



Lucas Lima Souza

Universidade Federal do Maranhão

lucasilmaufma@gmail.com

Maria José Herculano Macedo

Universidade Federal do Maranhão

maria.macedo@ufma.br

Vilma Bragas de Oliveira

Universidade Federal do Maranhão

avilma.bragas@ufma.br

Utilização do GeoGebra no ensino-aprendizagem de sistemas lineares: uma experiência com discentes universitários

Use of GeoGebra in teaching-learning of linear systems: an experience with university students

Resumo: O presente artigo teve como objetivo verificar a influência do GeoGebra no entendimento da relação existente entre duas retas e a solução de sistemas lineares 2×2 . Para tanto, foram utilizadas metodologias de natureza quanti-qualitativa, aplicando-se um Pré-teste a discentes do curso de Licenciatura em Ciências Naturais-Química da Universidade Federal do Maranhão (UFMA), Campus São Bernardo-MA. O trabalho seguiu com a abordagem didática de uso do GeoGebra e foi finalizado com a aplicação do Pós-teste. Os resultados, desta pesquisa, apontaram questões com maior número de acertos e redução dos números de erros e questões sem resposta. Pôde-se verificar, ainda, contribuições do software para o processo de ensino e desenvolvimento de novas conjecturas e interpretações dos indivíduos acerca do entendimento da relação existente entre duas retas e a solução de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas.

Palavras-chave: Tecnologia. GeoGebra. Sistemas Lineares.

Abstract: This article aimed to verify the influence of GeoGebra in understanding the relationship between two lines and the solution of 2×2 linear systems. For that, quantitative and qualitative methodologies were used, applying a pre-test to students of the Licentiate Degree in Natural Sciences-Chemistry at the Federal University of Maranhão (UFMA), Campus São Bernardo-MA. The work continued with the didactic approach of using GeoGebra and was completed with the application of the Post-test. The results of this research pointed out issues with a higher number of correct answers and a reduction in the number of errors and unanswered questions. It was also possible to verify the software's contributions to the teaching process and the development of new conjectures and interpretations of individuals regarding the understanding of the relationship between two lines and the solution of linear systems with two equations and two unknowns.

Keywords: Technology. GeoGebra. Linear Systems.



PORTO ALEGRE

**RIO GRANDE DO SUL
BRASIL**

Recebido em: março de 2021

Aprovado em: dezembro de 2021

1. Introdução

Os Softwares Educativos (SE) vêm sendo cada vez mais utilizados por docentes nas diversas áreas e níveis de conhecimento. No entanto, para um melhor desempenho dessas ferramentas dentro do ambiente educacional, faz-se necessária uma abordagem clara dessa ferramenta de forma a promover uma conexão com a aprendizagem, visando melhorias no ensino e estimulando a construção do conhecimento por docentes e discentes. Segundo Almeida e Almeida (2015), a qualidade de um SE é observada a partir do momento que este preenche os requisitos dentro de um ambiente de aprendizagem e favorece a relação professor-aluno. Em vista disso, deve existir mecanismos avaliativos, quanto à escolha e à inserção destes instrumentos, atentando-se às variáveis e levando em conta o paradigma pedagógico do contexto educacional.

Dentro da ampla disponibilidade de softwares, com possibilidades de uso nas aulas ministradas pelos docentes, existem os de Geometria Dinâmica (GD) que promovem um ambiente de trabalho diferenciado, definido como “um ambiente computacional que possui como característica principal o “arrastar” dos objetos pela tela do computador com o uso do mouse, possibilitando a transformação de figuras geométricas em tempo real” (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 4). Esse artifício permite movimentar a construção e visualizar as transformações em tempo real. As propriedades geométricas fundamentais das figuras são mantidas, isso permite o estudo de tais propriedades.

Nesse aspecto, o *GeoGebra* merece destaque, pois consegue trabalhar a Matemática a partir de construções e análises. Esse software possibilita a visualização gráfica e geométrica dos objetos matemáticos de modo a conduzir “uma maior compreensão e o conceito estudado passa a ter sentido e significado” (GONÇALVES; MENTGES; SCHULZ, 2018, p.4), além de possibilitar múltiplas formas de trabalhar a Matemática, ultrapassando as dificuldades cognitivas e adequando-se as singularidades de cada discente, pois “pode criar um ambiente favorável a superação de dificuldades relacionadas à construção de conceitos e ideias matemáticas” (CYRINO; BALDINI, 2012, p. 53).

A partir do uso do *GeoGebra* é permitido trabalhar Sistemas de Equações Lineares sob o olhar da Geometria, conforme as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM's). Além disso, Brasil (2006, p.77) destaca que a articulação entre geometria e álgebra pode ser significativa para o aluno, desde que

o docente trabalhe em duas vias: o entendimento das figuras geométricas através de equações e o entendimento de equações via figuras geométricas.

Os conceitos e propriedades do conteúdo informado são importantes para os discentes universitários do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais/Química do Campus da UFMA, existente no município de São Bernardo/MA. Além disso, este público, em sua maioria, não foi adepto ao uso de softwares pelos docentes no nível escolar.

Ferreira (2013, p.17) destaca a importância de trabalhar sistemas lineares e as contribuições em outras áreas, e isso, também, justifica o porquê dos autores escolherem tais discentes. Ainda, segundo Ferreira (2013, p.17), a importância do estudo do objeto matemático informado deve-se por seu uso na representação de modelos de diversos problemas, que vão dos mais simples, representados por um sistema de duas equações e duas incógnitas, aos mais complexos, abrangendo um grande número de incógnitas e que exigem métodos mais robustos durante a resolução.

No tocante ao objeto matemático descrito e o *GeoGebra*, Silva e Bisognin (2021) destacam a importância da abordagem de diferentes representações de sistemas lineares possibilitadas por esse software e sugerem a elaboração de propostas didáticas pelos profissionais com análises envolvendo os sistemas impossíveis e possíveis e indeterminados, com base na representação gráfica. Saviano; Santos; Schimiguel (2020) utilizaram a versão android do aplicativo e destacaram ser este recurso uma ferramenta significativa no ensino de sistemas lineares e de funções do primeiro grau. Gonçalves; Mentges; Schulz (2018), ainda, atribuíram ao software de Geometria Dinâmica a capacidade de possibilitar o questionamento reflexivo entre os educandos durante as manipulações e conjecturas, e, como consequência dessas características, a promoção da participação ativa da turma.

Assim, o objetivo deste trabalho consiste em verificar se o *GeoGebra* promove contribuições positivas no entendimento da relação existente entre duas retas e a solução de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas. Será verificado, ainda, o nível de conhecimento básico sobre essas temáticas pelos discentes e a evolução desse conhecimento após a prática educativa com o uso do software, seguida da avaliação das ferramentas utilizadas e da metodologia.

2. Fundamentação Teórica

A evolução das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) se encontra em expansão dentro da atual configuração da sociedade. Esse fato ocorre, principalmente, devido à constante utilização das TICs no cotidiano, influenciando, assim, em “uma sociedade moderna e conectada aos diversos recursos que estas nos oferecem” (SOUZA; BENITE, 2020, p. 2). A interação das pessoas para com as TICs é progressiva, adentrando todos os campos e dinâmicas sociais, tornando-as essencial em suas vidas. Segundo Kenski (2008, p. 24), as tecnologias são “o conjunto de conhecimento e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade”.

No campo educacional, o uso das TICs no ensino-aprendizagem deve ser tratado como *direito* nas escolas (públicas e privadas), pois possibilita aos discentes uma educação com a inclusão de uma “alfabetização tecnológica”, o que conseqüentemente os tornam indivíduos inseridos na sociedade, com saber tecnológico (BORBA; PENTEADO, 2016). Dessa forma, as ferramentas tecnológicas “podem constituir um elemento valorizador das práticas pedagógicas, já que acrescentam, em termos de acesso à informação, flexibilidade, diversidade de suportes no seu tratamento e apresentação” (MARTINHO; POMBO, 2009, p. 528). Ainda segundo Gonçalves; Mentges e Schultz (2018), esses recursos apresentam um potencial significativo para as aulas, quando aplicadas em atividades bem desenvolvidas e planejadas.

Nesse aspecto, Ferreira (2016, p.11) descreve o docente com a função de instigar o discente a pensar, a descobrir e a resolver problemas, além de ser atribuída uma nova função a esse profissional, pois passa a ser um investigador, na busca por novos desafios, reflexões e aperfeiçoamento. Assim, “Para que mudanças significativas possam de fato ocorrer no que diz respeito ao uso de tecnologias, é preciso que o professor esteja envolvido nesse processo e sinta a necessidade de mudar, seja por motivação pessoal ou profissional” (FERREIRA, 2016, p. 11).

Todavia, a atuação docente no manuseio e aplicação de softwares em sala de aula deve reconhecer além dos potenciais destes, as suas limitações, para que as aulas não possam ser comprometidas e, conseqüentemente, invalide todo o processo de ensino. Há a necessidade de se criar mecanismos avaliativos para a inserção dessas ferramentas no ensino-aprendizagem, atentando às especificidades, tanto desses recursos quanto do

conteúdo a serem abordados. Alguns requisitos são elencados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para a elaboração de boas propostas de situações de aprendizagem, como o fato de o professor conhecer o software que irá utilizar (BRASIL, 1998, p.151).

Almeida e Almeida (2015, p. 60) relacionam a qualidade de um SE à capacidade de este contemplar os requisitos de conteúdo e contribuir com a interação aluno/professor. Eles destacam, ainda, que a análise de um sistema computacional deve ser feita com base na observação do contexto pedagógico de uso desse recurso. De fato, essas ferramentas devem oportunizar o docente ministrar aulas numa perspectiva distinta da metodologia tradicional, em que o aluno percebe durante a apresentação e a construção da temática uma abrangência e aplicações.

Fato desafiador para o docente, uma vez que ele se depara em um contexto em que não se deve inserir os recursos computacionais em suas aulas de qualquer forma, pois, se inseridos sem objetivos dentro de uma concepção de conhecimento e aprendizagem na qual o instrutor desconheça o programa e seu manuseio, tal qual, também, não contemple a interação do professor para com o discente, terá como consequência a anulação ou uma aprendizagem restrita. Gonçalves; Mentges e Schultz (2018) destacam a importância de um bom planejamento das atividades, com objetivos e conceitos matemáticos envolvidos, para que haja contribuições destas na construção do conhecimento.

Os SE podem e devem ser utilizados seguindo toda essa estrutura de inserção do software educacional para um dado tema. Quando, de fato, há a utilização dos SE, com especificidade para os de GD, as construções podem ser feitas nesses softwares de modo que se observa figuras criadas com configurações geométricas, partindo de propriedades pré-definidas. Afere-se, ainda, transformações no desenho, quando se desloca elementos os quais constituem o próprio desenho, porém, tais mudanças mantêm as relações geométricas caracterizadas pelo contexto.

Quanto ao manuseio do software de GD, é viável que os discentes tenham conhecimentos prévios acerca da geometria e do tópico em questão. O desconhecimento básico por parte dos alunos origina a “obstrução da programação do professor, impactando na atividade fazendo com que está ocupe um período de tempo maior que o determinado pelo docente” (PINTO; PENTEADO, 2010, p.5).

No ambiente GD, o GeoGebra apresentou-se como um recurso que possibilita resoluções de sistemas lineares com interpretações e resoluções além da abordagem técnica e procedimental. Dessa forma, pesquisas como as de Machado, Silva e Silva (2015), Gonçalves; Mentges e Schulz (2018), Saviano; Santos; Schimiguel (2020) e Silva e Bisognin (2021) apresentam situações de uso do GeoGebra no ensino-aprendizagem de sistemas lineares de modo a incentivar os docentes a desenvolverem atividades dinâmicas, o que possibilita novas experiências na prática docente, tornando os discentes mais ativos no processo de aprendizagem, desenvolvendo mais afeição pelo conteúdo matemático abordado e possibilitando reflexões no processo de aprendizagem.

Com base nessa perspectiva, acredita-se que sistemas lineares 2×2 , se apresentado aos alunos de forma dinâmica e interativa com o software GeoGebra, possa ter resultados significativos e transformadores na construção do conhecimento efetivo e concreto.

3. Metodologia

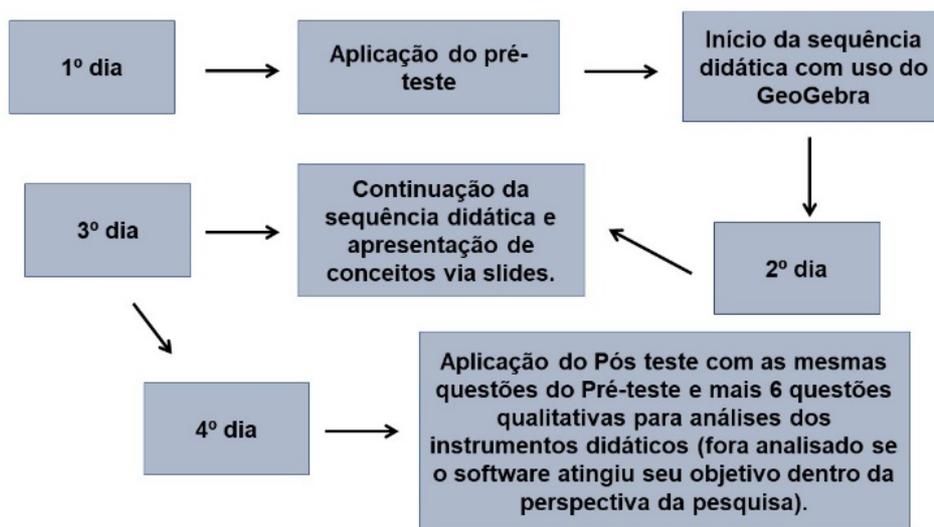
O trabalho trata de um estudo com natureza quanti-qualitativa. Segundo Silva e Menezes (2005, p. 20), a pesquisa quantitativa transforma em números, opiniões e informações, com foco na análise e classificação usando recursos como técnicas

estatísticas, enquanto a pesquisa qualitativa apresenta um vínculo indissociável entre a subjetividade do sujeito e o mundo objetivo que não pode ser traduzido em números e não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. Este trabalho apresenta, ainda, um enfoque na análise indutiva dos dados, tendo o processo e seu significado como focos principais da abordagem.

Segundo Proetti (2017), os métodos quantitativos e qualitativos não se excluem e apresentam contribuições essenciais de um fenômeno estudado, pois são procedimentos de cunho intuitivo, racional e descritivo, além de permitir reflexões nos estudos científicos, pois auxiliam a entender, qualificar, desvendar e quantificar de forma verificativa.

Para a efetivação do estudo em questão, participaram 8 discentes do curso de Licenciatura Ciências Naturais-Química da Universidade Federal do Maranhão (UFMA), Campus São Bernardo-MA. Os discentes foram definidos, neste trabalho, como alunos A, B, C, D, E, F, G e H. O minicurso intitulado "GeoGebra na análise das posições relativas entre duas retas e resolução de sistemas lineares" foi ministrado aos participantes para realização de coleta de dados, estes foram obtidos a partir de aulas gravadas via videoconferência, pelo software Google Meet e aplicação de questionários avaliativos, seguindo a organização disposta na Figura 1.

Figura 1 – Procedimento metodológico do Minicurso



Fonte: Elaborada pelos autores.

Para usufruir da abordagem didática, os discentes universitários fizeram uso de internet, notebook/computador e celular. A participação dos alunos no minicurso online ocorreu nos dias 12, 13, 14 e 17 de agosto de 2020, com carga horária total de

dezesseis horas (16 horas). As aulas foram transmitidas via videoconferência, através da plataforma Google Meet; no que tange à transmissão das aulas, elas foram realizadas através do aparelho celular, já a abordagem didática com o GeoGebra foi realizada pelo

notebook/computador. Essas condições foram sugeridas aos discentes devido à pandemia do Coronavírus, logo, a Universidade não poderia ofertar aulas presenciais, então, foi cabível, no momento, aulas remotas por meio de softwares de comunicação.

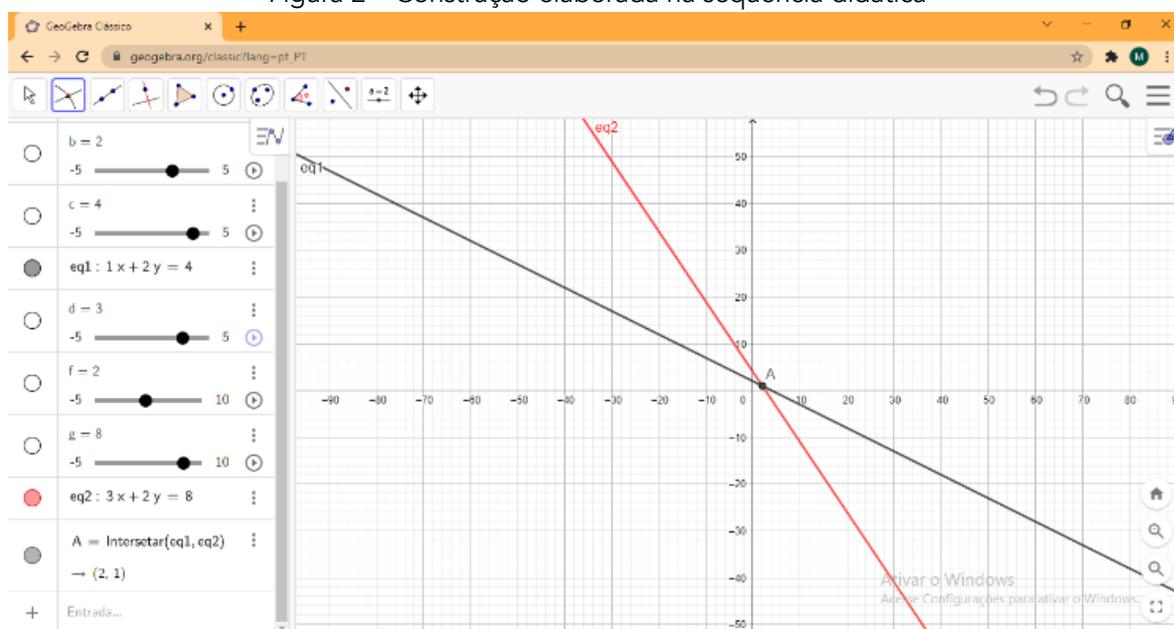
No primeiro dia, aplicou-se, inicialmente, um Pré-teste com os discentes, com vistas a avaliar os conhecimentos prévios dos discentes acerca da relação existente entre duas retas e a solução de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas. O Pré-teste foi composto por 7 questões, nas quais 5 questões eram objetivas, sendo elas 1, 2, 4, 5 e 7. As questões 3 e 6 tratavam-se de perguntas abertas, em que o aluno teria que justificar as alternativas consideradas erradas na questão anterior. Esse questionário avaliativo foi aplicado no dia 12 de agosto de 2020, quando se deu início ao minicurso. As questões 1 e 2 trabalhavam a forma reduzida da reta e a posição relativa entre duas retas no plano cartesiano, respectivamente; já as questões 4 e 5 tratavam-se de perguntas voltadas para a posições de duas retas no plano cartesiano e suas relações com as soluções de sistemas lineares 2×2 e tipos de sistemas. A última questão objetiva, 7, enunciava a resolução de sistemas lineares 2×2 . Na questão aberta de número 3, o aluno

teria que justificar as opções consideradas erradas na segunda pergunta; já na 6, teria que justificar as opções elencadas como incorretas no quinto problema.

Em relação às etapas, no primeiro dia foi dado início à sequência didática, os autores optaram por aplicar primeiro a sequência didática constituída por cinco (5) atividades, com objetivos pré-definidos a serem construídas com o auxílio do GeoGebra e, posteriormente, apresentou-se os conceitos teóricos em slides. As Atividades 1 e 2 abordavam a verificação de pontos pertencentes e não pertencentes às retas e análises dos coeficientes angulares e lineares das retas. Essas atividades permitiam analisar a forma reduzida da reta e apresentar conceitos introdutórios e necessários para a abordagem dos conteúdos propostos.

A Atividade 3 tratava de mostrar as posições relativas entre duas retas e as relações entre os coeficientes angulares e lineares destas. A Figura 2 representa uma das construções realizadas nessa etapa. Nela, destacam-se duas retas concorrentes representantes de um sistema linear possível e determinado, sendo o ponto A a intersecção entre as retas construídas, ou seja, a solução do sistema linear.

Figura 2 – Construção elaborada na sequência didática



Fonte: Elaborada pelos autores

Na Atividade 4, foram apresentadas questões envolvendo a relação entre a solução de sistemas lineares com duas incógnitas e as posições relativas entre as retas. Uma dessas abordagens está demonstrada na Figura 3.

Figura 3 – Atividade desenvolvida na sequência didática

- 4.3)** A partir do modelo de equação $ax+by = c$, crie duas equações referentes à reta r : $ax+by = c$ e reta s : $dx+fy = g$, com os seguintes controles deslizantes: a , b , c , d , f e g .
- a) Coloque os seguintes valores referentes aos controles deslizantes $a=1$, $b=2$, $c=4$, $d=3$, $f=2$ e $g=8$. De acordo com a representação geométrica das retas r e s no software, qual tipo de sistema define as duas retas? Existem pontos em comum entre as duas retas? Caso exista, com o comando interseção, defina-o. Calcule a solução deste sistema de forma manual.
- b) Altere a equação das retas para a forma reduzida. O que se pode observar acerca dos coeficientes angular e linear das retas r e s ? Qual é a posição das retas r e s ?
- c) Altere o valor do controle deslizante d para 1. Qual é a posição entre as retas r e s ? Qual é a relação entre os coeficientes angular e linear das retas r e s ? Classifique o sistema e realize os cálculos para verificar se há solução(ões) para o sistema de forma manual.
- d) Altere os valores dos controles deslizantes para a seguinte forma: $d=3$, $f=6$ e $g=12$. Como é classificado o sistema decorrente da representação geométrica observada? Qual é a relação existente entre os coeficientes angulares e lineares das retas observadas? O que se pode concluir acerca das soluções desse sistema?

Fonte: Elaborada pelos autores

A Atividade 5 apresentava uma contextualização dos objetos matemáticos estudados, sendo realizadas questões com aplicações no cotidiano. Assim, ao longo do minicurso, os discentes participavam indagando e/ou respondendo perguntas do professor pelo chat ou áudio disponível no Google Meet.

As questões avaliativas aplicadas no pré-teste foram reaplicadas no Pós-teste, com a adição de 6 questões qualitativas para a avaliação dos instrumentos didáticos no processo de ensino-aprendizagem. O Pós-teste aconteceu no último dia 17 de agosto de 2020, no qual também se finalizou o minicurso. As perguntas qualitativas aplicadas no Pós-teste tinham como objetivo verificar os conhecimentos prévios dos discentes acerca dos softwares GeoGebra e Google Meet; observar possíveis dificuldades apresentadas no manuseio do GeoGebra, durante a aplicação da sequência didática e na forma de ensino EAD, pela plataforma Google Meet; analisar prováveis contribuições para melhorias na aprendizagem utilizando o GeoGebra e quais potencialidade aferidas no ensino EAD com o uso da plataforma Google Meet.

A análise dos resultados desta pesquisa foi realizada a partir de um comparativo do percentual dos

erros/acertos dos discentes entre a primeira e a segunda avaliação; foi realizada, ainda, uma análise das questões qualitativas.

4. Resultados e Discussão

4.1 Análise do conhecimento prévio dos discentes

A Tabela 1 mostra o percentual dos erros, acertos e questões sem respostas obtidos na avaliação aplicada no início do minicurso, no pré-teste, considerando as questões objetivas. Os dados obtidos revelaram que os discentes mostraram pouco conhecimento prévio acerca da temática. A taxa de acertos, no total, ficou abaixo dos 38%, a porcentagem de erros e questões sem resposta ultrapassaram a taxa de acertos em mais de 60%. Na tabela 1, são apresentados, também, dados decorrentes da primeira avaliação, em que é possível aferir dificuldades específicas em pontos do estudo em questão, que necessitam de uma abordagem para além de aulas mecânicas e abstratas voltadas apenas para cálculos algébricos.

Tabela 1 – Resultados obtidos após a aplicação do Pré-teste

Questão	Acerto	Erro	Sem resposta
1	5(62,5%)	3(37,5%)	0(0%)
2	1(12,5%)	5 (62,5%)	2(25%)
4	6 (75%)	1(12,5%)	1(12,5%)
5	0 (0%)	4 (50%)	4 (50%)
7	3 (37, 5%)	4 (50%)	1(12,5%)
Total	15 (37,5%)	17 (42, 5%)	8 (20%)

Fonte: Elaborada pelos autores.

Na questão 2, a qual se refere à posição relativa entre duas retas no plano cartesiano, apenas 1 aluno acertou (12,5%), enquanto 5 alunos (62,5%) erraram e 2 alunos (25%) não apresentaram resposta. Na questão 5, a qual está relacionada às posições de duas retas no plano cartesiano e suas relações com as soluções de sistemas lineares 2x2 e tipos de sistemas que definem tais retas no plano, os discentes mostraram grandes dificuldades, uma vez que não houve acertos. O percentual de erros foi de 50%, já os outros 50% não destacaram respostas para tal questão. Essas foram as duas questões que os alunos apresentaram maiores dificuldades, questões estas que devem ser repassadas com foco em interpretações e representações geométricas, contudo, em geral, isso não acontece no processo de ensino tradicional. A abordagem de sistemas lineares, no ensino médio, é limitada.

As questões 3 e 6 da avaliação traduziam-se em questões abertas, tais quais os alunos iriam justificar o porquê de considerar alternativas incorretas na questão anterior. No Pré-teste, nenhum discente conseguiu respondê-las. Não houveram justificativas por parte dos discentes, ou seja, as duas questões ficaram sem respostas. O fato de que o percentual de erros e de sem resposta ultrapassa a taxa de 65%, portanto, afere-se que os alunos apresentaram enorme deficiência quanto à temática sistemas lineares. Tal deficiência é oriunda do processo de ensino-aprendizagem ao qual esses alunos foram submetidos em suas vidas educacionais.

Os problemas observados na resolução das questões trazem à tona uma questão sobre as metodologias tradicionais e a defasagem na aprendizagem dos conceitos matemáticos. Araújo e Júnior (2017, p. 17), em seu trabalho *Plataforma*

Matematech: um Recurso Didático no Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, justificam essas deficiências devido às “práticas extremamente tradicionais e descontextualizadas com a realidade do aluno, o que acaba por desmotivar o aprendizado e acarretar resultados pouco satisfatórios no que se refere ao ensino aprendizagem nas escolas brasileiras”. De fato, as práticas tradicionais de ensino estão fincadas nas escolas públicas, as quais se negam, em pleno desenvolvimento tecnológico, a assumirem uma postura ativa quanto à utilização das TICs. Consequentemente, formam alunos sem conhecimentos e/ou desmotivados para com a assimilação de conteúdos de ensino matemático, o que afeta outras áreas de ensino. Eles adentram as Universidades desprovidos de conhecimentos básicos. Segundo os PCNs, Brasil (1998), o saber matemático se apresenta ao discente como um interminável discurso simbólico e incompreensível, ao invés de focar os conceitos que possibilitam resolver um conjunto de problemas. Nesse caso, ainda se destaca, nesse documento, o fato da concepção de ensino e aprendizagem ter como base a ideia de que o aluno aprende por imitação e reprodução.

Desse modo, os alunos adquirem conhecimentos temporários, os quais são excluídos no passar dos anos. Isso se comprova com a aplicação do Questionário inicial. A maneira como o conteúdo sistema lineares é abordado nas escolas públicas influencia, de fato, numa aprendizagem significativa e concreta. No Ensino Médio, Esse conteúdo, ao que tudo indica, é trabalhado de forma sumária e vã. Isso gera nos discentes, pela abordagem a qual sistemas lineares é repassada, a concepção de sistemas lineares se limita ao que os discentes veem em sala de aula, sem

reconhecer as várias aplicações. Os professores limitam as aplicações de sistemas lineares à meros cálculos, em que as situações problemas sugerem três incógnitas, deixando de contextualizar dentro de uma perspectiva científica e industrial. Não se tem uma visão mais generalizada do tema, pois a abordagem das aplicações não é aprimorada (FERREIRA, 2013, p. 17).

Dessa forma, o ensino de sistemas lineares torna-se obsoleto a partir do momento em que o foco emerge sobre a abordagem exclusivamente algébrica. Os alunos não adquirem uma aprendizagem sólida, mas sobretudo, ludibriadora, temporária e memorizável. A interpretação geométrica, a qual deveria existir, acaba sendo inexistente ou insatisfatória. Logo, o ensino de sistemas lineares precisa ir além da reprodução de conceitos algébricos, pois, de fato, precisa ser trabalhado, além dos cálculos algébricos, uma perspectiva geométrica utilizando as TICs.

4.2 Evolução do conhecimento após a abordagem didática

A Tabela 2 mostra o percentual dos erros, acertos e questões sem respostas da avaliação aplicada ao término do minicurso, considerando as questões objetivas. Do total de 40 respostas, 67,5%, 27 estavam corretas. Alguns discentes, posteriormente a aplicação do minicurso, no qual foi utilizado um software de GD, mais especificamente o GeoGebra, melhoraram seu desempenho na avaliação. O percentual de erros foi de 25% (10 respostas), grande parte dos alunos demonstraram interpretações e respostas diferentes, ou seja, o minicurso conseguiu, de grande parte deles, desenvolvimento de novas conjecturas e interpretações/análises geométricas, acarretando numa taxa menor de erros. Apenas 7,5% (3 sem respostas) correspondem às questões sem respostas, embora o minicurso tenha conseguido melhoras expressivas quanto aos acertos, ainda se apresentou questões sem respostas.

Tabela 2 – Resultados obtidos após a aplicação do Pós-teste

Questão	Acerto	Erro	Sem resposta
1	7(87,5%)	0(0%)	1(12,5%)
2	5(62,5%)	3(37,5%)	0(0%)
4	6(75%)	1(12,5%)	1(12,5%)
5	4(50%)	3(37,5%)	1(12,5%)
7	5(62,5%)	3(37,5%)	0(0%)
Total	27 (67,5%)	10 (25%)	3(7,5%)

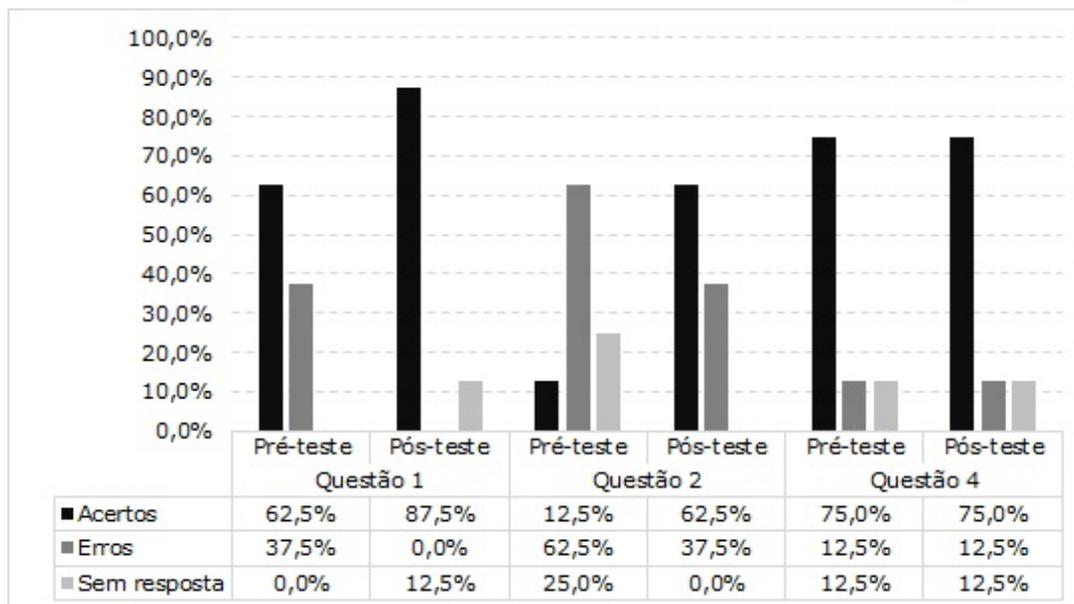
Fonte: Elaborada pelos autores.

Analisando a tabela, é perceptível que nas cinco questões objetivas a quantidade de acertos superou o número de erros e de questões sem respostas. As questões que ficaram sem resposta, foram apenas 3 (questão 1, 4 e 5), totalizando 7,5%. Na questão 1, o percentual de acerto chegou a 87,5%, 7 alunos conseguiram acertar tal problema, que obteve o maior índice de respostas corretas. O percentual de acertos,

nos problemas objetivos, teve valor percentual igual ou superior a 50%. Os percentuais de erros não alcançaram valores iguais ou acima de 50%, sempre se mantiveram abaixo, após aplicação do minicurso.

O gráfico a seguir, mostra os percentuais de acertos, erros e sem resposta nas questões objetivas 1, 2 e 4, no Pré-teste e Pós-teste para melhor comparação entre os questionários.

Gráfico 1 – Percentual dos resultados obtidos no Pré-teste e Pós-teste referente as Questões 1,2 e 4



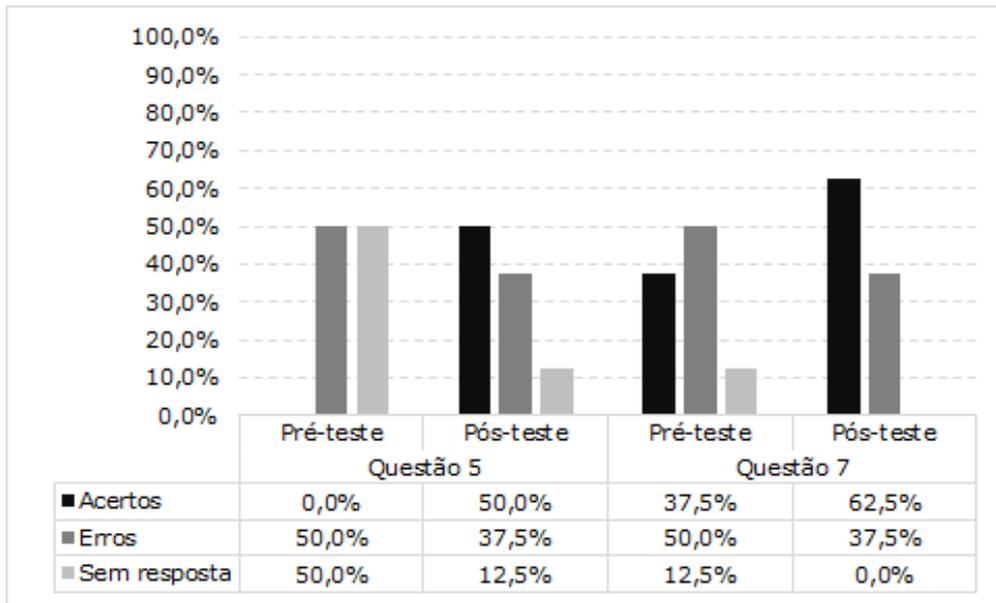
Fonte: Elaborado pelos autores.

Avaliando o gráfico, nota-se um aumento de acertos no Pós-teste em quase todas as questões, porém, na questão 4, o percentual assume o mesmo valor do Pré-teste. O problema 1 apresentou acréscimo de 25% no percentual de acerto. No Pré-teste, 5 alunos tinham conseguido responder de forma correta, 3 (37, 5%) erraram, no Pós-teste, 7 discentes conseguiram responder corretamente e apenas 1 aluno deixou sem resposta. Portanto, os alunos obtiveram maior compreensão acerca da forma reduzida da reta, do qual o problema trata. Na Questão 2, o acréscimo foi maior, atingiu 50% a mais que o Pré-teste, uma vez que um único aluno a acertou na primeira avaliação, contudo, no segundo teste, 5 discentes obtiveram respostas exatas. A porcentagem de erros caiu cerca de 25% no Pós-teste e todos alunos responderam, embora tenham tido 3 respostas incorretas (37, 5%), o que mostra crescimento de novas percepções e

desenvolvimento de conhecimentos sobre a posição relativa entre duas retas no plano cartesiano, o que corrobora o trabalho de Machado, Silva e Silva, pois eles apontam em seu trabalho com sistemas lineares 2x2 contribuições “na evolução e no processo de aprendizagem dos sujeitos. Manifestou-se uma possível evolução, no que se refere à construção de inferências sobre a existência ou não de solução em Sistemas Lineares 2x2” (MACHADO, SILVA; SILVA; 2015, p. 18).

O gráfico 2, a seguir, mostra os percentuais de acertos, erros e sem resposta nas questões objetivas 5 e 7, no Pré-teste e Pós-teste. Nas questões 5 e 7, também se nota acréscimos nos percentuais de acertos e decréscimos nos índices de erros após a aplicação do minicurso. Os problemas sem resposta sofreram, ainda, grande decréscimo em seus percentuais.

Gráfico 2 – Percentual dos resultados no Pré-teste e Pós-teste referente as Questões 5 e 7



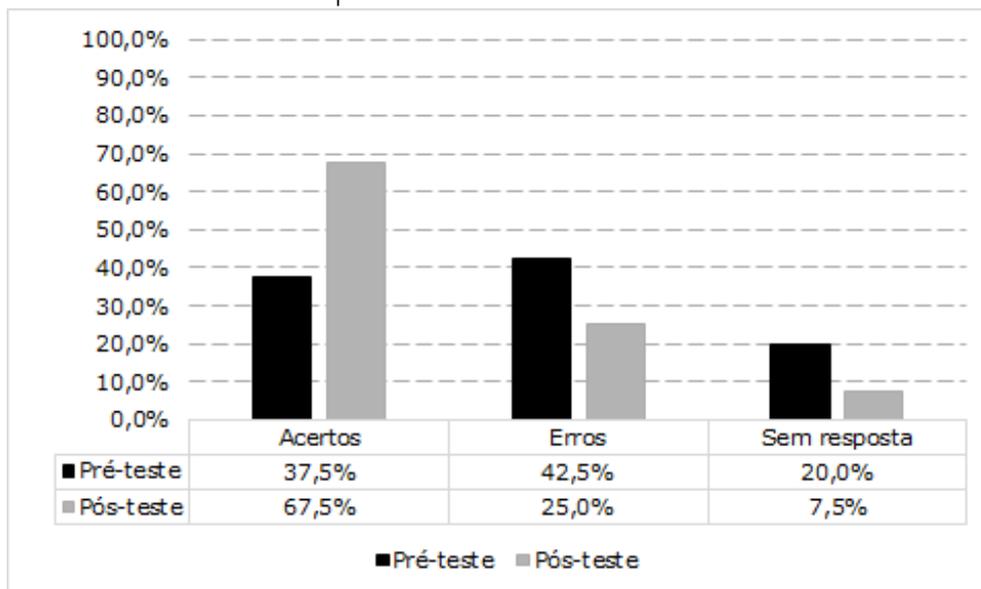
Fonte: Elaborado pelos autores.

O problema 5, o qual se dirigia da seguinte forma: “Identifique a afirmação correta acerca das posições de duas retas no plano cartesiano e suas relações com as soluções de sistemas lineares 2×2 ”, não teve acertos no Pré-teste, os erros atingiram 50% das respostas, como também se obteve 50% para respostas não elencadas. No Pós-teste, verificou-se mudanças expressivas quanto à porcentagem de acertos, pois a taxa subiu em 50%, ou seja, 4 alunos responderam de forma exata a questão, enquanto o percentual de erros caiu de 50% para 37,5%; 1 discente que, no primeiro teste, respondeu errado, no pós-teste conseguiu responder corretamente. Quatro (04) alunos não ofertaram resposta na primeira avaliação, entretanto, após o minicurso, 3 destes conseguiram, além de responder, acertar o problema. O objetivo do problema 7 era de se montar um sistema linear e resolvê-lo para que se pudesse encontrar a resposta correta do problema, 37,5% das respostas estavam corretas, 50% incorretas e 12,5% sem resposta, na primeira aplicação. Na segunda avaliação, os resultados mostraram-se diferentes, o percentual de acerto subiu 25%, enquanto houve decréscimo de 12,5% nos erros e todos os alunos responderam o quesito.

No comparativo das questões 3 e 6 entre Pré-teste e Pós-teste, alguns discentes, diferentemente da primeira avaliação, conseguiram, na segunda aplicação, respondê-las de forma correta. Alunos D e H conseguiram acertar as duas questões. O aluno A, na questão 3 (questão aberta, em que o discente teria que justificar as opções incorretas que considerou na 2 questão), errou a letra *d* da questão ao não identificar que os coeficientes lineares de retas coincidentes sejam iguais, porém, no sexto problema teve total êxito quanto a sua resposta. O aluno B, na questão 3, identificou apenas as letras *b* e *d* como incorretas, com justificativas corretas para essas alternativas, portanto, considerou-se parcialmente correta a terceira questão. O aluno C acertou parcialmente a questão 6 ao esquecer de identificar os coeficientes lineares das retas coincidentes como iguais, embora tenha conseguido chegar a uma resposta exata no terceiro problema.

O gráfico 3 trata de um comparativo entre os resultados do Pré-teste e Pós-teste, considerando, no geral, respostas das questões objetivas definidas como certas, erradas e sem respostas.

Gráfico 3 – Comparativo dos resultados Pré-teste e Pós-teste



Fonte: Elaborado pelos autores.

Com a abordagem utilizando o software de GD, observa-se mudanças expressivas nos percentuais de acertos, erros e questões sem resposta. Após a aplicação do minicurso, houve acréscimo no percentual de acertos, pois o Pré-teste apresentou taxa de 15 respostas corretas, o equivalente a 37,5%, no Pós-teste, este percentual subiu cerca de 30% (12 respostas corretas a mais no Pós-teste), passando a corresponder 67,5% de acertos, o equivalente 27 respostas corretas. Os erros, na segunda avaliação, diminuíram cerca 17,5%, correspondente a 7 respostas dadas como erradas a menos no Pós-teste. O número de questões sem respostas também sofreu decréscimo, na primeira avaliação 20% das questões ficaram sem respostas, o que corresponde a 8 respostas não efetuadas, na segunda avaliação, passou a ser de 7,5% de respostas não concedidas.

Nenhum aluno apresentou cálculo numérico na primeira avaliação, entretanto, após aplicação do minicurso, 3 discentes efetivaram cálculos numéricos. Alunos A e H apresentaram cálculos numéricos na questão 4, a questão pedia para que se encontrasse as coordenadas do ponto de encontro entre duas retas r e s e se definisse o tipo de sistemas definido pela posição das duas retas. O discente C efetuou cálculos na questão 7, tal questão pedia para que fosse encontrado o número de coelhos a partir da resolução de sistemas lineares 2×2 . Três discentes conseguiram atingir todas as respostas certas na segunda avaliação, são eles os alunos C, D e H.

No Pré-teste, nenhum aluno conseguiu responder de forma correta todas as questões, deixando vários problemas sem resposta, todavia, no Pós-teste, 5 alunos, a saber: A, B, C, D, e H, responderam, embora os discentes A e B tenham apresentado parcialidade de erro ou/e acerto (questões abertas 3 e 6) em algumas delas.

Desse modo, a utilização dos softwares de GD, em especial o GeoGebra, permitiu a obtenção de análises e conjecturas diferentes acerca de sistemas lineares, além de promover mudanças na aprendizagem dos discentes, quanto ao entendimento da relação existente entre duas retas e a solução de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas, com enfoque na parte geométrica, pois os percentuais confirmam tal avaliação. Houve acréscimo no índice de acertos e decréscimo nos índices de erros e questões sem resposta após a aplicação do minicurso, com isso, percebe-se a necessidade de se buscar formas de ensino-aprendizagem voltadas para a inserção dos recursos tecnológicos. Esse fato é evidenciado por Gonçalves; Mentges e Schulz (2018) ao abordar que o uso do software descrito além de ter contribuído na classificação e discussão das soluções de sistemas lineares ainda possibilitou a abordagem dos conteúdos de forma dinâmica, prazerosa e significativa.

De fato, todo esse potencial dos softwares de GD geram, nos discentes, uma nova perspectiva acerca do conteúdo matemático, pois, embora eles estivessem adaptados ao uso do lápis e papel, anotando em seus

cadernos, fórmulas, números e mais números, sem nenhum vínculo com aquelas estruturas registradas, os softwares de GD oportunizam, a visualização de representações do objeto matemático e, posteriormente, conjecturam sobre feitos, analisam e chegam às conclusões, indagam, investigam e, como toda causa tem um efeito, facilitando a aquisição do conhecimento.

4.3 Avaliação qualitativa aplicada Pós minicurso

Na avaliação qualitativa, o foco caiu sobre o conhecimento prévio dos participantes acerca do software GeoGebra e do Google Meet; dificuldades no manuseio do GeoGebra durante a sequência didática e contribuições no processo de ensino; dificuldades na forma de ensino EAD com Google Meet e possíveis potencialidades verificadas.

Assim, sete (07) (87,5%) discentes afirmaram ter conhecimento sobre o software GeoGebra (justificando que já participaram de minicurso com o software ou professor(a) já o tinha apresentado em aulas na Universidade), apenas o aluno (B) disse não ter conhecimento sobre o software. Cinco (05) alunos disseram, também, ter conhecimento sobre o Google Meet (justificando que já o conheciam através de minicursos ofertados pela universidade ou participaram de reuniões com a transmissão via Google Meet), 3 afirmaram nunca ter tido contato. A aluna G descreveu o seguinte sobre ter conhecimento sobre a plataforma Google Meet: *“Não. Porém vou relatar um pouco sobre o mesmo, achei muito interessante este meio de comunicação onde se fez muito eficaz neste processo”*.

Na questão 3, perguntou-se sobre as dificuldades encontradas no manuseio do software GeoGebra durante a aplicação do minicurso, alguns alunos (A, B, D, E, G e H) disseram ter dificuldades quanto ao manuseio e realização de comando, todavia, os alunos C e F afirmaram não ter tido dificuldades. Aluno C justificou-se, dizendo: *“Não tive nenhuma dificuldade com o aplicativo”* e aluno F: *“Não houve dificuldade. A didática usada ajudou muito na hora de utilizar o GeoGebra.”*

O aluno D afirmou o seguinte: *“De início tive um pouco de dificuldade no manuseio do aplicativo mais no decorrer do minicurso fui aprendendo um pouco mais e com prática vou melhorar ainda mais”* e o aluno B justificou-se afirmando que: *“No início foi complicado, mas depois que começa a utilizar o GeoGebra, tudo fica mais fácil”*. Tais justificativas vão de encontro com Melo e Fireman (2016), quando afirmam:

[...] Percebemos que à medida que o aluno começa a manusear o programa cada vez mais, ele acaba aprendendo, de forma natural, a executar suas ferramentas e isto é decorrência ainda, de uma interface gráfica bastante intuitiva (MELO; FIREMAN, 2016, p.24).

Na questão 4, em que se buscou a avaliação dos discentes em relação às contribuições do software GeoGebra para o processo de ensino, todos os alunos avaliaram positivamente. O aluno A afirmou o seguinte: *“Sim, através dele posso confirmar os cálculos feitos manualmente e também observar o comportamento/posição das retas”*. O discente G descreveu: *“Sim, pois o GeoGebra nos mostra por meio de gráficos meios que não podemos analisar somente pelo cálculo referente a uma determinada questão”*. Os alunos têm outra percepção acerca de sistemas lineares e, segundo eles, o GeoGebra acarretou em um processo de aprendizagem concreto, satisfatório e significativo. Melo e Fireman (2016) destacam que o dinamismo das ferramentas desse software o torna um otimizador da aprendizagem.

5. Considerações Finais

Considera-se que este trabalho de pesquisa, a partir das análises quantitativas e qualitativas, contribuiu para o processo de ensino e desenvolvimento de novas conjecturas e interpretações dos indivíduos acerca do entendimento da relação existente entre duas retas e a solução de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas, com enfoque na parte geométrica e suas representações através do software de GD, o GeoGebra.

Ao que tudo indica, o conteúdo aqui elencado como fonte de investigação é repassado de forma sucinta e rápida nas escolas públicas destinadas ao ensino médio. Isso tudo acaba limitando a visão dos discentes em relação a sistemas lineares, pois esses alunos não conseguem identificar contextos de aplicações, tanto nas áreas da ciência como na industrial. A metodologia adotada, por grande parte dos docentes, limita-se estritamente ao livro didático o qual, ainda, apresenta-se com linguagem formal e focada em cálculos algébricos, o que, conseqüentemente, faz com que os alunos acreditem que todo o conteúdo se finde ali.

Este trabalho permitiu aos discentes, utilizando o software de GD, criar, além de cálculos algébricos, representações geométricas e efetivar, em cima destas representações, análises, inferindo sobre os tipos de

sistema que definem o sistema 2×2 , que são formas de representação da equação da reta, relação dos coeficientes angulares e lineares, com a posição das retas e tipos de sistemas e identificação do coeficiente angular e linear.

O software de GD, quando utilizado de forma clara, objetiva e direcionada para a construção do ensino, pode gerar no aluno a compreensão de conceitos e fórmulas, princípios que muitas vezes são alojados de forma mecânica. Com a inserção deste veículo, o discente consegue corroborar conjecturas pré-formadas durante a investigação, dentro de várias possibilidades e experimentações no software. Em vista disso, o professor tem por desígnio propor um ensino no qual tenha como prioridade a construção do conhecimento para com o aluno, assumindo papel de colaborador, incentivador e desenvolvedor de uma aprendizagem progressiva, efetiva e concreta. O software GeoGebra, nesse âmbito, pode assumir a função didática de grande relevância em aplicações para a Geometria, proporcionado ao aluno condições de percepção das numerosas propriedades geométricas e compreender as relações entre os objetos de estudo. O software referido, ocasionalmente, é capaz de amadurecer o raciocínio geométrico, originando pontos proeminentes de assimilação do conteúdo.

Conclui-se que é necessário, de fato, uma atualização das metodologias docentes, aulas nos moldes atuais, uma vez que as TICs são ferramentas as quais adentraram a educação num viés de transformação, auxiliando o professor em tarefas complicadas, seja na relação professor aluno, ministração de aulas, etc. Discutiu-se acerca das dificuldades do processo de ensino-aprendizagem da matemática, na decrescente taxa de alunos os quais conseguem, de fato, aprender tal matéria, e, no intuito de mudar isso, falou-se em mudanças nos métodos didáticos, englobando ainda mais as TICs, então, quando adentra-se nas dificuldades do processo de ensino e aprendizagem de tal matéria, e se fala em tecnologias, os softwares matemáticos são ferramentas muito úteis no processo de amenizar os déficits de aprendizagem, pois tornam aquela aula monótona, meramente memorizável em instigantes participações e interações, em que o aluno, com auxílio do software e do professor, este agora como mediador, e não mais detentor de todo o conhecimento, começa investigar, criar, visualizar, analisar, perguntar, argumentar, tornando o conhecimento mais acessível e real.

Referências

- ALMEIDA, C. A. S.; ALMEIDA, R. L. F. Fundamentos e análise de software educativo. 2. ed. Fortaleza: EdUECE, 2015. 69 p.
- ARAÚJO, J. P. A. P.; RIBEIRO JÚNIOR, J. G. Plataforma Matematech: um Recurso Didático no Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Revista Informática na Educação: teoria & prática. Porto Alegre, v.20, n.2, 2017. Disponível em: <http://seer.ufrgs.br/index.php/InfEducTeoriaPratica/article/view/63769/43618>>. Acesso em: 21 mai. 2020.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. 5. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2019.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília, DF: MEC/SEB, 2006. 135p. 2 v.
- CYRINO, M. C. de C. T.; BALDINI, L. A. F. O Software GeoGebra na Formação de Professores de Matemática – uma Visão a partir de Dissertações e Teses. Revista Paranaense de Educação Matemática - RPEM, Campo Mourão, v.1, n.1, 2012.
- FERREIRA, A. E. G. A importância dos sistemas lineares no ensino médio e a contribuição para a matemática e suas aplicações. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional)-Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013.
- FERREIRA, E. F. P. A integração das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental – anos finais: uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas. 2016. Dissertação (Mestrado

Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

Disponível em:

www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/09/ProdutoEducacional-final.pdf. Acesso em: 16 jun. 2019.

GONÇALVES, C. B.; MENTGES, M.; SCHULTZ, J. A. T. O software GeoGebra como proposta para o Estudo de Sistemas de Equações Lineares. Revista Tecnologias na Educação, v. 28, 2018.

MACHADO, G. M. Z.; SILVA, M. J. da.; SILVA, R. S. Existência de soluções para sistemas lineares 2×2 : um estudo de caso envolvendo o uso da tecnologia digital com estudantes do ensino médio. Tear: Revista de Educação Ciência e Tecnologia, v.4, n.2, 2015.

MARTINHO, T; POMBO, L. Potencialidades das TIC no ensino das Ciências Naturais – um estudo de caso. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, v.8, n.2, p. 528, 2009.

MELO, E. V.; FIREMAN, E. C. Ensino e aprendizagem de funções trigonométricas por meio do software GeoGebra aliado à modelagem matemática. REnCiMa, v.7, n.5, p. 12-30, 2016.

KENSKI, V. M. Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação. Campinas: Papirus, 2008.

PINTO, R. M.; PENTEADO, M. G. O uso de software de geometria dinâmica: de pesquisas acadêmicas para sala de aula. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. Anais [...]. Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Salvador – BA, 2010, p.5-6, 2010.

PROETTI, S. As pesquisas qualitativa e quantitativa como métodos de investigação científica: um estudo comparativo e objetivo. Revista Lumen, v.2, n.4, 2017.

SAVIANO, R.; SANTOS, C. A. B.; SCHIMIGUEL, J. Atividades com o GeoGebra para o ensino de sistemas de equações lineares-um elo entre a educação básica e o ensino superior. Cuadernos de Educación y Desarrollo, 2020.

SILVA, C. F.; BISOGNIN, V. Teoria de registros de representações semióticas e sistemas lineares: contribuições de uma sequência didática. Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT, v. 16, p.01-21, 2021.

SILVA, E. L. da; MENEZES, E. M. Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação. 4. ed. Florianópolis: UFSC, 2005. 138 p.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. O trabalho com Geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa, 2009. SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1, 2009. Disponível em: http://www.sinect.com.br/anais2009/artigos/10%20Ensinodematematica/Ensinodematematica_artigo17.pdf. Acesso em: 27 mai. 2019.

SOUZA, L. O.; BENITE, C. R. M. As TIC na formação docente de matemática. Revista Temporis[ação] (ISSN 2317-5516), v. 20, n. 02, p. 22, 19 dez. 2020.