PESQUISA E REFLEXÃO EM EDUCAÇÃO BÁSICA CADERNOS DO APLICAÇÃO

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

Descobrindo os números irracionais na Educação Básica: uma abordagem problematizada como o uso do Geogebra.

Greice Keli Silva Lacerda[1]
Antônio Marcos Nascimento dos Santos[2]
Victor Augusto Giraldo[3]

Resumo: *O objetivo deste trabalho é oferecer uma proposta de atividade que possibilite discussões sobre a existência dos números irracionais, suas formas de representação e localização de alguns deles na reta numérica e sobre a ideia de incomensurabilidade. A metodologia empregada foi a pesquisa qualitativa exploratória, que possibilitou o levantamento de informações sobre o tema escolhido e a formulação de hipóteses e questionamentos para discussões propostas. Neste trabalho encontrar-se-á uma descrição ilustrada das etapas para a aplicação da atividade no 9º ano do Ensino Fundamental e das questões propostas para a motivação das discussões sugeridas. Espera-se que a atividade desenvolvida auxilie na compreensão dos alunos da escola básica sobre os números, contribua com a prática docente de professores e futuros professores de matemática e que possa motivar novas discussões e pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem desses números, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Superior, em particular, na licenciatura em Matemática.*

Palavras-chave: *Números irracionais. Incomensurabilidade. Geogebra. Educação Matemática.*

Discovering irrational numbers in Basic Education: a problematized approach as the use of Geogebra.

Abstract: *The objective of this work is to offer a proposal for an activity that allows discussions about the existence of irrational numbers, their forms of representation and location of some of them in the number line and about the idea of incommensurability. The methodology used was exploratory qualitative research, which enabled the gathering of information on the chosen topic and the formulation of hypotheses and questions for proposed discussions. In this work you will find an illustrated description of the steps for the application of the activity in the 9th grade of Elementary School and the questions proposed to motivate the suggested discussions. It is expected that the activity developed will help in the understanding of basic school students about numbers, contribute to the teaching practice of teachers and future teachers of mathematics and that it can motivate further*

[1] Doutoranda do programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Professora nos Ensinos Fundamental e Médio da Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro (SEEDUC/RJ). E-mail: greicelacerda@gmail.com. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-5136-1821.

[2] Especialista em Ensino de Matemática. Professor da Rede Municipal de Itaboraí. E-mail: amarcosantoss@gmail.com. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-5106-9102.

[3] Doutor em Engenharia de Sistemas e Computação. Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação, ambos da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). E-mail: victor.giraldo@gmail.com. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-2246-6798.

PESQUISA E REFLEXÃO EM EDUCAÇÃO BÁSICA CADERNOS DO APLICAÇÃO

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

discussions and research on the teaching and learning of these numbers, both in the Elementary and Higher Education, in particular, in the degree in Mathematics.

Keywords: *Irrational numbers. Incommensurability. Geogebra. Mathematics Education.*

Descubriendo números irracionales en Educación Básica: un enfoque problematizado como el uso de Geogebra.

Resumen: *El objetivo de este trabajo es ofrecer una propuesta de actividad que permita debatir sobre la existencia de números irracionales, sus formas de representación y ubicación de algunos de ellos en la recta numérica y sobre la idea de inconmensurabilidad. La metodología utilizada fue la investigación cualitativa exploratoria, que permitió la recolección de información sobre el tema elegido y la formulación de hipótesis y preguntas para las discusiones propuestas. En este trabajo encontrará una descripción ilustrada de los pasos para la aplicación de la actividad en el 9 ° grado de la Escuela Primaria y las preguntas propuestas para motivar las discusiones sugeridas. Se espera que la actividad desarrollada ayude en la comprensión de los alumnos de la escuela básica sobre los números, contribuya a la práctica docente de los profesores y futuros profesores de matemáticas y que pueda motivar más discusiones e investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de estos números, tanto en la Educación Primaria y Superior, en particular, en la licenciatura en Matemáticas.*

Palabras clave: *Números irracionales. Inconmensurabilidad. Geogebra. Educación Matemática.*

1 Introdução

O ensino da Matemática deve ser entendido e aplicado de modo a propiciar a construção do saber pelo aluno e não ser meramente a aplicação de técnicas que visem a transferência de informações. Nas palavras de Ripoll, Rangel e Giraldo, destacamos que:

> Na sociedade permeada pelas tecnologias de informação e comunicação, essa constatação torna-se ainda mais crítica: o que a escola tem a oferecer não é mais a simples informação (pois esta é mais disponível e mais mutável), e sim a interpretação, a reflexão e a crítica sobre a informação. (RIPOLL; RANGEL; GIRALDO, 2016, p. XV).

Neste sentido, o ensino da Matemática deve privilegiar a problematização do conteúdo a fim de fornecer ao estudante oportunidades de questionar, experimentar, manipular, investigar e interagir de forma livre e autônoma sobre o conteúdo, sobre as ferramentas de ensino e com o professor. A eles devem ser oferecidas possibilidades de verificar e identificar ligações entre conteúdos, disciplinas, conceitos e cotidiano. Possibilidades que são descritas por Garcia e Barreto (2008), Silva e Stormowski (2010) e Silva e Mello (2012) em seus trabalhos, que

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

propõem formas diversificadas de pensar o ensino da matemática, buscando alcançar o entendimento de que os conteúdos se interligam e se desenvolvem de forma contínua. Ou seja, à medida que eles constroem e dominam os conceitos, seu conhecimento sobre a matemática se transforma. Parafraseando Ripoll, Rangel e Giraldo (2016, p. XV), afirmamos que os estudantes devem enxergar a Matemática como um "campo orgânico e em constante desenvolvimento". Essa ideia também é apresentada nos Parâmetros Curriculares Nacionais para a Educação Básica – PCN (BRASIL, 1998), quando descrevem que o ensino da Matemática deve percorrer caminhos que:

> Permitam mostrar aos alunos a Matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1998, p. 38).

Esse pensamento se contrapõe à maneira como a matemática é muitas vezes ensinada, com fórmulas prontas, como se em todo tempo, tudo fosse exatamente dessa maneira: imutável e infalível. Em contraposição a esse pensamento, Ripoll, Rangel e Giraldo discorrem sobre a importância da problematização dos conteúdos no ensino da Matemática e afirmam que:

> A problematização ou desnaturalização de conceitos matemáticos tem o potencial de propiciar aos alunos a verdadeira experiência de criação da matemática – ainda que para isso não seja necessário seguir os padrões de rigor da matemática superior (RIPOLL; RANGEL; GIRALDO, 2016, p. XXII).

Em posse desse entendimento, propomos discutir a descoberta dos números irracionais no Ensino Fundamental de forma problematizada e com o uso do software Geogebra. Esse tema foi escolhido devido a sua importância para o entendimento da construção do conjunto dos números reais. E porque, no ensino básico, o conceito de números irracionais geralmente é tratado como treinamento de cálculos com radicais e técnicas de racionalização. Fato que pode ser verificado consultando os livros elaborados para o ensino de Matemática na Educação Básica.

Na Base Nacional Comum Curricular - BNCC, o objeto de conhecimento no estudo dos números irracionais é previsto como possibilidade de "reconhecimento e localização de alguns desses números na reta numérica" (BRASIL, 2017, p. 316). Esse estudo, ainda segundo a BNCC, deve possibilitar o desenvolvimento da habilidade de "reconhecer um número irracional como um número cuja representação decimal é infinita e não periódica e estimar a localização deles na reta numérica" (BRASIL, 2017, p. 316).

Portanto, intencionados a auxiliar o desenvolvimento da habilidade prevista definiremos como objetivo norteador deste trabalho desenvolver uma atividade didática que explore o uso do Geogebra na construção problematizada da ideia de número irracional e de incomensurabilidade.

O Geogebra[4] foi escolhido como ferramenta de aporte ao ensino porque suas ferramentas e funcionalidades permitem o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático e a construção de significado (ESQUINCALHA; ABAR, 2017). Para Silva e Mello (2012) o software Geogebra propicia o desenvolvimento da autonomia e proatividade por parte dos alunos, além de oferecer a possibilidade de formulação de hipóteses e argumentação para a resolução de problemas. Para Moreno-Armella, Hegedus e Kaput (2008) o desenvolvimento de atividades matemáticas por meio de mídias dinâmicas, como é o caso do software Geogebra, proporciona aos estudantes um acesso mais direto às estruturas matemáticas e consequentemente ajudam no desenvolvimento de diferentes formas de generalização e demonstração. Por isso, pautado nessas considerações, nesse trabalho, o uso desse software vai ao encontro da necessidade de oferecer autonomia ao estudante, permitindo-lhe fazer simulações e questionamentos e motivando seu aprendizado por meio da observação, da experimentação, da interação e da autocorreção.

Para alcançar o objetivo proposto realizaremos uma pesquisa qualitativa exploratória que tem como intenção levantar informações sobre o assunto e a formular problemas e hipóteses que possam auxiliar na construção da atividade.

O método de pesquisa escolhido será o estudo de casos, por se tratar de um método para investigar um fenômeno dentro de seu próprio contexto. No caso deste trabalho, o fenômeno é a descoberta dos números irracionais e o contexto, a aula ministrada sobre esse tema em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental.

Nas próximas seções apresentaremos uma breve discussão sobre o ensino dos números irracionais no Ensino Fundamental e na graduação em matemática, em particular, na

[4] Segundo o descrito no site do Instituto Geogebra no Rio de Janeiro (2018), o Geogebra é um software gratuito de matemática dinâmica criado por Markus Hohenwarter em 2001, que pode ser utilizado para o ensino e aprendizagem da matemática nos diferentes níveis de ensino.

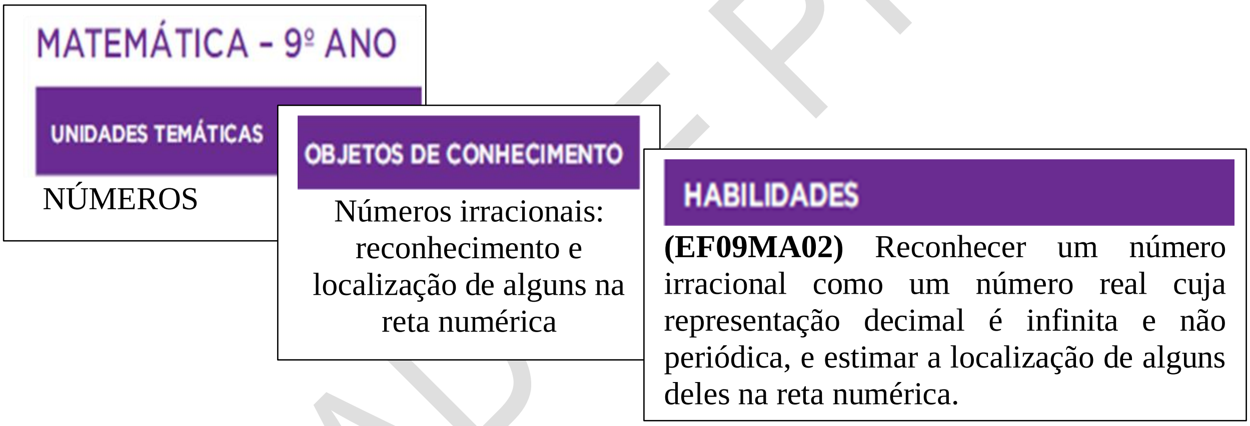
Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

licenciatura em matemática. Seguir-se-á também a descrição da atividade proposta, as considerações sobre o trabalho e as referências bibliográficas.

2 O ensino dos números irracionais no Ensino Fundamental e na Licenciatura

O estudo dos números irracionais é previsto pela BNCC no 9º ano do Ensino Fundamental. Como foi destacado na seção anterior e como pode ser observado na figura 1, para esse nível de ensino, a BNCC descreve na seção relacionada ao estudo dos números o objeto de conhecimento e a habilidade a ser desenvolvida no estudo dos números irracionais.

Figura 1 – Objeto e Habilidade para o estudo dos irracionais na BNCC



Fonte: Adaptado de Brasil (2017, p. 317).

Com base na prescrição feita pela BNCC para o estudo desse conceito, fizemos uma análise qualitativa da abordagem desse assunto em cinco livros elaborados para o ensino na Educação Básica. A partir da análise dos trabalhos de Dante (2012), Mori e Onaga (2012), Pataro e Balestri (2018) e Iezzi, Dolce e Machado (2018), verificamos que quatro livros abordam o conceito de número irracional com uma revisão sobre os assuntos de potenciação e radiciação e com o emprego de definições e exercício sobre propriedades, operações e cálculos de racionalização. A ligação entre o assunto estudado e a existência ou o reconhecimento dos números irracionais proposto pela BNCC não é mencionada.

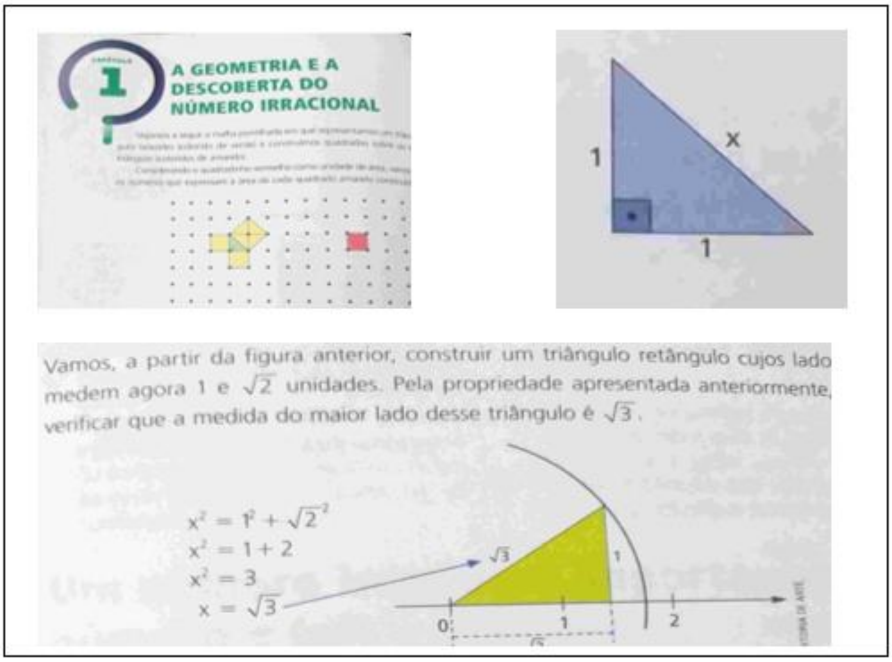
Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

Ferreira (2013) destaca que no Ensino Fundamental, a ideia de números irracionais é introduzida de duas formas: na primeira forma,

> admite-se que a cada ponto de uma reta está associado um número real. Há pontos que não correspondem a números racionais (o que é fácil de verificar, usando a diagonal de um quadrado de lado 1). A esses pontos sem abscissa racional correspondem os números chamados irracionais. Outra forma de introduzi-los é a seguinte: admite-se ou, em alguns casos, demonstra-se que a representação decimal dos números racionais é periódica e, reciprocamente, toda representação decimal periódica corresponde à de um número racional. Conclui-se por definir número irracional como sendo aqueles (cuja existência é admitida) que possuem representação decimal não periódica. [...] Em ambos os casos, no entanto, raramente se toca na natureza desses novos números (FERREIRA, 2013, p. 67).

A partir da análise dos livros verificamos ainda que apenas um, dos cinco livros analisados, apresenta uma abordagem diferente da descrita por Ferreira (2013). A abordagem que esse livro traz para a introdução dos números irracionais na Educação Básica é condizente com as prescrições da BNCC, utiliza argumentos geométricos para motivar a descoberta desses números e propõe a discussão da existência de grandezas incomensuráveis. A figura 2 apresenta uma ilustração desta abordagem.

Figura 2 – Abordagem para a descoberta do Irracionais



Fonte: Adaptado de Júnior e Castrucci (2018, p. 14-17)

No Ensino Superior, o estudo dos números irracionais está entrelaçado ao estudo da construção dos números reais. Verificamos as abordagens utilizadas em sete livros de Análise Real para a discussão sobre os números irracionais na graduação em matemática, em particular, na licenciatura em matemática. Dos sete livros analisados, três apresentam a ideia da descoberta dos números irracionais a partir de construções geométricas e da incomensurabilidade entre a diagonal e o lado do quadrado.

Para Ferreira (2013, p. 68), a "incomensurabilidade é a via de acesso para a introdução do conceito elementar de número irracional". Porém, a maioria dos livros define números irracionais como elementos do conjunto $R - Q$. Lima (2013) e utiliza o Lema de Pitágoras para mostrar que o número real $\sqrt{2}$ não é racional e introduzir as discussões sobre os irracionais. Já os autores Neri e Cabral (2009, p. 47-48), discutem a existência dos números irracionais através da incomensurabilidade entre 1 e d, para dar significado a afirmação de que $d = \sqrt{2}$ não é racional. E Frid (2011, p. 59), utiliza o teorema: "um número real x é irracional se, e somente se, é um decimal não-periódico.", para introduzir as discussões sobre a existência e a necessidade de criação desses números e apresenta a seguinte justificativa para esta afirmação:

> Vamos mostrar que a equação $x^2 = 2$ (4.1) não é satisfeita por nenhum número racional x. Se existir um tal racional x, poderíamos escrever $x = \frac{p}{q}$ com p e q inteiros primos entre si. Em particular, p e q não são ambos pares. Então, de (4.1) obtemos $p^2 = 2q^2$ (4.2). Isso mostra que p^2 é par. Portanto, p é par. (...) Assim, p = 2m, para algum inteiro m e, portanto, $p^2 = 4m^2$. Segue de (4.2) que $q^2 = 2m^2$. Logo, q^2 é par e, por conseguinte, q é par, o que nos dá uma contradição! Portanto, é impossível um racional x satisfazer (4.1) (FRID, 2011, p. 59).

A partir das afirmações descritas, averiguamos que ambos os níveis de ensino utilizam justificativas semelhantes para a introdução da ideia de números irracionais. As abordagens, respeitando-se o nível de abstração de cada fase do ensino, são diferentes: uma privilegia mais as operações algébricas e aritméticas; enquanto a outra privilegia as demonstrações formais. Porém, um elo entre essas abordagens pode ser estabelecido através de discussões que envolvem o uso da geometria na descoberta dos números irracionais. Nesse caso, a discussão do conteúdo de forma problematizada pode auxiliar tanto no entendimento sobre os números irracionais do aluno no Ensino Fundamental quanto no estudo e no desenvolvimento da prática

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

docente do futuro professor de matemática, ainda enquanto aluno de um curso de licenciatura em matemática.

Em suma, munidos da compreensão do objeto de conhecimento e da habilidade a ser desenvolvida no estudo dos números irracionais e buscando uma abordagem que se diferencie das formas destacadas por Ferreira (2013), na próxima seção descreveremos a nossa proposta de atividade. Esperamos que esta atividade possa contribuir para a construção do conhecimento matemático acerca desse conceito.

3 Atividade Proposta

O objetivo central para a aplicação dessa atividade é auxiliar no desenvolvimento da percepção do estudante sobre a existência de números cuja representação decimal é infinita. Ou seja, através da motivação e de questionamentos, guiar o aluno no desenvolvimento do conhecimento sobre a representação numérica por aproximação decimal, a representação simbólica e a localização geométrica desses números. Além de discutir conceitos importantes como a incomensurabilidade e a necessidade da existência de diferentes números.

Para essa finalidade, acreditamos que o Geogebra seja uma ferramenta adequada, pois além de se tratar de um software de geometria dinâmica que estimula a interatividade e a criatividade, pode ser adquirido facilmente (através de download) ou pode ser acessado gratuitamente online, sem a necessidade de ser instalado no computador, no tablet ou no smartphone. Fato que o torna uma ferramenta especialmente útil para esse trabalho.

Esperamos que após o término da realização da atividade, os alunos possam entender as possíveis representações de um número irracional e compreendam intuitivamente a ideia de incomensurabilidade.

3.1 Descrição da Atividade

A atividade que será descrita ainda não foi aplicada no Ensino Fundamental, por isso, segue nesse trabalho como uma proposta. Mas assim que for realizada sua aplicação os

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

resultados poderão ser anexados a esse trabalho. Essa deverá ter a duração de 250 minutos, ou seja, de 5 horas-aulas de 50 minutos cada.

As primeiras duas horas-aulas deverão ser utilizadas para a ambientação do software e à introdução das suas funcionalidades de exibir, esconder, mover e arrastar objetos e zoom da janela de visualização. Ressaltamos que não é necessário que os alunos conheçam previamente o software, pois as construções serão oferecidas prontas, para a manipulação e experimentação. Ainda, durante as duas primeiras horas-aulas deverá ser explicitado ao aluno como ocorrerá a atividade, o tempo de duração, os arquivos a serem experimentados, os objetos da atividade e como ocorrerá as discussões propostas.

Os materiais necessários para a aplicação da atividade são: computadores com acesso à internet para todos os alunos, projetor, material impresso e quadro. Caso não seja possível o uso de computadores e projetor, utilizar o material impresso e o quadro.

O público-alvo serão alunos do 9º ano do Ensino Fundamental que ainda não tenham estudado o conceito de números irracionais, pois a intenção é trabalhar a introdução desse assunto neste nível de Ensino. Mas nada impede sua aplicação para alunos que já tenham estudado o assunto.

A metodologia de ensino aplicada será a aula expositiva aberta a discussões, onde os participantes poderão ser organizados individualmente, em duplas ou em grupos, dependendo da quantidade de material disponibilizado.

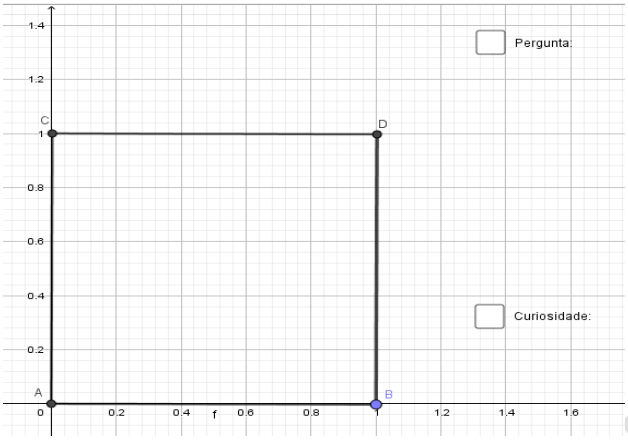
Neste trabalho, a apresentação da atividade será dividida em quatro etapas para facilitar sua descrição e o entendimento de sua aplicação. As figuras que se seguirão destinam-se a apresentar um resumo ilustrado de cada etapa a ser desenvolvida. A atividade na íntegra (os arquivos manipuláveis e as questões para discussão) pode ser acessada online[5].

1ª etapa: A atividade deverá ser iniciada com a orientação do professor para que os estudantes abram ou acessem online o arquivo do Geogebra nomeado como "Quadrado.ggb". Nessa etapa, os alunos serão convidados a utilizar as funcionalidades exibir e esconder objetos do software.

Figura 3 – O quadrado de lado 1

[5] Disponível em: https://www.geogebra.org/m/bys8zjeb

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35



Fonte: Elaborado pelos autores.

O arquivo oferecido já deve conter a construção de um quadrado de lado medindo uma unidade. A fim de relembrar a definição e as propriedades de um quadrado, o professor pode fazer os seguintes questionamentos:

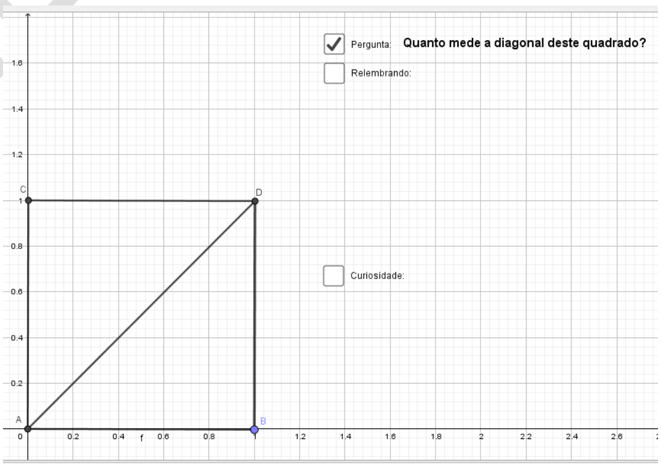
a) Quanto medem os lados deste quadrado?

b) Quantas diagonais ele tem?

c) Qual a característica de seus ângulos? Ou quanto eles medem?

Neste momento, as discussões devem abordar as formas de medir esta diagonal e introduzir um pouco da história da Matemática sobre as ferramentas e sistemas métricos utilizados na antiguidade (os temas podem ser apresentados pelo professor ou pesquisados em livros ou na internet).

Figura 4 – A diagonal do quadrado de lado 1



PESQUISA E REFLEXÃO EM EDUCAÇÃO BÁSICA CADERNOS DO APLICAÇÃO
Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

Fonte: Elaborado pelos autores.

Quais ferramentas podemos utilizar para medir esta diagonal?

d) A diagonal dividiu o quadrado. Qual(is) figuras geométricas surgiram?

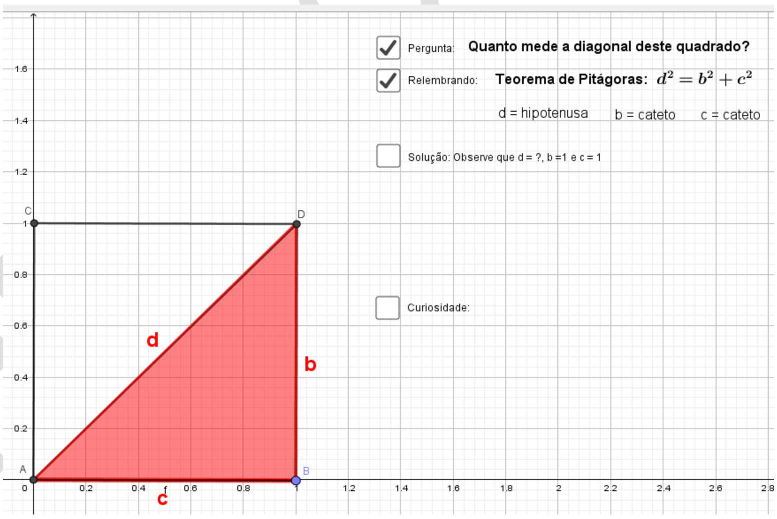
e) Existe uma relação para esta figura que nos ajude a calcular o valor da diagonal sem precisarmos medir usando a régua? Que relação é esta?

f) Você sabe dizer como surgiu? (Caso seja possível, o aluno poderá pesquisar online)

2ª etapa: Após as discussões na primeira etapa, a atividade deverá prosseguir para a revisão dos procedimentos de uso do Teorema de Pitágoras e o cálculo do valor da diagonal do quadrado. Neste ponto, relembre com os alunos o Teorema de Pitágoras, o que é hipotenusa, catetos e a posição da diagonal em relação ao ângulo reto.

As discussões nessa etapa devem ser norteadas pelos questionamentos a seguir, que devem ajudar no acesso à conhecimentos prévios sobre os conceitos citados. O convite deve ser para a utilização das funcionalidades de exibir e esconder objetos e para a realização de cálculos com papel e lápis.

Figura 5 – Relembrando o Teorema de Pitágoras



Fonte: Elaborado pelos autores.

g) Você sabe dizer qual a característica da hipotenusa?

h) Qual a posição dos catetos em relação ao ângulo reto?

i) Quais as medidas dos catetos?

PESQUISA E REFLEXÃO EM EDUCAÇÃO BÁSICA CADERNOS DO APLICAÇÃO

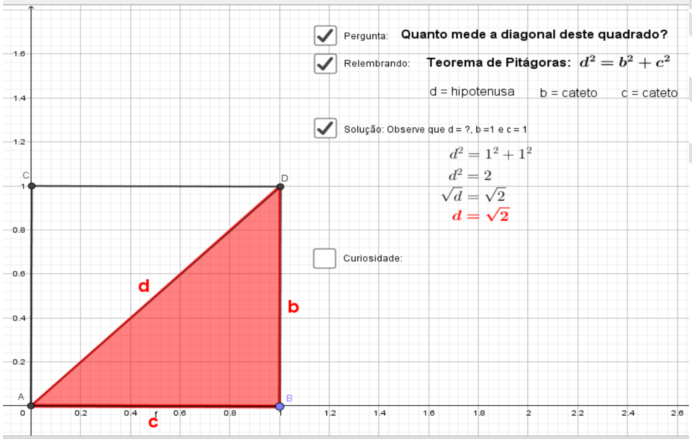
Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

j) Utilizando o Teorema calcule o valor da diagonal desse quadrado. (Deixe que os alunos trabalhem os cálculos)

k) Vamos conferir o resultado.

Após todos terem terminado as contas, o professor deve orientá-los a selecionar a caixa "Solução"; motivar a discussão dos resultados encontrados (erros e acertos), buscando sanar as dúvidas; e realizar a seguinte pergunta: **"Qual o valor aproximado, em decimais, de d?**

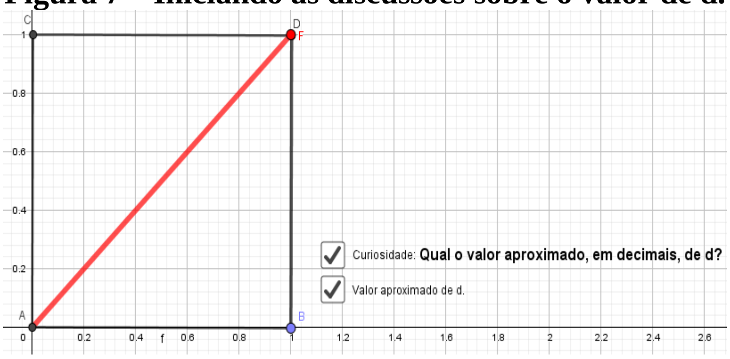
Figura 6 – Calculando o valor da diagonal d.



Fonte: Elaborado pelos autores.

3ª etapa: Nessa etapa, a abordagem da discussão deve conduzir ao assunto de representação decimal aproximada dos números irracionais e a localização do valor da diagonal na reta numérica. Após as discussões, o professor deve orientar o aluno a desmarcar as caixas seletoras: "solução", "relembrando" e "pergunta." E marcar as caixas "Curiosidade" e "Valor aproximado de d."

Figura 7 – Iniciando as discussões sobre o valor de d.



PESQUISA E REFLEXÃO EM EDUCAÇÃO BÁSICA CADERNOS DO APLICAÇÃO

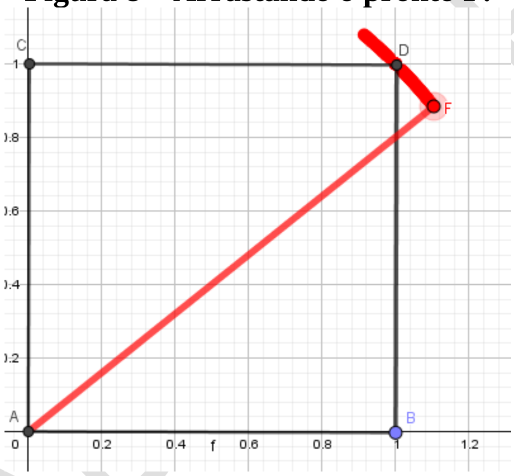
Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

Fonte: Elaborado pelos autores.

O professor deve sugerir que os alunos projetem o comprimento da diagonal no eixo x, orientando-os da seguinte forma: segure o ponto F e arraste-o até o eixo x ou segure o vértice B do quadrado e arraste-o até o eixo x.

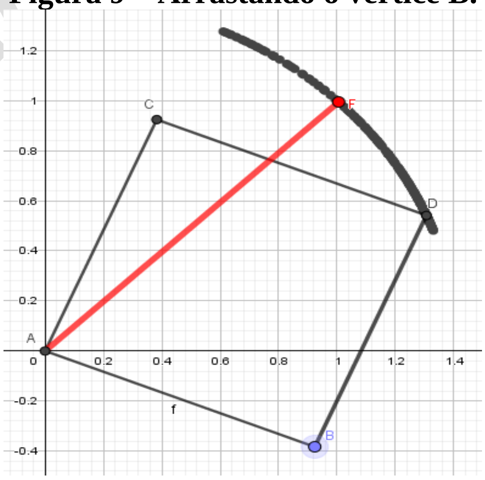
Nesse momento, as discussões devem ter como foco a indicação do valor aproximado da raiz quadrada de dois. Para a experimentação no software devem ser utilizadas as funcionalidades de mover objetos e zoom da janela de visualização. As figuras 8, 9 e 10 ilustram como realizar o rebatimento da diagonal no eixo x no software.

Figura 8 – Arrastando o pronto F.



Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 9 – Arrastando o vértice B.



Fonte: Elaborado pelos autores

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

Figura 10 – Rebatendo a diagonal.

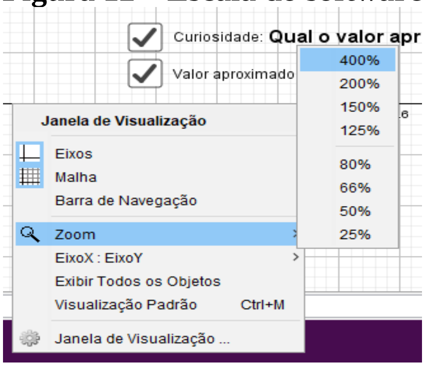
Fonte: Elaborado pelos autores

Observe que os alunos podem ampliar a escala do Geogebra, rolando a "bolinha do mouse" (figura 11) ou clicando com o botão direito do mouse no eixo x e selecionando zoom (figura 12).

Figura 11 – Mouse

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 12 – Escala do software



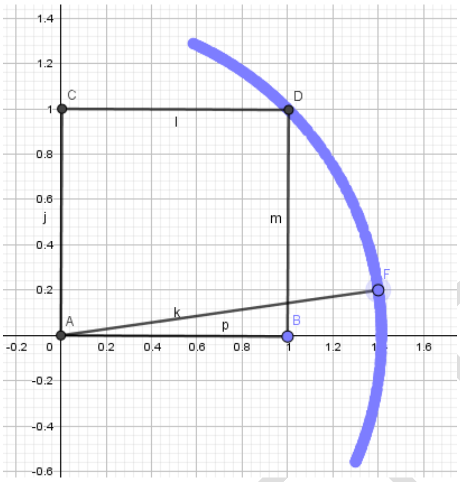
Fonte: Elaborado pelos autores.

Essa fase é destinada a experimentação e discussões, então o aluno deve manipular o software livremente, porém, com a orientação do professor para sanar possíveis dúvidas ou

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

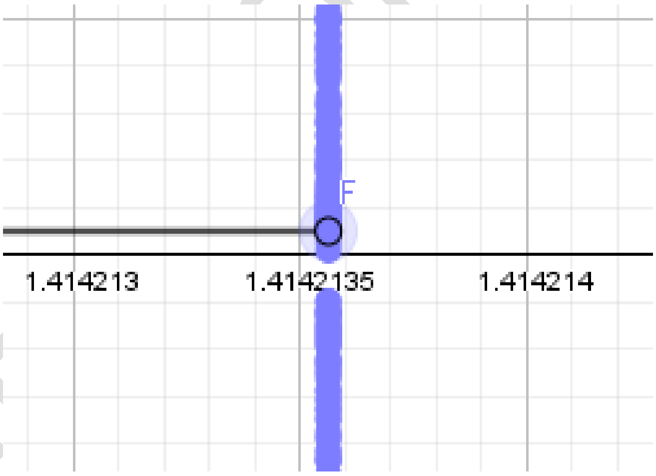
dificuldades no manuseio do programa. As figuras 13, 14 e 15 apresentam alguns exemplos de possíveis observações que podem ser feitas durante a manipulação das construções no software.

Figura 13 – Início da ampliação



Fonte: Elaborado pelos autores.

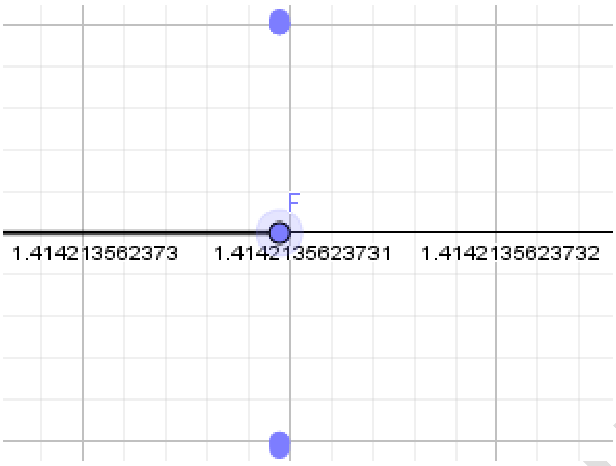
Figura 14 – Segundo momento de ampliação



Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 15 – Momento de ampliação máxima da escala do software

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

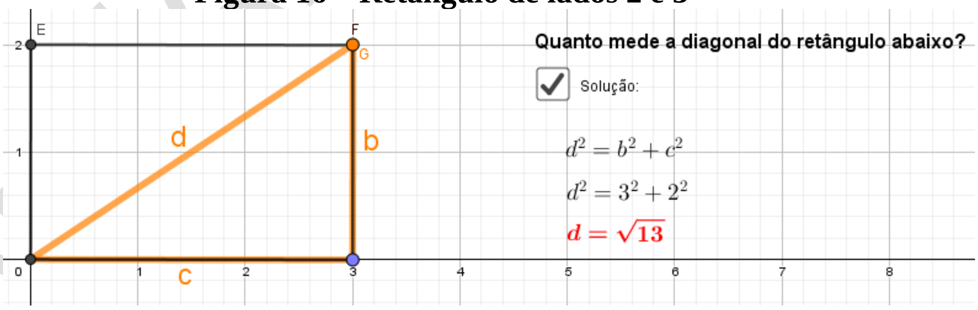


Fonte: Elaborado pelos autores

Para fechar a etapa de experimentação, o professor pode retornar a pergunta: Qual é o valor aproximado da diagonal do quadrado? E realizar uma revisão das diferentes formas de representação de um número irracional (simbólica, por aproximação decimal e na reta numérica) observadas nas aulas pelos alunos.

Ainda nesta etapa, podem ser oferecidos outros arquivos para experimentação. Na atividade disponibilizada no site podem ser encontrados mais três exemplos identificados com o título: “Aguçando a curiosidade.” As figuras 16 e 17 apresentam uma visualização das construções propostas no arquivo identificado como exemplo 3.

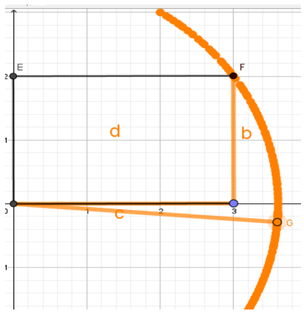
Figura 16 – Retângulo de lados 2 e 3



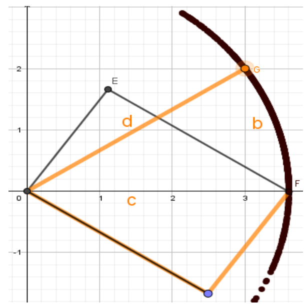
Fonte: Elaborado pelos autores.

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

Figura 17 – Rebatendo a diagonal do retângulo

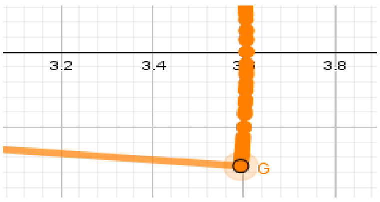


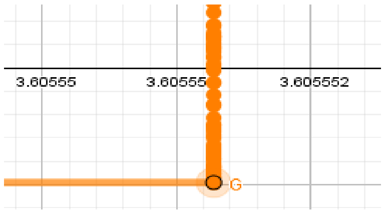
Arrastando o Ponto G.



Arrastando o vértice B.

i) Momento de ampliações da escala do Geogebra:





ii) Ampliação máxima do Geogebra:

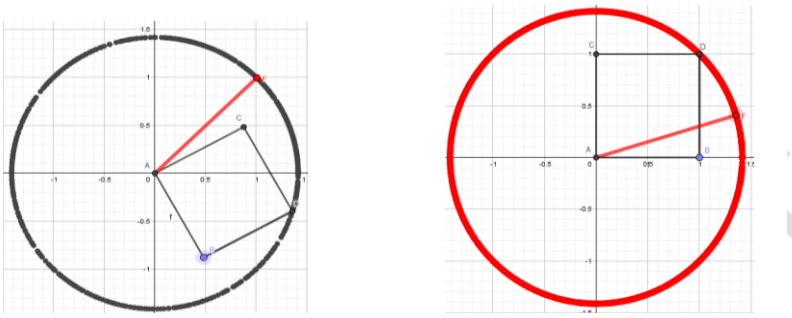
Fonte: Elaborado pelos autores.

4ª etapa: Após o término da etapa de experimentação, nas discussões sobre representação decimal, números racionais e irracionais e incomensurabilidade devem ser apresentados argumentos que ajudem a responder os seguintes questionamentos:

a) Seria possível encontrar uma representação decimal sem aproximações para os números: $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ e $\sqrt{13}$? Justifique sua resposta.

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

Figura 18 – Circunferências de raio d.



Fonte: Elaborado pelos autores

b) Estes números são racionais ou irracionais? Justifique sua resposta.

c) Girando o ponto F ou o vértice B em torno da origem encontramos uma circunferência de raio d (como ilustrado na figura 18). Seria possível construir com materiais concretos, por exemplo com papel, circunferências como essas, sem aproximar o valor do raio? Justifique sua resposta.

d) Podemos dizer que o raio da circunferência encontrada é <u>incomensurável</u>. O que isso significa? (O aluno pode pesquisar online)

e) Qual a necessidade de se representar as <u>grandezas incomensuráveis</u> com símbolos, por exemplo, como $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ e $\sqrt{13}$?

f) Podemos provar que $\sqrt{2}$ não é um número racional? Justifique sua resposta.

Observamos que, caso julgue oportuno, o professor pode realizar a demonstração descrita na página 6 deste trabalho. Porém, com o entendimento de que essa demonstração sirva apenas como motivação, pois os alunos do Ensino Fundamental ainda podem não ter estudado o conteúdo de equações quadráticas ou podem não possuir o grau de abstração necessário para compreender tal procedimento.

Finalizamos a descrição dessa proposta com a expectativa de motivar algumas discussões importantes para a compreensão do conjunto dos números irracionais e o reconhecimento das grandezas incomensuráveis, tanto no Ensino Fundamental quanto na licenciatura em matemática. Acreditamos que a sua elaboração atende ao prescrito na BNCC e

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

que pode ajudar na motivação e preparação para o estudo das propriedades e operações com números reais no 9º ano do Ensino Fundamental.

4 Considerações Finais

O ensino da matemática tem apresentado, no tocante à compreensão do conjunto dos números irracionais, algumas dificuldades para se adequar às descrições da BNCC. Segundo diversos pesquisadores educadores matemáticos, alguns métodos ainda utilizados para o ensino da matemática têm desmotivado grande parte dos alunos, que durante o estudo de seus conceitos não conseguem criar significados para o que veem.

O entendimento de que o aluno deve ter um papel ativo no processo de ensino e de aprendizagem é fundamental para o desenvolvimento de boas práticas. Nesse sentido, a elaboração de atividades que problematizem o conteúdo, que desafiem e motivem os alunos podem contribuir no desenvolvimento da autonomia e proatividade na construção de seu próprio conhecimento.

Com a expectativa de que esse artigo auxilie na compreensão da existência dos números irracionais, tema abordado inicialmente do 9º ano do Ensino Fundamental, realizamos uma breve análise qualitativa de alguns livros adotados para esse nível de ensino e para a licenciatura. Identificamos algumas abordagens semelhantes para a introdução do conceito de números irracionais e verificamos que, apesar dos níveis de conhecimento e abstração serem diferentes, as abordagens utilizadas em ambos os níveis de ensino não problematizam o conteúdo.

Averiguamos uma abordagem diferenciada em alguns livros elaborados para o Ensino Fundamental e em livros elaborados para o Ensino Superior, quando estes propõem o tratamento dos números irracionais a partir das ideias de incomensurabilidade entre a diagonal e o lado do quadrado que mede uma unidade, de sua representação decimal não finita e periódica e de localização de alguns desses números na reta numérica; e alinha a essas abordagens discussões sobre a história da criação, a necessidade e a importância desses números para a Matemática. Em posse dessas discussões, elaboramos um exemplo de atividade para auxiliar na introdução e estudo desse assunto.

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

A atividade elaborada foi apresentada em quatro partes e cada parte foi pensada e descrita ilustrativamente de forma a facilitar a sua aplicação com o uso do Geogebra na construção problematizada da ideia de número irracional e de incomensurabilidade.

Resumidamente, a primeira parte da atividade propõe uma revisão do conceito de quadrado e suas características; a segunda parte descreve questionamentos e experimentações necessárias para revisar a aplicação do Teorema de Pitágoras; a terceira, orienta o professor a motivar discussões sobre os valores de aproximação decimal dos números irracionais e da localização de alguns deles na reta numérica; e por fim, a quarta parte destina-se a questionamentos e discussões para aprofundamento do estudo do tema escolhido.

Portanto, com a atividade e utilizando o software Geogebra, esperamos poder proporcionar um ambiente de interatividade do aluno com o conteúdo, de modo a promover questionamentos, curiosidades e um crescente diálogo entre aluno e professor. A intenção é que os alunos percebam a existência dos números irracionais através de uma representação decimal infinita e não periódica. Não pretendemos dizer como cada professor deve conduzir sua aula sobre esse tema, e sim, oferecer um exemplo de abordagem que: atenda às prescrições da BNCC sobre o ensino dos números irracionais; corresponda às ideias propostas nos PCN sobre os ensino da matemática no ensino básico; e que acima de tudo, favoreça o entendimento de que a Matemática é orgânica, mutável, contínua e que também se desenvolve pela experimentação, observação, formulação de conjecturas e construções de significados.

Finalizamos esse trabalho com a esperança de despertar novas discussões sobre o ensino e a aprendizagem dos números irracionais não somente entre alunos do Ensino Fundamental, mas também entre alunos do Ensino Superior e entre pesquisadores.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum**. Rio de Janeiro. Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro, 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática (5ª a 8ª Série). Rio de Janeiro. Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro, 1998.

DANTE, Luiz. Roberto. **Projeto Teláris**: Matemática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2012.

ESQUINCALHA, Agnaldo da Conceição; ABAR, Celina Aparecida Almeida. Pereira. O Uso de Tecnologias na Formação Matemática de Professores dos Anos Iniciais. **Revista de Educação, Ciência e Matemática**. v. 7, n. 1, jan-abr. 2017.

FERREIRA, Jamil. **A Construção dos números**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

FRID, Hermano. **Análise Real.** v. 1. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2011. p. 204.

GARCIA, Vera Clotilde; BARRETO, Marina Menna. Experimento didático: uma pesquisa para investigar mudanças cognitivas no processo de modelagem matemática. **Cadernos do Aplicação**, v. 21, n. 1, 6 abr. 2008. DOI 10.22456/2595-4377.5026. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao/article/view/5026. Acesso em: 9 out. 2021.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e Realidade**: 9º ano. São Paulo: Atual, 2018.

INSTITUTO GEOGEBRA NO RIO DE JANEIRO. **O que é o GeoGebra?** Disponível em: <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/cig.html>. Acesso em: 19 jun. 2018.

JUNIOR, José Ruy Giovanni; CASTRUCCI, Benedicto. **A Conquista da Matemática:** 9º ano do Ensino Fundamental. São Paulo: FTD, 2018.

LIMA, Elon. Lages. **Curso de Análise**. v. 1, 14. ed. Rio de Janeiro: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2013.

MORENO-ARMELLA, Luiz.; HEGEDUS, Stephen; KAPUT, James J. From static to dynamic mathematics: historical and representational perspectives. **Educational Studies in Mathematics**, v. 68, p. 99-111, 2008.

MORI, Iracema; ONAGA, Dolce Santiko. **Matemática**: Ideais e desafios, 9º ano. 17ª ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

NERI, Cassio; CABRAL, Marco. **Curso de Análise Real**. Instituto de Matemática – UFRJ. 2009. Disponível em: https://www.labma.ufrj.br/~mcabral/livros/livro-analise/analise-livro.html Acesso em: 20 jan. 2020.

PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo Dias. **Matemática Essencial 9º ano**. São Paulo: Scipione, 2018.

RIPOLL, Cydara; RANGEL, Leticia; GIRALDO, Victor. **Livro do Professor de Matemática na Educação Básica**: Números Naturais. Volume I. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

SILVA, Rodrigo Sychocki da; MELLO, Kelen Berra de. Uma experiência sobre o ensino e aprendizagem de vetores no IFRS com o auxílio do Geogebra. **Cadernos do Aplicação**, v. 25, n. 1, p. 299–318, 9 ago. 2012. https://doi.org/10.22456/2595-4377.26540.

SILVA, Rodrigo Sychocki da; STORMOWSKI, Vandoir. Fractais na escola: a prática de uma engenharia didática apoiada por tecnologia. **Cadernos do Aplicação**, v. 23, n. 2, 13 set. 2010.

Cadernos do Aplicação
https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao
Publicação Ahead of Print
ISSN 2595-4377 (online)
Porto Alegre | jan-dez. 2022 | v.35

DOI 10.22456/2595-4377.17365. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao/article/view/17365. Acesso em: 9 out. 2021.

Data de submissão: 13/10/2021
Data de aceite: 21/11/2021
DOI: https://doi.org/10.22456/2595-4377.119273