x1-x0)/2 < t) entao
      // raiz encontrada
      interrompa
    fimse
    se f(x0)*f(x1) < 0 entao
      x1 = xk
    senao
      x0 = xk
    fimse
    i = i + 1
  fimenquanto
  se i > N entao
    // nao foi possivel encontrar a raiz
  fimse
fimalgoritmo

```

Fonte: Adaptado de Ruggiero e Lopes (1997).

Figura 5 – Algoritmo para implementação do método da Newton-Raphson

```

Algoritmo "metodo_Newton_Raphson"

entradas
  N: inteiro // numero maximo de iteracoes
  x: real // estimativa inicial
  t: real // tolerancia
saidas
  xk: real // raiz
inicio
  i=0
  enquanto i <= N faca
    xk = x - f(x)/f'(x)
    se (abs((x-xk)/xk) < t) entao
      // raiz encontrada
      interrompa
    fimse
    x = xk
    i = i + 1
  fimenquanto
  se i > N entao
    // nao foi possivel encontrar a raiz
  fimse
fimalgoritmo

```

Fonte: Adaptado de Ruggiero e Lopes (1997).

Figura 6 – Algoritmo para implementação do método da Secante

```

Algoritmo "metodo_Secante"

entradas
    N: inteiro      // numero maximo de iteracoes
    x0, x1: real    // intervalo
    t: real         // tolerancia

saidas
    xk: real        // raiz

inicio
    i=0
    enquanto i <= N faca
        xk = (x0*f(x1) - x1*f(x0))/(f(x1)-f(x0))
        se (abs((xk-x1)<t) entao
            // raiz encontrada
            interrompa
        fimse
        x0 = x1
        x1 = xk
        i = i + 1
    fimenquanto
    se i > N entao
        // nao foi possivel encontrar a raiz
    fimse
fimalgoritmo
    
```

Fonte: Adaptado de Rugierro e Lopes (1997).

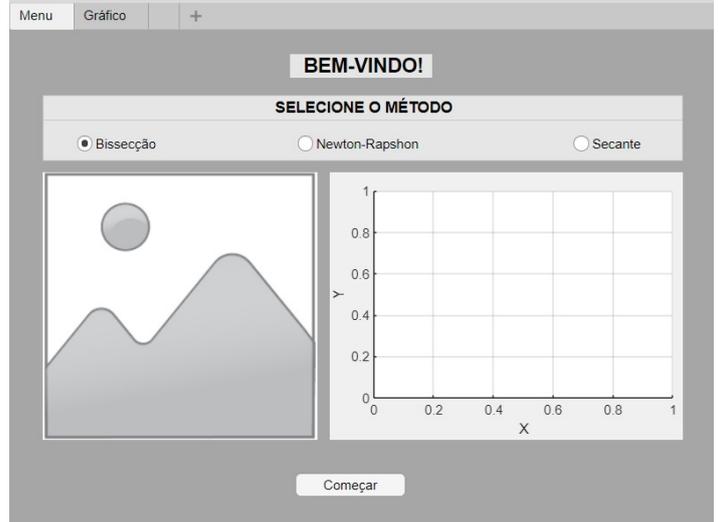
5. Resultados e Discussões

A partir dos métodos aplicados, a ferramenta, que foi disponibilizada gratuitamente para acesso da comunidade pela plataforma *MATLAB Central File Exchange*¹, onde estão disponíveis tanto o aplicativo quanto o código fonte, foram divididas em três guias, sendo elas a tela inicial, a guia referente aos métodos e a guia para exibição dos gráficos. Na tela inicial, o usuário se depara com a possibilidade de escolher entre um dos três métodos implementados: Bisseção, Newton-Raphson e Secante, onde, ao selecionar uma opção, um texto e um gráfico informativos são exibidos, conforme a Figura 7. Após selecionar o método desejado, o usuário pode clicar no botão **COMEÇAR**, que o redireciona para a segunda guia da ferramenta.

A segunda guia, referente aos métodos, solicita ao usuário diferentes entradas de acordo com o método selecionado, além de permitir que o usuário informe qual critério de parada deseja utilizar. A guia também apresenta os botões **CALCULAR**, que executa o método selecionado e busca a raiz da função informada, exibindo o passo a passo da resolução e os resultados em forma de tabela; **GRÁFICO**, que redireciona o usuário para a terceira guia, e **LIMPAR**, que deve ser selecionado cada

vez que o usuário deseje informar novos dados de entrada. Na segunda guia há ainda os botões **EXPANDIR TABELA**, que expande a tabela para a terceira guia, e **VOLTAR PARA O MENU**, que redireciona o usuário para a tela inicial. A Figura 8 ilustra a segunda guia.

Figura 7 – Tela inicial da ferramenta



Fonte: autor(es).

Caso o usuário clique em **EXPANDIR TABELA**, os resultados tabulados serão exibidos em uma tabela, denominada **TABELA EXPANDIDA**, exibindo cada iteração realizada pela ferramenta, onde interface da guia irá variar de acordo com o método escolhido. A Figura 09 demonstra a tela visualizada para o método de Newton-Raphson, demonstrando a quantidade de iteração, e as variáveis de x_n , $f(x_n)$, x_0 , $f(x_0)$, derivada da função e o erro escolhido.

Figura 8 – Segunda guia da aplicação



Fonte: autor(es).

¹<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/89584-raizes-das-funcoes-toolbox>

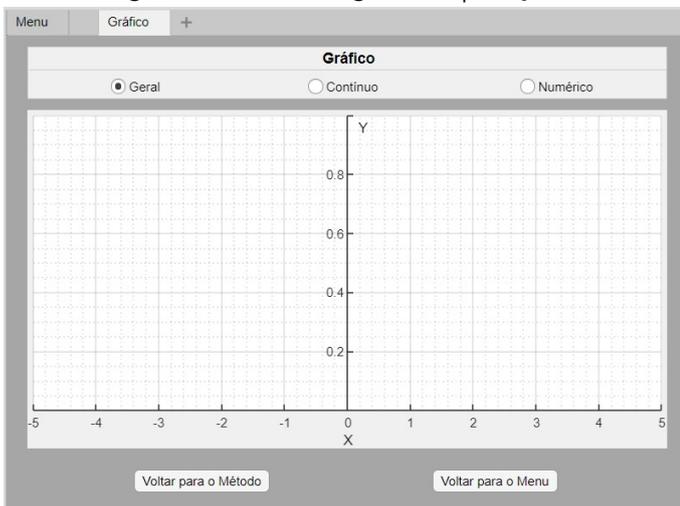
Figura 9 – Tabela expandida para o método de Newton-Raphson

Iteração	Xn	f(Xn)	x0	f(x0)	Derivada	erro

Fonte: autor(es).

A terceira guia é referente aos gráficos das funções utilizadas, conforme a Figura 10, com três opções de visualização: Contínuo, exibindo o gráfico analítico da função e raiz calculada; Numérico, exibindo o gráfico dentro do intervalo inicial informado, bem como a raiz; ou Geral, exibindo tanto o gráfico numérico quanto o contínuo. O botão **VOLTAR PARA O MÉTODO** permite que o usuário retorne à segunda guia, enquanto **VOLTAR PARA O MENU** o redireciona para a tela inicial.

Figura 10 – Terceira guia da aplicação



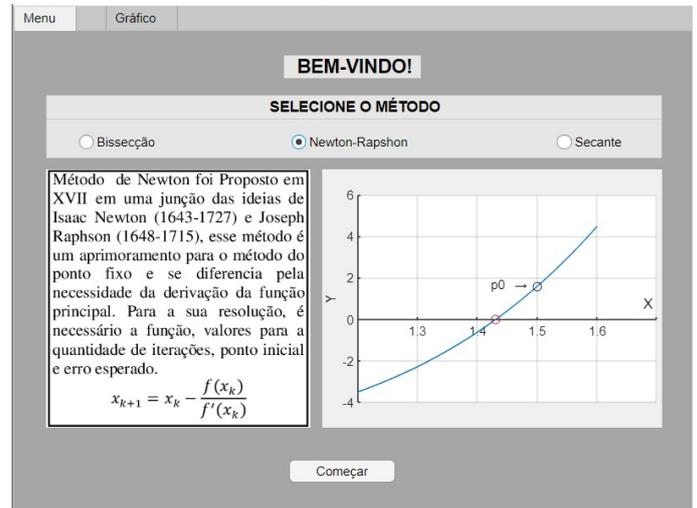
Fonte: autor(es).

3.1 Newton-Raphson

Se o usuário escolher o método de Newton-Raphson, a tela mostrada será igual a Figura 11 e a segunda guia solicitará os valores necessários. É importante frisar que o usuário não precisa inserir a derivada da função, pois a ferramenta realiza a derivação. Com isso, a Figura 12

apresenta um exemplo de tela utilizando a função $x^5 - 6$, uma tolerância de 0.01 e o critério de parada "análise do valor da função", no máximo 5 iterações e 1.5 como o valor de x .

Figura 11 – Primeira guia do método de Newton-Raphson



Fonte: autor(es).

Figura 12 – Segunda guia do método de Newton-Raphson

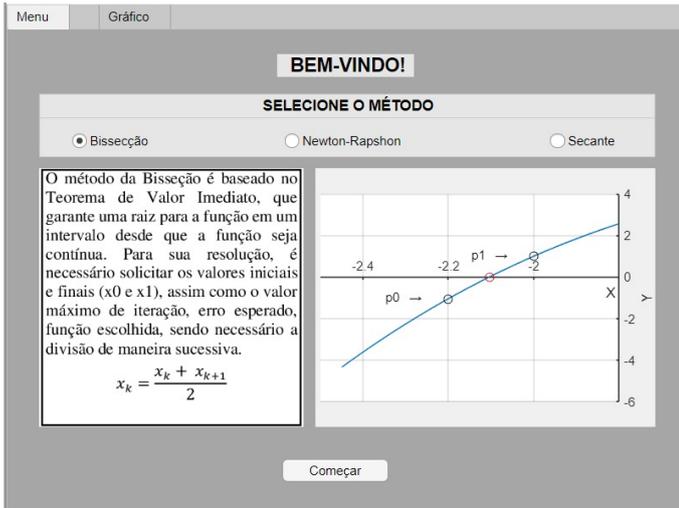


Fonte: autor(es).

3.2 Bisseção

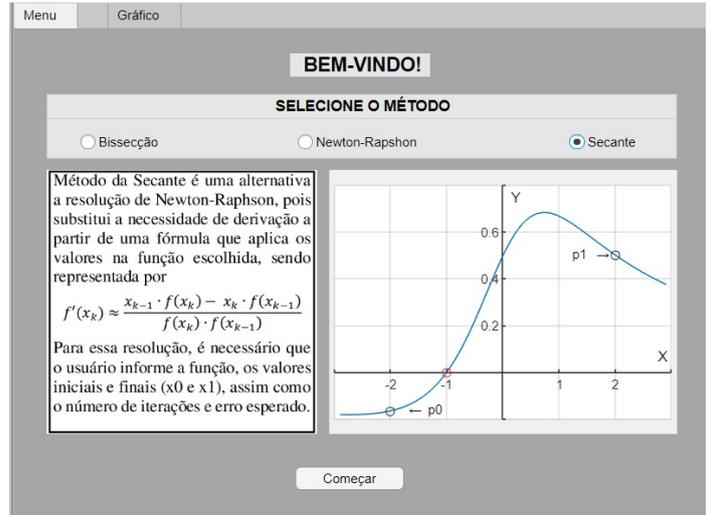
Quando o método da Bisseção for selecionado na primeira guia, conforme Figura 13, a segunda guia irá solicitar o valor para x_1 . Logo, considerando os mesmos dados demonstrados no método de Newton-Raphson para a função, tolerância, número de iterações, critério de parada e atribuindo x_0 como 1.2 e x_1 como 1.5, obtém-se a resolução demonstrada na Figura 14.

Figura 13 – Primeira guia do método da Bisseção



Fonte: autor(es).

Figura 15 – Primeira guia do método da Secante



Fonte: autor(es).

Figura 14 – Segunda guia do método da Bisseção



Fonte: autor(es).

Figura 16 – Segunda guia do método da Secante



Fonte: autor(es).

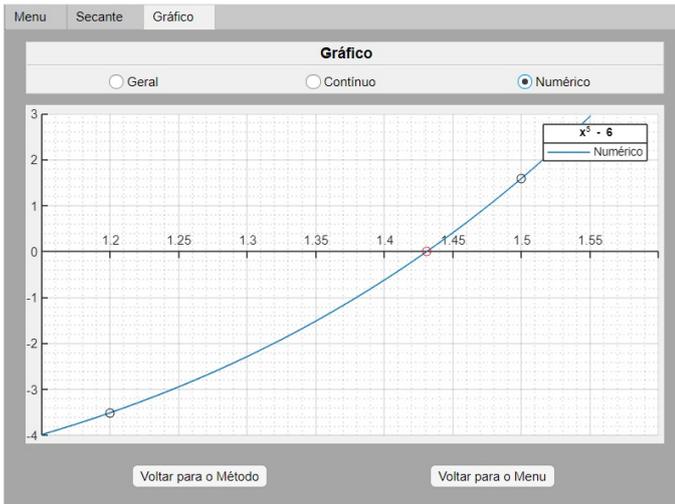
3.3 Secante

Caso seja escolhido o método da Secante na primeira guia, como demonstra a Figura 15, a segunda guia é atualizada e a ferramenta solicita as mesmas variáveis do método da Bisseção. Portanto, para efeitos de cálculos, serão considerados os mesmos valores atribuídos durante o cálculo para o método da Bisseção, como demonstra a Figura 16.

3.4 Gráficos para as funções

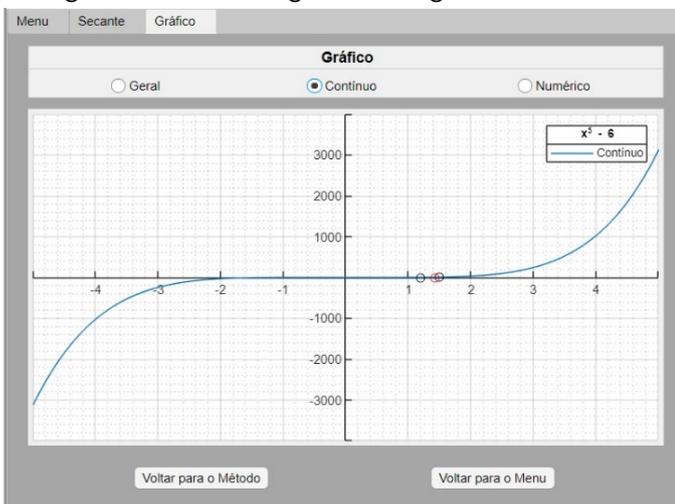
Ao selecionar a terceira guia da ferramenta, o gráfico da função utilizada será apresentado. Para a função de $x^5 - 6$, a Figura 17 exibe o gráfico contínuo, contendo as raízes e intervalo selecionado e a Figura 18 e apresenta o gráfico numérico, com foco no intervalo e na raiz calculada, respectivamente e a Figura 19 apresenta o gráfico geral, que exibe o contínuo e numérico.

Figura 17 – Terceira guia com o gráfico numérico



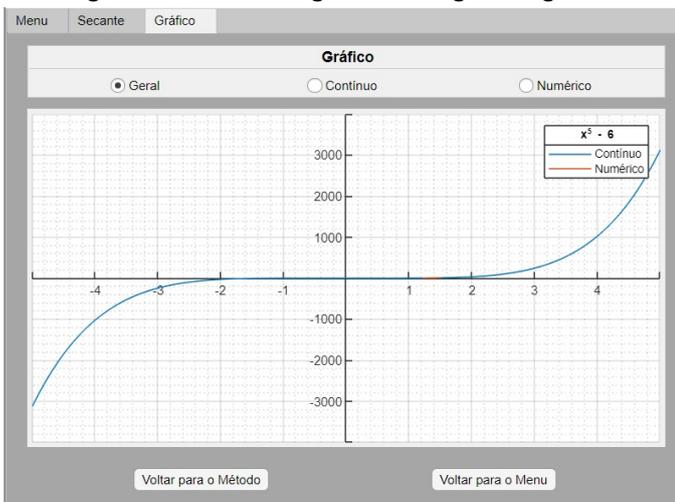
Fonte: autor(es).

Figura 18 – Terceira guia com o gráfico contínuo



Fonte: autor(es).

Figura 19 – Terceira guia com o gráfico geral



Fonte: autor(es).

5. Considerações Finais

Motivado pela pouca diversidade de ferramentas em português que auxiliem os discentes no processo de ensino aprendizagem da disciplina de cálculo numérico, este trabalho buscou desenvolver uma toolbox no MATLAB, denominada “Toolbox Zeros das Funções” voltada a resolução dos métodos numéricos da Bisseção, de Newton-Raphson e da Secante, que fosse totalmente em português e que exibisse o passo de passo de resolução e os seus gráficos.

Os resultados mostram que a ferramenta foi desenvolvida e satisfaz seu objetivo, tendo em vista que a mesma foi capaz implementar os métodos e realizar as funcionalidades estabelecidos neste trabalho e auxiliar no uso em sala de aula, tornando o processo de ensino-aprendizagem mais ativo. A ferramenta foi disponibilizada na plataforma de compartilhamento de arquivos da MathWorks, a MATLAB Central File Exchange.

Para trabalhos futuros, recomenda-se o refinamento dos gráficos, a implementação de mais métodos numéricos, tais como métodos de interpolação, solução de sistemas lineares, integração numérica e equações diferenciais ordinárias, bem como testes da ferramenta em sala de aula com a finalidade de validar a mesma no que diz respeito a melhoria do processo de ensino aprendizagem na disciplina de métodos numéricos.

Referências

ALBUQUERQUE, Karine T. de; MESTRIA, Mário; MUNIZ, Pablo R. Otimização da frequência de manutenção preventiva de limpeza em módulos fotovoltaicos maximizando a receita líquida. **Anais do Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos 2020**, [S.L.], p. 1-6, 15 ago. 2020. Sbabra. <http://dx.doi.org/10.48011/sbse.v1i1.2484>.

ARAÚJO, Isabella Carolina; ALVES, Sandy Pinheiro. **Avaliação do desempenho acadêmico dos estudantes de graduação: Engenharia elétrica**. 2018. Disponível em: https://www.ufmg.br/prograd/arquivos/docs/RelatGrad/2018/avalDesempenhoEstudantesGrad_Pre_sencial/EngenhariaEletrica. Acesso em: 09 abr. 2021.

CAMPOS, F.F., **Algoritmos Numéricos**, Rio de Janeiro: LTC, 2.ed., 2007.

CHAPRA, Steven C. **Métodos Numéricos Aplicados com MATLAB® para Engenheiros e Cientistas-3**. AMGH Editora, 2013.

CORSO, Luciana Vellinho; DORNELES, Beatriz Vargas.

Senso numérico e dificuldades de aprendizagem na matemática. *Rev. psicopedag.*, São Paulo, v. 27, n. 83, p. 298-309, 2010. Disponível em <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862010000200015&lng=pt&nrm=iso>. acesso em 10 abr. 2021.

CUNHA, Francisco Gêvane Muniz; CASTRO, Jânio Kléo de Sousa. **Cálculo Numérico**. Fortaleza: UAB/IFCE, 2010. 163 p.

DELLAJUSTINA, Fernanda Jaiara et al. The Hidden Geometry of the Babylonian Square Root Method. *Applied Mathematics*, v. 5, n. 19, p. 2982, 2014.

DERIVE. University of Hawaii, 2012. Disponível em: <<http://math.hawaii.edu/wordpress/derive/>>. Acesso em: 10 abr. 2021.

FERNANDES, Amunike Jorge Moreira et al. APLICAÇÃO DE MÉTODOS NUMÉRICOS PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ENGENHARIA ECONÔMICA. *Anais do Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão*, v. 10, n. 1, 2019.

FRANCO, Neide Maria Bertoldi. **Cálculo Numérico**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006. 520 p.

G1. **Como superar as dificuldades em disciplinas exatas e garantir bons resultados**. 2018. Disponível em: <https://g1.globo.com/sc/santa-catarina/especial-publicitario/so-exatas/noticia/2018/08/27/como-superar-as-dificuldades-em-disciplinas-exatas-e-garantir-bons-resultados.ghtml>. Acesso em: 08 abr. 2021.

HOED, Raphael Magalhães. **Análise da evasão em cursos superiores: o caso da evasão em cursos superiores da área de computação**. 2016. 188 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Computação Aplicada, Departamento de Ciência da Computação, Universidade de Brasília, Brasília, 2016. Ji, Zhanglong et al. Differentially private distributed logistic regression using private and public data. *BMC medical genomics*, v. 7, n. 1, p. 1-10, 2014.

KHATCHATOURIAN, Oleg; TRETER, Jaciara. Aplicação da lógica fuzzy para avaliação econômico-financeira de cooperativas de produção. *JISTEM J.Inf.Syst. Technol. Manag. (Online)*, São Paulo, v. 7, n. 1, p. 141-162, 2010. Disponível em:

http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1807-17752010000100007&lng=en&nrm=iso. Acesso em 11abr. 2021. <https://doi.org/10.4301/S1807-17752010000100006>.

LEITE, Claudécio Gonçalves. **A construção histórica dos sistemas de numeração como recurso didático para o Ensino Fundamental I**. 2014. 52 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Juazeiro do Norte, 2014.

LI, Jian; REN, Huilan; NING, Jianguo. Numerical application of additive Runge-Kutta methods on detonation interaction with pipe bends. *International Journal Of Hydrogen Energy*, Miami, v. 38, n. 21, p. 9016-9027, jul. 2013.

LOBÃO, D. C. **Introdução aos Métodos Numéricos**. Universidade Federal Fluminense - UFF. Volta Redonda, p. 160. 2012. (Ci - 202).

LOPES, Modesto Valci Moreira et al. Comparativo entre os Métodos de Newton, Secante e Müller Aplicados a Raízes de Funções Polinomiais. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 6, n. 2, 2018.

LUCKE, Terry; KEYSNER, Ulrike; DUNN, Peter. The use of a Classroom Response System to more effectively flip the classroom. In: **2013 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE)**. IEEE, 2013. p. 491-495.

MACLEOD, Allan J. A generalization of Newton-Raphson. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, v. 15, n. 1, p. 117-120, 1984.

MARIANI, V. C.; PETERS, Sérgio. Utilização do Software Derive no Ensino de Cálculo Numérico. *Revista Exatas*, Chapecó, v. 02, n.02, p. 37-49, 1998.

MATLAB. **What is Matlab?** 2021. Disponível em: <https://www.mathworks.com/discovery/what-is-matlab.html>. Acesso em: 08 abr. 2021.

MORAIS, Erikosn; SILVA, Iara; SILVA, Felipe. Estudo Comparativo entre a Implementação Sequencial e Paralela dos Métodos Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel. *Revista Eletrônica de Iniciação Científica em Computação*, [S. l.], v. 18, n. 2, 2020. Disponível em: <https://sol.sbc.org.br/journals/index.php/reic/article/view/1713>. Acesso em: 11 abr. 2021. DOI:

10.5753/reic.2020.1713

MOREIRA, S. et al. Análise de vigas laminadas utilizando o natural neighbour radial point interpolation method. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 30, n. 2, p. 108-120, 2014.

MOURA, Allison de Sousa. **Uma ferramenta computacional para ensino-aprendizagem de métodos numéricos**. 2017. 61 f. TCC (Graduação) - Curso de Bacharelado em Matemática Computacional, Centro de Informática, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.

NASCIMENTO, Demilson Antônio. **Métodos para Encontrar Raízes Exatas e Aproximadas de Funções Polinomiais até o 4º Grau**. 2015. 81 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.
NEVES, Thiago José Galvão das. Causas da evasão de alunos nos cursos de graduação presencial da UFPE. 2016.

OGLIARI, Cassiano Roberto Nascimento; ILKIU, Luciana Graciele; RODAKIEWSKI, Paula (org.). **O PROFESSOR PDE E OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANENSE**, 2010. Paraná: Cadernos Pde, 2014. 01 v.

OLIVEIRA, Daniela Santos. **Números e sistemas de numeração**. Trabalho de Conclusão Curso (Especialização) - Programa de Pós-Graduação "Lato Sensu" em Matemática, Escola de Engenharia de Lorena da Universidade de São Paulo. Lorena, SP, 2008.

OLIVEIRA, Estefanie Rayane Silva de. **Resolução de sistemas lineares complexos por meio do método da eliminação de gauss**. 2020. 11 f. TCC (Graduação) - Curso de Ciência e Tecnologia, Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2020.

OLIVEIRA, Paulo César Rodrigues. **Métodos numéricos para solução de sistemas de equações lineares utilizando o Matlab**. 2019. 61 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Tocantins, Arraias, 2019.

PAULISTA, Cássio Rangel et al. DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA SOLUÇÃO NUMÉRICA DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS: UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR. **Revista Mundi Engenharia**,

Tecnologia e Gestão (ISSN: 2525-4782), v. 3, n. 2, 2018.

PIRES, Augusto de Abreu. **Cálculo Numérico: prática com algoritmos e planilhas**. São Paulo: Atlas, 2015. 224 p.

ROALD, Ann Louise. **Path Planning for Vehicle Motion Control Using Numerical Optimization Methods**. 2015. 149 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Master Of Science In Cybernetics And Robotics, Department Of Engineering Cybernetics, Norwegian University Of Science And Technology, Trondheim, 2015.

RODRIGUES, Aroldo Eduardo Athias. **Sistemas de Numeração: Evolução Histórica, Fundamentos e Sugestões para o Ensino**. 2013. 167 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarem, 2013.

RUGGIERO, Márcia A. Gomes; LOPES, Vera Lúcia da Rocha. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. Makron Books do Brasil, 1997.

SACCARO, Alice; FRANÇA, Marco Túlio Aniceto; JACINTO, Paulo de Andrade. Fatores Associados à Evasão no Ensino Superior Brasileiro: um estudo de análise de sobrevivência para os cursos das áreas de Ciência, Matemática e Computação e de Engenharia, Produção e Construção em instituições públicas e privadas. **Estudos Econômicos** (São Paulo), v. 49, n. 2, p. 337-373, 2019.

SANTOS, Dheiver. **APLICAÇÕES DOS MÉTODOS DA BISSEÇÃO E FALSA POSIÇÃO PARA ANÁLISE DE DESEMPENHO DE ALGORÍTIMO EM PYTHON**. **Caderno de Graduação-Ciências Exatas e Tecnológicas-UNIT-ALAGOAS**, v. 5, n. 1, p. 149, 2018b.

SANTOS, Janio Cesar Alencar dos. **O MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON NA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO $2x = x^2$: uma motivação para o estudo da existência de logaritmo de números negativos**. 2018. 38 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Matemática, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2018a.

SOUSA JÚNIOR, José de Alencar de et al. Mathematical modeling applied to the growth of tilapia in net cages in the sub middle of the São Francisco River. **Engenharia Agrícola**, v. 34, n. 5, p. 1001-1011, 2014.

SOUZA, Quezia Emanuely de Oliveira et al. Comparativo entre os Métodos da Secante, de Newton e de Newton Utilizando Derivada Numérica. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 7, n. 1, 2020.

SOUZA, Quézia Emanuely de Oliveira. **Comparativo entre os métodos de Newton-Raphson e das raízes múltiplas no cálculo de raízes de funções**. 2018. 10 f. TCC (Graduação) - Curso de Ciência e Tecnologia, Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2018.

TEIXEIRA, Thiago; SILVA, Iara. Método do Formigueiro para Encontrar os Zeros de Funções Reais. **Revista Eletrônica de Iniciação Científica em Computação**, v. 16, n. 4, 2018.

VALADARES, Dalton Cézane Gomes et al. COMPARAÇÃO DE MÉTODOS ITERATIVOS DE RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES IMPLEMENTADOS NO OCTAVE. In: **I Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia**. 2016.

VALENTE, José Armando. Uso da internet em sala de

aula. **Educar em revista**, n. 19, p. 131-146, 2002.

VIEIRA, Héliida Vasques Peixoto et al. O Uso de Aplicativos de Celular como Ferramenta Pedagógica para o Ensino de Química. **Revista Debates em Ensino de Química**, v. 5, n. 1 ESP, p. 125-138, 2019.

VILELA, Daniel. **Aplicação de métodos numéricos de otimização ao problema conjunto da dirigibilidade e conforto veicular**. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia de Controle e Automação Mecânica) - Escola Politécnica, University of São Paulo, São Paulo, 2010. doi:10.11606/T.3.2010.tde-20082010-153319. Acesso em: 2021-04-11.

ZABALA, Francisco José Correa; PARKER, Heidi E.; VIEIRA, Camilo. Implementing an active learning platform to support student learning in a numerical analysis course. In: **2017 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE)**. IEEE, 2017. p. 1-6.

ZULYADAINI, Z. Development of teaching materials in numerical methods. **Ukrainian Journal of Educational Studies and Information Technology**, v. 8, n. 1, p. 28-38, 27 mar. 2020.