CADERNOS do APLICAÇÃO
Pesquisa e Reflexão em Educação Básica

https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
ISSN 2595-4377 (on-line)
Porto Alegre | v. 35 | n. 1 | jan./jun. 2022
DOI: https://doi.org/10.22456/2595-4377.121601

>> Temática Especial

Pensamento algébrico nas aulas de matemática do Ensino Fundamental: possibilidades de trabalho em tempos de ensino remoto

Ana Rafaela Correia Ferreira*
Warley Machado Correia**

Resumo:

Apresentamos uma pesquisa sobre o trabalho com pensamento algébrico nas aulas de Matemática do 8° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública brasileira. A partir de experiências desenvolvidas em um período de ensino remoto emergencial, devido à Pandemia de Covid-19 e a suspensão das aulas presenciais, analisamos aulas e tarefas ofertadas no Ambiente Virtual de Aprendizagem Moodle. Nosso propósito é avaliar o desenvolvimento de um trabalho sobre pensamento algébrico em aulas de Matemática síncronas e tarefas assíncronas, observando relações entre grandezas e representando-as de modo geral, utilizando palavras, símbolos ou sentenças matemáticas, mas fugindo da pura e simples manipulação simbólica. Utilizamos como material empírico a transcrição das aulas síncronas e discussões por meio de chat e as tarefas disponibilizadas para o trabalho assíncrono. Resultados apontam que o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de padrões e generalizações pode ser facilitado via resolução de problemas em uma perspectiva exploratória e investigativa. Em tempos de ensino remoto, e ao considerarmos as especificidades vivenciadas por estudantes e professores, reforçamos a necessidade de um trabalho mais contextualizado e significativo, que possibilite o desenvolvimento da autonomia dos estudantes.

Palavras-chave:

Educação Matemática. Ensino de Álgebra. Ensino Fundamental. Ensino Remoto Emergencial.

Algebraic thinking in elementary school mathematics classes: work possibilities in times of remote education

Abstract: *We present a research on working with algebraic thinking in Mathematics classes of the 8th grade of Elementary School in a Brazilian public school. Based on experiences developed in a period of emergency remote teaching, due to the Covid-19 Pandemic and the suspension of face-to-face classes, we analyze classes and tasks offered in the Moodle Virtual Learning Environment. Our purpose*

* Doutora em Educação (FaE/UFMG). Universidade Federal de Minas Gerais. E-mail: anarafaelacf@yahoo.com.br. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-9788-8186.

** Doutor em Educação (FaE/UFMG). Universidade Federal de Minas Gerais. E-mail: warleycorreia@cp.ufmg.br. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-2786-5779.

is to evaluate the development of a work on algebraic thinking in synchronous mathematics classes and asynchronous tasks, observing relationships between quantities and representing them in general, using words, symbols or mathematical sentences, but avoiding pure and simple symbolic manipulation. We used as empirical material the transcription of synchronous classes and discussions through chat and the tasks available for asynchronous work. Results indicate that the development of algebraic thinking through patterns and generalizations can be facilitated through problem solving in an exploratory and investigative perspective. In times of remote teaching and when considering the specificities experienced by students and teachers, we reinforce the need for a more contextualized and meaningful work, which enables the development of students' autonomy.

Keywords: *Mathematical Education. Algebra teaching. Elementary Education. Emergency Remote Education.*

Pensamiento algebraico en las clases de matemáticas de la escuela primaria: posibilidades laborales en tiempos de enseñanza a distancia

Resumen: *Presentamos una investigación sobre el trabajo con el pensamiento algebraico en las clases de Matemáticas del 8º grado de la Enseñanza Fundamental de una escuela pública brasileña. A partir de experiencias desarrolladas en un período de enseñanza a distancia de emergencia, debido a la Pandemia del Covid-19 y la suspensión de las clases presenciales, analizamos las clases y tareas que se ofrecen en el Entorno Virtual de Aprendizaje Moodle. Nuestro propósito es evaluar el desarrollo de un trabajo de pensamiento algebraico en clases de matemáticas sincrónicas y tareas asincrónicas, observando relaciones entre cantidades y representándolas en general, utilizando palabras, símbolos o enunciados matemáticos, pero evitando la manipulación simbólica pura y simple. Utilizamos como material empírico la transcripción de las clases y discusiones sincrónicas a través del chat y las tareas disponibles para el trabajo asincrónico. Los resultados indican que el desarrollo del pensamiento algebraico a través de patrones y generalizaciones puede ser facilitado a través de la resolución de problemas en una perspectiva exploratoria e investigativa. En tiempos de enseñanza a distancia y al considerar las especificidades vividas por estudiantes y docentes, reforzamos la necesidad de un trabajo más contextualizado y significativo, que posibilite el desarrollo de la autonomía de los estudiantes.*

Palabras clave: *Educación Matemática. Enseñanza de álgebra. Educación Primaria. Educación Remota de Emergencia.*

Introdução

Este texto traz considerações acerca do trabalho com pensamento algébrico nos anos finais do Ensino Fundamental (EF), considerando as possibilidades a serem desenvolvidas no ensino remoto emergencial instaurado a partir da Pandemia de COVID-19 causada pelo novo Coronavírus (Sars-Cov-2). Relatamos experiências vivenciadas em aulas síncronas e assíncronas de uma escola pública de Ensino Fundamental da rede federal de ensino, situada na cidade de Belo Horizonte, estado de Minas Gerais, Brasil. Esta escola, chamada Centro Pedagógico, integra a Escola de Educação Básica e Profissional (EBAP) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e oferece o EF (do 1° ao 9° ano) em regime de tempo integral.

A partir da Pandemia de Covid-19 e a suspensão das aulas presenciais em março de 2020, pensamos em como retomar o ensino de Matemática e, em especial, o ensino de Álgebra por meio de aulas remotas. Para tal, neste texto, apresentamos nossa experiência vivenciada em 2020, nas aulas de Matemática de duas turmas do 8° ano, que envolviam o estudo do pensamento algébrico. Para nossas aulas no formato de ensino remoto emergencial, desenvolvemos tarefas síncronas e assíncronas, utilizando o *Google Meet* para as aulas síncronas e o *Moodle* para as atividades assíncronas.

A ênfase no pensamento algébrico nos anos finais do EF requer partir das ideias de padrões, investigação e interpretação de problemas. A generalização, por sua vez, considerada um dos mais importantes elementos do pensamento algébrico, envolve a descoberta e a comprovação de propriedades que relacionam objetos ou situações (MATOS; BRANCO; PONTE, 2005). Com isso, nosso propósito é analisar o desenvolvimento de um trabalho com aulas síncronas e tarefas assíncronas, observando relações algébricas, representando-as de modo geral, utilizando palavras, símbolos ou sentenças matemáticas, mas fugindo da simples manipulação simbólica. Acreditamos que este é um passo importante na compreensão de conceitos que podem ajudar, posteriormente, no trabalho com a linguagem algébrica, e deve ser feito em qualquer modalidade de ensino, seja no ensino remoto ou presencial.

O trabalho foi desenvolvido durante três semanas letivas. Nos propusemos a responder ao seguinte questionamento: Como o trabalho com resolução de problemas por meio de tarefas exploratório-investigativas em um contexto de ensino remoto pode contribuir para a aprendizagem de Álgebra e do pensamento algébrico dos estudantes envolvidos? Sendo assim, buscamos analisar o desenvolvimento dessas tarefas com base em estudos sobre o ensino de Álgebra e o ensino de Matemática em geral.

O desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Básica

Historicamente, o termo "Álgebra" surgiu em um trabalho de al-Khwarizmi (790-840) para designar a operação de "transposição de termos", essencial na resolução de uma equação (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Quando se pesquisa sobre quais seriam os objetos da Álgebra, fala-se muito em "expressões e equações", contudo, mais do que isso, para Ponte, Branco e Matos (2009), atualmente estão no centro da Álgebra as relações matemáticas abstratas que, tanto podem ser expressas por equações, inequações ou funções como podem ser representadas por outras estruturas definidas por operações ou relações em conjuntos.

Segundo Lins e Gimenez (2001, p. 89), há um consenso a respeito do que é objeto de estudo da Álgebra, tais como as equações, o cálculo literal e as funções, por exemplo, mas não sobre o que seria "pensar algebricamente". No entanto, vemos que Caraça (1951), em seu livro "Conceitos Fundamentais da Matemática", publicado no início da década de 1950, já dizia que pensar algebricamente significa pensar o número sem o numeral. Nesse sentido, entendemos que o pensamento algébrico é um tipo especial de pensamento, com foco na compreensão, representação e generalização de situações problema, por meio da "análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos" (BRASIL, 2017, p. 270).

Outros autores, no entanto, ampliaram ainda mais esse campo. Para Usiskin (1997) existem quatro concepções do que seria Álgebra, que se diferem segundo a utilização que fazem na noção de "variável". Para o autor, as finalidades do ensino de Álgebra, as concepções que temos sobre ela e a utilização de variáveis estão intrinsecamente relacionadas. Todas essas concepções seriam importantes e conformariam a noção de pensamento algébrico. Ele propõe o seguinte quadro para relacionar as concepções de Álgebra e qual seria o papel das variáveis:

Quadro 1 – Concepções de Álgebra e o papel das variáveis

Concepção da álgebra	Uso da variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Usiskin (1997, p. 20)

Para este artigo, tomamos como enfoque a ideia da Álgebra como "aritmética generalizada", ou seja, a utilização das variáveis para a tradução e a generalização de propriedades de um modelo matemático aritmético. Sendo assim, desenvolvemos nosso trabalho com tarefas que objetivavam a generalização de padrões, que é apontado como um dos caminhos para se introduzir o pensamento algébrico, atribuindo sentido ao uso do símbolo como uma possibilidade de se representar uma situação hipotética (VALE; PIMENTEL, 2005).

Acreditamos que este trabalho prévio, por meio da aritmética generalizada, pode contribuir para que os estudantes sejam capazes de identificar regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabelecer

> [...] leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2017, p. 270).

Ao iniciar o trabalho com Álgebra por meio do desenvolvimento do pensamento algébrico, nossa intenção é trazer sentido para o uso das letras e dos símbolos na Matemática. Afinal, é muito comum associar a Álgebra com a pura manipulação mecânica de símbolos, o que pode fazer com que as pessoas vejam esse campo da Matemática com uma sensação de inutilidade. Isso acontece porque, muitas vezes, o ensino de Álgebra se reduz a um "amontoado" de fórmulas, equações e expressões que são apresentados prontamente, sem discussão de sua origem. "Os estudos realizados sobre o ensino da Álgebra revelaram que muitas das dificuldades demonstradas pelos alunos surgem porque a Álgebra simbólica é introduzida já pronta" (DECHEN, 2009, p. 1).

Assim, de modo a evitar essa visão negativa da Álgebra e, consequentemente, da Matemática, consideramos importante o trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico. Ao contrário do trabalho sistemático com o uso das letras em equações ou expressões, enfatizamos a capacidade de se utilizar a linguagem matemática para resolver problemas matemáticos e não matemáticos, generalizar padrões e perceber regularidades e estabelecer relações entre grandezas (PONTE, 2006).

Nesse mesmo sentido, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 87), afirmam que o pensamento algébrico se caracteriza pela "percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação problema e a presença do processo de generalização". Estas são as dimensões que compõem o que concebemos por pensamento algébrico. É uma capacidade que vai além do que Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 85) chamam de "transformismo algébrico", caracterizada pela simples manipulação de símbolos ou letras, ainda comum no ensino da Álgebra.

Quando privilegiamos o estudo do cálculo algébrico, em desarticulação com outras dimensões da Álgebra, desvalorizamos seu potencial formativo em relação à "capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios" (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10). Articular diferentes dimensões da Álgebra é um desafio que tem sido colocado para o professor, sobretudo, a partir da implantação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), de modo a evidenciar todo o potencial formativo da matemática para seus estudantes. E em tempos de ensino remoto, interessa-nos pensar em como essa articulação pode acontecer. Trazemos aqui algumas considerações para refletirmos sobre esse assunto.

Abordagem metodológica

Para a realização deste trabalho, utilizamos parte de uma pesquisa desenvolvida nos anos de 2018 e 2019 pelos pesquisadores Ferreira e Correia (2020), adaptando-as para a forma de ensino remoto emergencial, tratando-se de uma pesquisa-ação. De março de 2020 a dezembro de 2021, o CP esteve

fechado para aulas presenciais devido a Pandemia de COVID-19. As aulas foram desenvolvidas por meio de ensino remoto, utilizando um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), em aulas síncronas e atividades assíncronas, a partir de agosto de 2020. Essa organização foi mantida entre agosto de 2020 e dezembro de 2021. A autorização para a utilização de plataformas de aprendizagem de ensino on-line foi publicada em 16 de junho de 2020, por meio da Portaria nº 544 do Ministério de Educação (MEC) do Brasil, permitindo a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais, enquanto durasse a situação de pandemia do novo Coronavírus – COVID-19 (BRASIL, 2020).

No período de tempo entre março e agosto de 2020, a escola aplicou diversos questionários aos estudantes e suas famílias para conhecer as suas possibilidades de retornar às aulas de modo remoto. Para aqueles estudantes que afirmaram não possuir recursos tecnológicos, tais como um computador, tablet ou smartphone com capacidade de instalar plataformas de ensino ou mesmo conexão à internet para garantir o acesso a plataforma, foram abertos editais para a inclusão digital e provimento desses recursos, de acordo com as condições oferecidas pela UFMG, na qual a escola compõe o Departamento de Educação Básica. Mesmo que estas não fossem as condições ideais, que os estudantes estivessem com dificuldades de acesso, além da falta de domínio das tecnologias, estudos apontavam que "as aulas remotas neste momento de emergência devido a COVID-19 é uma das estratégias mais assertivas para as escolas voltarem ou continuarem com as suas atividades letivas" (SUNDE; JÚLIO; NHAGUAGA, 2020, p. 9).

Sendo assim, a partir de agosto de 2020, foi dada continuidade aos processos de ensino e aprendizagem de forma remota, por meio de AVA, disponibilizado na plataforma Moodle. As aulas dos estudantes das turmas do 8º anos aconteciam de segunda à sexta-feira, segundo calendário aprovado pelas instâncias escolares. Pelo horário escolar, as aulas de Matemática aconteciam nas segundas-feiras, tendo uma hora de duração síncrona e três horas assíncronas. A parte síncrona da aula acontecia via Google Meet, um site e aplicativo que permite o compartilhamento de tela e a realização de videoconferências. As atividades assíncronas eram desenvolvidas por meio do Moodle, uma plataforma on-line e gratuita que possibilita o aprendizado à distância. Essa plataforma permite a utilização de diversas ferramentas, entre elas, tarefas, questionários e fóruns de discussão. Todas as aulas eram gravadas e disponibilizadas posteriormente para os estudantes que por algum motivo não conseguiram participar da aula on-line.

A dinâmica das aulas envolvia duas partes. Habitualmente, a parte síncrona envolvia uma exposição dialogada, tendo uma apresentação de slides como suporte para as discussões. As atividades assíncronas tinham o apoio do livro didático e de outras tarefas, tendo como foco a exploração matemática e a resolução de problemas. Como apoio, eram disponibilizados vídeos complementares sobre os assuntos estudados. Também eram oferecidos plantões para esclarecimento de dúvidas em horário extra turno, além de fóruns de dúvidas disponibilizados para que os estudantes pudessem registrar suas dificuldades e comentários das atividades síncronas e assíncronas. Por fim, eram realizados periodicamente testes de revisão sobre os assuntos estudados.

As tarefas que analisamos neste artigo foram trabalhadas durante, aproximadamente, três semanas de aula. A partir das aulas e das tarefas desenvolvidas produzimos um acervo de dados empíricos: a transcrição das aulas síncronas e da discussão por meio de chat, além das tarefas disponibilizadas para o trabalho assíncrono.

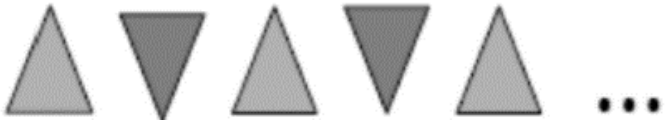
É importante sublinhar que utilizamos uma perspectiva curricular na qual não finalizamos um bloco de conteúdos para iniciar outro, ou seja, trabalhamos diversos assuntos de unidades temáticas diferentes ao mesmo tempo, buscando a integralização entre elas. Sendo assim, desenvolvemos nas aulas síncronas e assíncronas uma série de situações problema que consideramos exploratório-investigativas, por terem uma estrutura mais aberta (PONTE, 2003), associando-as, inclusive, a assuntos de Geometria. Nosso foco de análise era identificar se os estudantes conseguiam perceber regularidades em sequências e identificar o padrão, dando continuidade às mesmas, bem como identificar um padrão em sequência numérica e escrever expressões algébricas a partir dos problemas.

O pensamento algébrico em turmas do 8° ano do EF

As situações-problema iniciais intencionavam a busca de padrões que pudessem ser representados matematicamente por uma expressão algébrica. Situa-se, pois, em uma perspectiva de aritmética generalizada, conforme proposta de Usiskin (1997), tendo a investigação como metodologia pedagógica, buscando centrar no aluno o foco de análise, "permitindo que ele possa especular, testar hipóteses, ou seja, experimentar um modo mais próximo de fazer matemática, próprio dos matemáticos" (FROTA, 2005, p. 5).

A primeira tarefa que escolhemos pedia a descoberta do padrão de uma sequência de figuras geométricas com base na Figura 1, a seguir, com triângulos alternando entre "mais claros" e "mais escuros"[1]. Além disso, pedia que os estudantes explicassem como encontrar a posição de cada figura, sem a necessidade de se desenhá-las:

Figura 1 – Atividade 1 (8° ano)



Fonte: Adaptado de Branco (2008, p. 200).

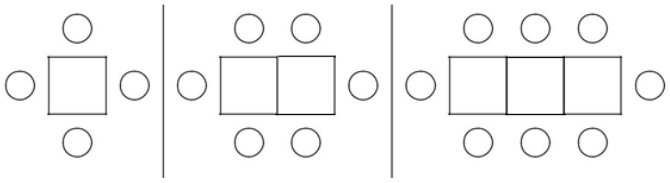
As perguntas a partir do desenho envolviam as seguintes investigações: representar os próximos quatro elementos da sequência, entre eles, qual seria o elemento que ocupa a posição 8 da sequência. Além disso, pedia que, sem desenhar, se dissesse qual o elemento que ocupa a posição 21 da sequência, pedindo que se explicasse como chegaram a essa conclusão. Por último, pedia para descrever a "regra" de formação da sequência.

Nossa intenção com esta tarefa era analisar se os estudantes eram capazes de "averiguar se uma lista de números mostra alguma regularidade; descobrir o padrão numa sequência; descrever o padrão oralmente e por escrito; continuar uma sequência; prever termos numa sequência; generalizar; construir uma sequência" (VALE; PIMENTEL, 2005, p. 16), habilidades estas que compõem o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Nessa tarefa, os estudantes não apresentaram dificuldades e conseguiram perceber a diferença de posição e de tonalidade de cor entre os triângulos. Também conseguiram associar a posição do triângulo na sequência com a sua cor ou posição, o que contribuiu para identificar os próximos elementos da sequência e, consequentemente, a sua "lei" de formação. Os estudantes, ao observarem a construção de sequência, puderam avaliar o padrão de repetição, fazendo com que pudessem reconhecer, descobrir, verificar e, por fim, generalizar.

A segunda tarefa proposta consistia em observar um desenho (Figura 2) em que quadrados representavam mesas e círculos representavam cadeiras, ou seja, a situação envolvia o quantitativo de pessoas que poderiam se acomodar às mesas. Foi solicitado na tarefa: "Escreva uma expressão algébrica que associe, de forma geral, o número de mesas com o número de pessoas que podem se acomodar". Sendo assim, os estudantes deveriam elaborar uma expressão algébrica que associasse o número de mesas com o número de pessoas que poderiam se acomodar, conforme figura:

Figura 2 – Atividade 2 (8° ano)



Fonte: Atividade adaptada de Hanke (2008, p. 160).

1 A imagem foi apresentada aos estudantes desta forma, em escala de cinza, tal como elaborada por Branco (2008).

O contato dos alunos com essa atividade proposta ocorreu já ao final da aula síncrona. Tínhamos como intuito que os alunos desenvolvessem a tarefa no momento assíncrono e que os resultados fossem discutidos no próximo encontro virtual. Essa proposta de realização da tarefa no momento assíncrono surgiu devido às dificuldades do ensino remoto e ao pouco tempo destinado aos momentos síncronos. Por esse motivo, optamos por fazer a discussão dos resultados apenas nos momentos síncronos.

Logo no início da aula síncrona, uma semana depois da atividade proposta, alguns alunos e alunas apresentaram os resultados que encontraram. Baseando-nos nas discussões daquela aula, acreditamos que nossas expectativas foram alcançadas, já que os estudantes se mostraram capazes de elaborar uma expressão algébrica que associasse o número de mesas com o número de pessoas que poderiam se acomodar, tal como era nosso objetivo principal.

Dentre as respostas apresentadas, nove alunos responderam que o quantitativo de pessoas que poderiam se sentar à mesa seria de 4, na primeira posição, 6 na segunda posição e 8 na terceira posição. Acreditamos que os estudantes se limitaram a contar a quantidade de cadeiras no desenho (os círculos) que poderiam ocupar a mesa, baseando-se apenas na figura apresentada a eles. Outro aluno nos disse que para cada mesa seriam colocadas mais duas cadeiras e que, dessa forma, o número de pessoas seria sempre um número par. Foi uma importante observação, ainda que este aluno não tenha feito nenhum tipo de generalização algébrica, tal como 2n, por exemplo.

Uma aluna nos disse que construiu uma tabela. Para uma mesa teriam 4 cadeiras; 2 mesas, seis cadeiras; 3 mesas, 8 cadeiras. Então, para 4 mesas seriam necessárias 10 cadeiras; para 5 mesas, 12 cadeiras, e assim continuaria a colocar mesas e cadeiras, completando a sequência. Nesse raciocínio, ela nos disse que conseguiria descobrir quantas cadeiras seriam necessárias, conforme o número de mesas dispostas.

Como a realização da tarefa inicialmente não estava atingindo o nosso objetivo de obter uma generalização, decidimos instigar os alunos a elaborarem uma linguagem simbólica para conseguirem escrever uma expressão matemática que representasse aquela situação. Optamos por essa intervenção, em uma perspectiva investigativa, tal como propõe Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 51-52):

> Existem aspectos do papel do professor que se prendem diretamente com o apoio que concede aos alunos de forma a garantir que são atingidos os objetivos estabelecidos para a atividade. [...] O apoio a conceder pelo professor assume várias formas: colocar questões mais ou menos diretas, fornecer ou recordar informações relevantes, fazer síntese e promover reflexão.

Dessa forma, portanto, foi perguntado aos estudantes do 8º ano o que aconteceria se tivéssemos 20 mesas. Inicialmente houve um silêncio, fato que é comum no ensino remoto, quando os estudantes têm pouca interação (seja entre si, com os colegas, ou entre si e o professor). Porém, um dos alunos respondeu, após algum tempo, que seriam 42 cadeiras.

Ao ser questionado como chegou naquele resultado, o aluno disse que foi "acrescentando 2 cadeiras para cada mesa, até completar as 20 mesas; aí dá 40 cadeiras". Em seguida, acrescentou "mais duas cadeiras, pois "nas pontas" tem três cadeiras na mesa e não apenas duas". Como o nosso desejo era de que os estudantes conseguissem fazer a generalização, perguntamos como ele faria se tivéssemos 200 mesas.

Após algum tempo, outro aluno respondeu que seriam 202 cadeiras. Novamente questionamos como ele obteve esse resultado e o estudante disse que apenas retirou as 2 mesas "das pontas", pois essas cabem 3 cadeiras e considerou apenas as mesas do meio, que seriam 198 mesas com 2 cadeiras. Para chegar ao resultado, somou 6 cadeiras, pois as mesas "das pontas" cabem 3 cadeiras cada. Então ele fez a conta: 198 x 2 + 6, que daria 402.

É importante destacar que todas as explicações apresentadas pelos alunos, aconteceram durante a aula síncrona, sem nenhum tipo de escrita, ou outra forma, não verbal, de explicar o raciocínio desenvolvido. Embora os estudantes já tenham entre 13 e 14 anos de idade, em sua grande maioria, ainda não dominam as ferramentas tecnológicas de softwares de escrita, tais como *Word*, *Powerpoint* ou *Excel*, por exemplo.

Concordando com o raciocínio apresentado pelo aluno, perguntamos quantas cadeiras seriam se tivéssemos "m" mesas, ou seja, se o número de mesas fosse desconhecido. Alguns não entenderam a proposta apresentada e foi necessário explicar que para 1, 2, 3, 4, 5, [...], 200 mesas, eles já sabiam o resultado. Agora, era necessário formular uma expressão matemática para quando tivéssemos "m" mesas.

Nesse momento, entrou em jogo a generalização propriamente dita. Vale (2012) afirma que as tarefas que incluem padrões figurativos podem envolver dois tipos de generalização:

> [...] a generalização próxima, que se refere à descoberta do termo seguinte, que pode ser obtido por contagem, desenho ou por recurso a uma tabela, e que normalmente envolve relações recursivas, e a generalização distante, que implica a descoberta do padrão e exige a compreensão da lei de formação, ou seja, de uma regra geral expressa matematicamente, e requer a procura de relações funcionais. Este tipo de generalização faz uso do reconhecimento global da estrutura do padrão. (VALE, 2012, p. 3).

Compreendemos que esse tipo de discussão e tarefa em sala de aula de Matemática, em uma linha investigativa, colabora para desenvolver "o raciocínio, a abstração, o pensamento holístico, a visualização e a flexibilidade" (VALE, 2012, p. 3). É esse tipo de desenvolvimento que observamos na análise de um outro aluno. Ele disse que bastaria "pegar" o número de mesas e diminuir dois; com o resultado obtido multiplicar por dois e depois somar com 6, que seriam as cadeiras das mesas das pontas.

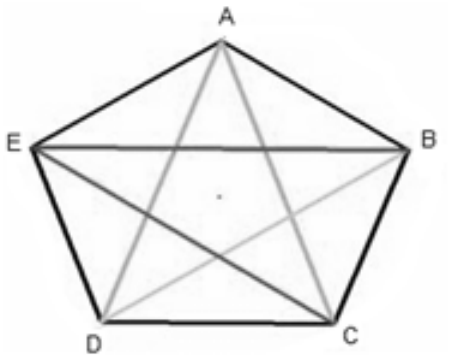
Outra aluna, a partir do raciocínio apresentado pelo colega, digitou no chat da aula que o resultado poderia ser $(m - 2) \times 2 + 6$. A partir disso, completamos a discussão mostrando como aquela fórmula poderia ser utilizada para todos os demais resultados apresentados. Para isso, utilizamos teste de valores, introduzindo nesse momento, a ideia de variável, e exemplificando como a expressão generalizada representaria múltiplas possibilidades de análise.

> A realização de tarefas que envolvam o estudo de padrões ajuda os alunos a perceber a "verdadeira" noção de variável que, para a maioria, é apenas vista como um número desconhecido. Procurar relações próximas (recursivas) e distantes (estas envolvendo a generalização, modelação), entre os termos exige, a mobilização de um tipo de pensamento algébrico, mas também o promove e desenvolve. (BORRALHO; BARBOSA, 2009, p. 2).

Apesar de não termos prosseguido a discussão para o desenvolvimento e simplificação daquela expressão, consideramos que a participação dos alunos nesta discussão foi enriquecedora. Mesmo que poucos estudantes tenham participado utilizando o microfone, percebemos que muitos deles participaram escrevendo no chat, concordando ou mesmo discordando. Ao final, alguns deles escreveram "agora entendi", ou ainda, que "nem era tão difícil".

Já na terceira questão foi solicitado que observassem um pentágono e suas diagonais, tal como na figura a seguir, e determinassem quantas e quais eram suas diagonais.

Figura 3 – Atividade 3 (8° ano)



Fonte: Elaborada pelos autores.

A partir da experiência na atividade anterior, optamos em disponibilizar um quadro para ser preenchido, contendo diversos polígonos convexos, de 4, 5, 6, e 7 lados. Nesse quadro, os alunos deveriam determinar o número de vértices de cada figura, o número de diagonais que partem de cada vértice e o número total de diagonais.

Quadro 2 – Quadro disponibilizado para os alunos para realização da Atividade 3

Número de lados do polígono convexo	Número de vértices do polígono convexo	Número de diagonais que partem de cada vértice	Número total de diagonais
4			
5			
6			
7			

Fonte: Elaborado pelos autores.

Após o preenchimento do quadro, os alunos deveriam descobrir quantas diagonais tem um decágono; quantas diagonais partem de um vértice de um polígono de *n* lados e qual a relação existente entre o número de diagonais que partem de cada vértice, com o número total de diagonais de um polígono convexo. Assim como na atividade anterior, a questão foi desenvolvida pelos alunos no momento assíncrono de realização de tarefas e os resultados discutidos durante a aula síncrona.

Iniciamos o momento síncrono completando o quadro disponibilizado para os estudantes. Em relação ao preenchimento das colunas, que pedia para calcular o "número de vértices do polígono convexo" e o "número de diagonais que partem de cada vértice", os alunos não apresentaram nenhum tipo de dúvida ou questionamento. Alguns responderam utilizando o microfone, e outros escreveram os resultados obtidos no chat.

A discordância ou discussão surgiu quando perguntamos o número total de diagonais. Em relação ao polígono de quatro lados, alguns alunos responderam duas diagonais e outros (em menor número) responderam quatro diagonais. Nesse instante, anotamos ambos os resultados na tela que estava sendo projetada para os estudantes e perguntamos quais das duas respostas estariam corretas. Um aluno respondeu que "cada ponta tem uma diagonal, são 4 pontas, então são 4 diagonais". Outro estudante questionou que ele estava contando algumas diagonais duas vezes, pois a mesma que sai de um vértice a outro é a mesma que "volta", ou seja, que sai desse vértice e chega ao primeiro. Devido às dificuldades impostas pelo ensino remoto, utilizamos uma lousa digital para fazer um desenho na tela de modo a facilitar que o aluno explicasse o que queria dizer. O aluno foi explicando novamente e o professor indicando na tela o que o aluno estava dizendo. Depois dessa interação, os estudantes concordaram com as ponderações do colega.

Para continuar completando o quadro, o professor perguntou qual o número total de diagonais de um polígono convexo de cinco lados. Os alunos responderam cinco diagonais e não houve nenhuma discussão. O mesmo aconteceu com os polígonos convexos de seis e sete lados. Ao terminar de completar a tabela, um aluno comentou que os resultados deles ficaram certos após dividir tudo por dois. Depois dessa fala, uma aluna disse que teve dificuldades para desenhar um polígono de 7 lados, pois ela nunca tinha visto uma figura assim: "eu já vi figura de 4 lados, 5 lados, 6 lados e até de 8 lados, mas nem sabia que tinha figura de 7 lados". Consideramos importante fazer um desenho para ela. A aluna disse: "pensava que tinha que ser tudo do mesmo tamanho, os lados tinham que ser todos iguaizinhos. Mas, assim, não fica difícil desenhar".

Após completar todo o quadro junto com os estudantes, o professor perguntou quantas diagonais teria um decágono. Os alunos começaram a responder no chat ou pelo microfone que seriam 35 diagonais. Como não teve nenhuma resposta contrária e nenhum questionamento, demos prosseguimento a aula.

Já a pergunta de quantas diagonais partem de um vértice de um polígono de *n* lados, não obtivemos tantas respostas de maneira rápida. Alguns alunos chegaram a responder "*n* – 3". Perguntamos como eles chegaram a essa conclusão. Um dos alunos, utilizando o microfone, respondeu: "é só observar a tabela: se são 4 vértices, tem um diagonal, se tem 5 tem duas, se tem 6 tem 3; então é só diminuir 3". Para tentar justificar melhor a sua resposta, foi perguntado aos alunos porque era 3 e não 2 ou 4. Para essa pergunta nenhum aluno apresentou ou explicou o motivo; disseram apenas que perceberam que seria "menos 3", observando a tabela.

Consideramos necessário explicar por meio de um desenho que "menos 3" se referia aos vértices que estão imediatamente ao lado e também ao próprio vértice. Para isso, utilizamos desenhos de pentágono, hexágono e octógono. Os alunos concordaram com a explicação, respondendo que tinham entendido o motivo da variável ser subtraída por 3.

A última questão pedia a relação existente entre o número de diagonais que partem de cada vértice, com o número total de diagonais de um polígono convexo. Muitos estudantes responderam corretamente que se trava do número de diagonais de cada vértice, multiplicado pela quantidade de vértice e que depois bastava dividir por dois. Não satisfeito com essa resposta, questionamos por qual motivo seria necessário dividir por dois. Um aluno respondeu que era para desconsiderar as diagonais que eram iguais, as que "vão e voltam"; outro aluno respondeu no chat que tinha de ser a metade, pois "se não dividisse o número de diagonais, iria ficar dobrado".

Para as atividades propostas foi possível perceber que nem todos os estudantes conseguiam fazer generalizações utilizando incógnitas, ainda que soubessem o que é uma incógnita e que conseguissem calcular o valor numérico de expressões algébricas. Entretanto, lembramos que este era nosso primeiro trabalho com esse assunto. Um fato interessante entre as questões propostas é que a tabela disponibilizada para os alunos preencherem facilitou a compreensão e a elaboração de uma generalização do padrão observado. Nesse sentido, acreditamos que atividades que proporcionam uma descoberta guiada, podem facilitar a descoberta da generalização e, consequentemente, colaborar para o desenvolvimento das habilidades de pensamento algébrico. Especialmente trabalhos como este, que envolvem padrões e generalizações, podem contribuir para "a construção de uma imagem mais positiva da Matemática", apelando para a criatividade e permitindo uma "compreensão da ligação entre a Matemática e o mundo em que se vive" (BARBOSA, 2007, p. 5).

Considerações finais

Buscamos neste trabalho investigar como o trabalho com resolução de problemas por meio de tarefas exploratórias e investigativas em um contexto de ensino remoto pode contribuir para a aprendizagem de Álgebra e do pensamento algébrico de estudantes do 8° ano do Ensino Fundamental. Buscamos analisar o desenvolvimento dessas tarefas com base em estudos sobre o ensino de Álgebra e sobre o ensino de Matemática em geral.

As atividades foram propostas com o intuito de possibilitar aos estudantes iniciarem os estudos da álgebra e/ou demonstrarem os conhecimentos já adquiridos em anos anteriores. Resultados iniciais apontam que o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ser facilitado por meio da resolução de problemas em uma perspectiva mais autônoma por parte dos estudantes. O estudo desse assunto pode, portanto, se constituir em um espaço bastante significativo para que os estudantes desenvolvam as capacidades de abstração e generalização, possibilitando a aquisição de uma poderosa ferramenta de pensamento algébrico e de resolução de problemas.

A realização deste trabalho reforça a importância desse assunto nas aulas de Matemática do Ensino Fundamental. O desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da aritmética generalizada na resolução de problemas pode ser um caminho para o ensino de Álgebra de forma mais efetiva. Em tempos de ensino remoto, considerando as especificidades vivenciadas por estu-

dantes e professores, reforçamos a necessidade de um trabalho que possibilite o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, mais investigativo e ainda mais contextualizado.

Nossa vida foi afetada em todas as esferas por essa Pandemia. Nossa escola demorou algum tempo para conseguir se organizar para oferecer um ensino remoto de qualidade, que não excluísse nenhum estudante. Para isso, criou-se diversas estratégias de apoio de modo a garantir a presença e a participação de todos os estudantes. Esperamos com essas tarefas e organização, trazer um pouco da dinâmica de uma aula de Matemática que seja mais interativa, investigativa e contextualizada e que coloque o estudante no centro do processo de ensino e aprendizagem, valorizando sua produção e conhecimento.

Referências

BARBOSA, Elsa Maria de Figueiredo Domingues. *A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação com alunos do 8º ano de escolaridade*. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação e na Especialidade de Educação Matemática) – Universidade de Évora, Portugal, 2007.

BORRALHO, António; BARBOSA, Elsa. Exploração de padrões e pensamento algébrico. *In*: VALE, Isabel; BARBOSA, Ana (org.). *Patterns*: multiple perspectives and contexts in mathematics education. Portugal: ESE-IPVC, 2009. p. 59-68.

BRANCO, Neusa Cristina Vicente. *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico*. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação e na Especialidade de Didáctica da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

BRASIL. *Portaria Nº 544, de 16 de junho de 2020*. Brasília, DF: Ministério da Educação/Gabinete do Ministro, jun. 2020. Disponível em: http://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-n-544-de-16-de-junho-de-2020-261924872. Acesso em: 30 maio 2021.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília, DF: MEC, 2017.

CARAÇA, Bento Jesus. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

DECHEN, Tatiane. Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de Álgebra na 6ª série do ensino fundamental: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos. *In*: CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL, 17., 2009, Campinas. *Anais [...]*. Campinas: Associação de Leitura do Brasil, 2009.

FERREIRA, Ana Rafaela Correia; CORREIA, Warley Machado. Pensamento algébrico nas aulas de Matemática: possibilidades no ensino remoto. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE INOVAÇÃO E POPULARIZAÇÃO DA CIÊNCIA, 1., 2020, Belo Horizonte. *Anais [...]*. Belo Horizonte: UFMG, 2020.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL Antonio. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições*, Campinas, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

FROTA, Maria Clara Resende. Experiência matemática e investigação matemática. *In*: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2005, Porto. *Anais [...]*. Porto: Universidade do Porto, 2005. Disponível em: http://www.matematica.pucminas.br/ Eventos/artigos/Maria_Clara_Frota.pdf. Acesso em: 30 maio 2021.

HANKE, Tânia Aparecida Ferreira. *Padrões de regularidades*: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2008.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. 4. ed. Campinas: Papirus, 2001.

MATOS, Ana; BRANCO, Neusa; PONTE, João Pedro. Como vai o pensamento algébrico dos alunos? Uma experiência no 3º ciclo do ensino básico. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 85, p. 54-59, 2005.

PONTE, João Pedro. Investigar, ensinar e aprender. *In*: PROFMAT, 19., 2003, Santarém. *Anais [...]*. Lisboa: APM, 2003.

PONTE, João Pedro. Números e álgebra no currículo escolar. *In*: VALE, Isabel *et al.* (ed.). *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores*. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27.

PONTE, João Pedro; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. Álgebra no ensino básico. Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

PONTE, João Pedro; BROCADO, Joana, OLIVEIRA, Helia. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SUNDE, Rosário Martinho; JÚLIO, Óssila Abílio; NHAGUAGA, Mércia Armindo Farinha. O ensino remoto em tempos da Pandemia da COVID-19: desafios e perspectivas. *Epistemologia e Práxis Educativa*, Teresina, v. 3, n. 3, p. 1-17, 2020.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. *In*: COXFORD, Arthur F.; SCHULTE, Albert P. (org.). *As ideias da Álgebra*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997.

VALE, Isabel. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. *Interac*ções, Portugal, v. 8, n. 20, p. 181-207, 2012.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. Padrões: um tema transversal no currículo. *Revista Educação e Matemática*, Portugal, n. 85, p. 14-20, nov./dez. 2005.

Data de submissão: 15/01/2022

Data de aceite: 25/04/2022