

# Fronteira de Produção Estocástica não Paramétrica: uma Análise da Eficiência do Poder Judiciário Estadual

## Non-Parametric Stochastic Production Frontier: an Analysis of the Efficiency of the State Judicial Authority

Francisco Soares de Lima\*  
Emerson Luis Lemos Marinho\*\*  
Rodolfo Ferreira Ribeiro da Costa\*\*\*

**Resumo:** O objetivo deste artigo é estimar e modelar a eficiência técnica do Poder Judiciário dos estados brasileiros. Para tanto, estima-se uma fronteira de produção estocástica não paramétrica com base em uma amostra de dados publicados pelo Conselho Nacional de Justiça. Na estimação da fronteira de produção são utilizados como insumos os números de magistrados, servidores, processos em tramitação e as despesas de custeio e de investimento. Quanto ao produto, utiliza-se o número de sentenças proferidas. Na modelagem da eficiência, são empregados como regressores as proporções de processos criminais, processos eletrônicos, juízes em juizados especiais e a carga de trabalho média dos magistrados. Todas as regressões não paramétricas estimadas evidenciam a existência de relações não lineares. Obtém-se também que a carga de trabalho dos magistrados apresenta uma relação quadrática com a eficiência, na forma de um “U”: a proporção de juízes especiais atinge a eficiência máxima quando é igual a 25%, a proporção de processos criminais reduz a eficiência e os processos eletrônicos se mostram estatisticamente não significativos.

**Palavras-chave:** Eficiência. Judiciário. Não paramétrico.

**Abstract:** The objective of this article is to estimate and model the technical efficiency of the Brazilian state's judiciary. For that, a non-parametric stochastic production frontier is estimated based on a sample of data published by the National Council of Justice of Brazil. In the estimation of the production frontier, the number of magistrates, the number of servers, the number of processes in process and the costs of costing and investment were used as input. As for the product, the number of sentences handed down was used. In the modeling of efficiency, the proportion of criminal cases, the proportion of electronic processes, the proportion of judges in special courts and the average workload of magistrates were used as regressors. All non-parametric regressions estimated showed the existence of non-linear relations. It was also obtained that the workload of the magistrates presents a quadratic relation with the efficiency, in the form of a U; The proportion of special judges reaches maximum efficiency when it is equal to 25 %; The proportion of criminal cases reduced efficiency and electronic processes were statistically insignificant.

\* Doutor em Economia pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Professor adjunto do Departamento de Economia da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte (UERN). E-mail: franciscosouares@uern.br

\*\* Doutor em Economia pela Fundação Getúlio Vargas (FGV). Professor do Programa de Pós-Graduação em Economia da UFC. E-mail: emarinho@ufc.br

\*\*\* Doutor em Economia pela UFC. Professor adjunto do Departamento de Economia da UERN. E-mail: rodolfocosta@uern.br

**Keywords:** Efficiency. Judiciary. Nonparametric.

**JEL Classification:** H49; C14; D24.

## 1 Introdução

Os princípios de direito administrativo são mandamentos gerais que se aplicam a toda e qualquer situação, em maior ou menor medida. Eles orientam a expedição de atos administrativos, a condução de processos e a celebração de contratos, bem como a edição de atos normativos. Os princípios gerais primordiais estão previstos no art. 37, *caput* da Constituição. Outros, porém, estão previstos em leis específicas.

O princípio da eficiência exige que a atividade administrativa seja exercida com presteza, perfeição e rendimento funcional, com resultados positivos para o serviço público e satisfatório atendimento das necessidades da coletividade. A lentidão, a omissão, o desperdício de recursos públicos e a falta de planejamento são atitudes que ofendem esse princípio.

A Constituição Federal, aprovada em 1988, e a Emenda Constituição nº 45/04 promoveram alterações na organização do poder judiciário, reformulando as ações dos tribunais superiores e daqueles de pequenas causas: informatizou os procedimentos e construiu meios alternativos de resolução de conflitos, que supostamente se tornariam instrumentos úteis para alteração da administração judicial. A eficiência da administração foi revelada como um novo paradigma da gestão judiciária (HESS, 2010).

Nas duas últimas décadas, ocorreu um aumento na demanda por serviços judiciários, em especial após a Constituição de 1988 e a consolidação da democracia. No período de 2009 a 2014, a carga de trabalho média do magistrado aumentou de 5.525 para 6.177 processos, segundo o Conselho Nacional de Justiça (2016). O serviço de defensoria pública, entre outras iniciativas, tornou o sistema judiciário mais acessível à população, além do fato de que diversas transações econômicas que anteriormente ocorriam no setor público, tais como os serviços de distribuição de energia, bancários, etc. passaram a ocorrer no setor privado, principalmente devido à privatização de estatais e à abertura comercial (SCHWENGBER, 2006).

O crescimento da demanda exige a contrapartida do lado da oferta de serviços judiciários em quantidade e em qualidade, sob a ameaça de suspensão da ordem pública. De acordo com Yeung e Azevedo (2011), no Brasil, um processo leva em média de 1000 a 1500 dias para ser julgado. Outro dado, divulgado pelo Instituto Nacional de Qualidade Judiciária, indica que cada processo tem que passar por nove estágios distintos para ser julgado (SHERWOOD, 2007).

Entre estudos de eficiência no setor judiciário no Brasil, Schwengber (2006) usa os métodos *free disposal hull* (FDH) e fronteira de ordem- $m$  para construir um *benchmark* que possibilita comparar o desempenho da Justiça Comum, somente para o Rio Grande do Sul, e dos Tribunais Regionais do Trabalho (instância de segundo grau voltada para as questões relacionadas às interpretações das leis e jurisprudências) entre 1995 e 2003. Os resultados obtidos indicam que a eficiência na Justiça de segundo grau apresentou retornos constantes de escala, enquanto que a Justiça de primeiro grau apresentou economias de escala. Ainda, afirma-se que a melhoria da eficiência está relacionada com a educação, escala de operação, grau de especialização, complexidade da economia local e maior proporção de mulheres na população, entre outros. Já a perda de eficiência relacionou-se à população mais idosa e ao acúmulo de processos não julgados em relação ao estoque de processos, fator que acaba por impactar os custos e a qualidade dos serviços judiciais.

Já Yeung e Azevedo (2011) utilizam o método *data envelopment analysis* (DEA) para mensurar a eficiência dos tribunais estaduais no Brasil entre 2006 e 2008. Os autores verificam que os estados do Rio de Janeiro, Goiás, Amapá, Alagoas e Acre são plenamente eficientes, enquanto as menores eficiências foram dos estados de Santa Catarina, Tocantins, Bahia, Pernambuco e Ceará. No entanto, vale ressaltar que a metodologia DEA pode apresentar resultados não robustos na presença de erros de medidas.

Diante desse problema, o objetivo deste trabalho é utilizar a metodologia de fronteira estocástica não paramétrica proposta por Simar, Van Keilegom e Zelenyuk (2016), objetivando mensurar e analisar a eficiência técnica do poder judiciário estadual do período de 2009 a 2015. Nessa metodologia, adotam-se hipóteses menos restritivas, e, para regressões multivariadas, os resultados obtidos são em geral mais robustos se comparados aos de outras metodologias não paramétricas.

Este artigo, além desta introdução, as seguintes seções: a segunda destaca as principais contribuições quanto ao estudo da eficiência técnica do judiciário; a terceira descreve em detalhes a metodologia utilizada; a quarta contempla uma descrição e análise da base de dados; a quinta realiza a análise dos resultados dos modelos estimados; e a sexta alinha as considerações finais.

## 2 Revisão da Literatura

Diante do crescente apelo judicial, oriundos, principalmente, da consolidação da democracia com a Constituição de 1988, que ampliou e facilitou a acessibilidade a este serviço e, ainda, ao grande volume de relações envolvidas em um novo modelo econômico, no qual as privatizações e a abertura comercial se fazem presentes, a análise do judiciário apresenta-se inevitável.

Tal questão não se remete especificamente ao Brasil. De fato, é possível identificar o acompanhamento das ações do judiciário em diversas economias, dado que atualmente as decisões judiciais mostram-se cada vez mais responsáveis pelo andamento das decisões civis.

Lewin, Morey e Cook (1982) analisam a eficiência administrativa dos 30 distritos judiciais da Carolina do Norte, nos Estados Unidos, contemplando todos os 100 municípios do estado, usando dados dos Tribunais Criminais Superiores da Carolina do Norte referentes ao ano de 1976. A eficiência relativa, obtida a partir do modelo DEA, no nível do condado é mais que o dobro do observado no nível do distrito judicial. Isso sugere que algumas das ineficiências observadas no nível do município podem ser devidas a políticas ou práticas administrativas no nível do distrito judicial. Ainda, como fato gerador da ineficiência entre os 11 distritos localizados abaixo da fronteira de eficiência relativa, evidencia-se excesso na utilização dos insumos. Gorman e Ruggiero (2009) avaliam a eficiência técnica e de escala calculadas para os municípios dos Estados Unidos com populações entre 100 e 500 mil. Seus resultados sugerem que condados econômicos mais desfavorecidos são mais ineficientes.

Kittelsen e Førstund (1992) examinam a eficiência dos tribunais distritais noruegueses com o objetivo de sugerir formas de melhorar essa eficiência. Juntando as observações de 107 cortes para o período de 1983 a 1988, as medidas de eficiência são calculadas para cada tribunal usando o DEA. Os resultados mostram que há excesso no número de magistrados e técnicos administrativos devido à ineficiência técnica.

Tulkens (1993) analisa a eficiência relativa do judiciário belga, que atende processos cujo valor monetário é inferior a US\$ 1.500,00, por meio das abordagens DEA e FDH. Seus resultados indicam que, entre 1983 e 1985, o número de unidades ineficientes varia substancialmente entre as metodologias. O modelo DEA relata que a porcentagem de unidades ineficientes está na faixa de 82% a 87%, enquanto que o FDH observa uma proporção entre 18% e 40%. Tal divergência pode sugerir que a condição restritiva da suposição de homogeneidade entre as unidades pode levar a conclusões equivocadas quanto à análise de eficiência.

Chaparro e Jimenez (1996) discutem a eficiência técnica da Divisão de Litígios para 21 Tribunais Superiores da Espanha no ano de 1991. A abordagem utilizada é a DEA. Em média, a eficiência é de 77,38%, sendo a mesma contabilizada a partir de cinco unidades eficientes e 16 ineficientes.

Schneider (2005) examina o desempenho da Justiça do Trabalho alemã durante o período de 1980 a 1998, por meio da DEA, e como pode ser influenciado pelos incentivos ao magistrado, concluindo que os tribunais que empregam mais juizes com PhD são mais eficientes, assim como os tribunais que empregam juizes com probabilidades de promoção.

Hagstedt e Proos (2008) analisam a eficiência dos tribunais distritais suecos usando o método DEA. O foco do estudo é os anos 1998 a 1999, representando o início da reestruturação, e os anos 2006 a 2007, no final do processo de reforma do judiciário sueco. Os resultados da DEA indicam que há heterogeneidade quanto aos retornos de escala, observando cortes que exibem retornos constantes e retornos variáveis à escala entre as unidades analisadas. Ainda como resultado, o estudo relata um efeito positivo da reforma sobre a eficiência dos tribunais distritais.

Deyneli (2012) discute a relação entre eficiência dos serviços de justiça e salários de juízes em países europeus, em 2002, através de uma DEA com dois estágios. De posse do relatório do Sistema Judicial Europeu publicado pela comissão, foi estimada a eficiência relativa das unidades, e, em seguida, optou-se pelo uso do modelo tobit para relatar como os salários dos magistrados são capazes de influenciar o indicador de eficiência. Os resultados apontam para uma relação positiva e significativa entre a eficiência do serviço de justiça e os salários dos juízes nos países europeus.

No Brasil, Fochezatto (2013), também com o uso da técnica DEA, analisa a eficiência dos 27 tribunais estaduais entre 2005 e 2008. Seus resultados apontam para um conjunto de 21 tribunais ineficientes, sendo aquele pertencente ao estado de Roraima o que apresentou a pior prática. Entre os *benchmarks*, a característica comum se dá pelo volume de processos julgados, ou seja, aqueles tribunais com as maiores cargas de processos julgados são também os que se situam na fronteira de eficiência. Este último fato indica a possibilidade de ganhos de escala presentes nesse tipo de atividade. Yeung e Azevedo (2009, 2011) também usam a DEA para medir a eficiência dos tribunais estaduais brasileiros durante os anos de 2006 a 2008. Sua análise indica que todos os tribunais estaduais ineficientes poderiam melhorar seu nível de eficiência, mesmo que os insumos fossem mantidos constantes. Ainda mostram que a eficiência nos tribunais parece estar relacionada ao clima organizacional, à motivação do pessoal e à qualidade da gestão. Usando os métodos FDH e fronteira de ordem- $m$ , Schwengber (2006) constrói um *benchmark* para comparar o desempenho da Justiça Comum, no Rio Grande do Sul, e dos Tribunais Regionais do Trabalho, entre 1995 e 2003. Seus resultados mostram que a Justiça de segundo grau apresenta retornos constantes de escala, enquanto que a Justiça de primeiro grau se caracteriza por economias de escala. Ainda, destaca que a eficiência técnica é positivamente afetada pela qualificação, pela escala de operação e pela complexidade da economia local.

### 3 Metodologia

Na análise de eficiência e produtividade, duas abordagens se destacam: os métodos não paramétricos e os paramétricos. Entre os primeiros, podem-se des-

tacar o DEA e o FDH, considerados não estocásticos, e a fronteira de ordem- $m$  e a fronteira de ordem- $\alpha$  considerados estocásticos. A principal contrapartida paramétrica é conhecida como fronteira estocástica. Nos métodos paramétricos, ao contrário dos não paramétricos, se faz necessária a especificação funcional da função de produção ou de custo, bem como hipóteses distribucionais sobre os erros estocásticos.

Krüger (2012) realiza um experimento de Monte Carlo para comparar as propriedades dos diferentes métodos de análise de eficiência. O estudo compara métodos paramétrico-estocásticos, não paramétrico-determinísticos e não paramétrico-estocásticos. Seus resultados revelam que a fronteira estocástica tem menor erro absoluto médio que os demais métodos testados quando foram estimadas funções com diferentes retornos de escalas e elasticidades de substituição, mesmo na presença de *outliers*.

Na tentativa de relaxar a hipótese de especificação funcional para a fronteira, Kumbhakar *et al.* (2007) propõem estimar a fronteira de produção usando estimativa de máxima verossimilhança local, ainda que se adotem hipóteses semiparamétricas sobre os termos de erro. Embora esse método desenvolva propriedades teóricas bastante interessantes, apresenta dificuldades computacionais complexas, especialmente quando inferências estatísticas baseadas em processos *bootstrap* se fazem necessárias.

Visando contornar essas dificuldades, Simar, Van Keilegom e Zelenyuk (2016) propõem uma metodologia que incorpora menos hipóteses e torna as estimações mais fáceis, rápidas e robustas. Nesse sentido, é essa a metodologia que será utilizada neste artigo para se analisar a eficiência técnica do setor judiciário dos estados brasileiros. Os autores estimam uma função de produção com uma só variável explicativa através de regressão *kernel*.

Nas estimações não paramétricas, a dimensão dos dados (número de variáveis) acrescenta complexidade aos métodos. Qualquer método robusto de regressão não paramétrica, tais como regressão por *kernel*, polinômios locais, etc. tem viés próximo de zero, pelo menos para qualquer função de regressão razoável  $f(x)$ . Segundo Wasserman (2006), a taxa de convergência desses modelos, em geral, é:

$$MSE - \sigma^2 = O\left(n^{\frac{-4}{p+4}}\right) \quad (1)$$

na qual  $n$  é o tamanho da amostra e  $p$  é a dimensão dos dados. A taxa de convergência diminui à medida que a dimensão ( $p$ ) dos dados aumenta.

Bellman (1961) define que bancos de dados com proporção de variáveis/observações maior que 0,1 podem ser considerados de alta dimensionalidade.

No presente estudo, o modelo tem múltiplas covariadas, motivo pelo qual se decidiu usar o modelo aditivo generalizado (MAG), método que substitui a esti-

mação de uma função multivariada por uma sequência (soma) de estimações de funções parciais univariadas, evitando, assim, o problema da dimensionalidade.

### 3.1 Fronteira de Produção Estocástica

O método de análise de eficiência através da fronteira estocástica foi inicialmente proposto por Aigner, Lovell e Schmidt (1977) e Meeusen e Broek (1977). A sua estrutura consiste na combinação de uma fronteira (de produção ou de custo) com um termo de erro composto, conforme a expressão:

$$y=f(x,z)-U+V, \tag{2}$$

na qual  $f(x, z)$  é a fronteira,  $y$  é um vetor de resultados,  $x$  é um vetor de insumos,  $z$  é um vetor de variáveis condicionais que não são insumos, mas que influenciam os resultados,  $U$  é o escore de ineficiência e  $V$  é um termo aleatório. O escore de eficiência  $U$  é uma variável aleatória não negativa, com média  $\mu_U$  e variância  $\sigma_U^2$ . O termo aleatório  $V$  tem distribuição normal com médio zero e variância  $\sigma_V^2$ .

Segundo Simar, Van Keilegom e Zelenyuk (2016), de modo que seja possível superar a condição *a priori* de se especificar uma função  $f(x,z)$  e, assim, obter uma medida de eficiência independente dos problemas de especificação, é possível reescrever a expressão 1 em uma forma não paramétrica:

$$Y=r_1(x,z)+\varepsilon \tag{3}$$

na qual  $r_1(x,z)=f(x,z)-\mu_U(x,z)$  e  $\varepsilon=-U+V+\mu_U(x,z)$ . Adicionalmente, tem-se que  $E(\varepsilon | x,z)=0$  e  $Var(\varepsilon | x,z)=Var_U(x,z)+Var_V(x,z)$ , em que  $Var_U(x,z)$  é a variância do termo de ineficiência e  $Var_V(x,z)$  é a variância do termo de erro aleatório.

A função  $r_1(x,z)$  pode ser estimada por qualquer método de regressão não paramétrica que tenha as propriedades assintóticas desejáveis. Simar, Van Keilegom e Zelenyuk (2016) utilizam o estimador não paramétrico de mínimos quadrados polinomial (MQP).

Se  $\hat{r}_1(x, z)$  for um estimador da função de produção (custo) média na presença de ineficiência, será um estimador viesado de  $f(x,z)$ , e o viés será dado por  $-\mu_U(x,z)$ . Se a ineficiência,  $U|x,z$ , pertencer a uma família de parâmetros de escala,  $\mu_U(x,z)$  poderá ser estimado como uma constante multiplicativa, podendo-se calcular as elasticidades sem que seja necessário especificar qualquer tipo de escala ou de distribuição dos erros aleatórios.

Para se estimar  $U|x,z$  sem assumir qualquer hipótese sobre forma funcional ou distribuição de probabilidades, é preciso, inicialmente, definir os momentos condicionais de  $\varepsilon$ . Portanto, tem-se:



$$E(\varepsilon | x, z) = 0 \quad (4)$$

$$E(\varepsilon^2 | x, z) = \text{var}_U(x, z) + \text{var}_V(x, z) > 0, \quad (5)$$

$$E(\varepsilon^3 | x, z) = -E[(U - \mu_U(x, z))^3 | x, z]. \quad (6)$$

Se  $\varepsilon_i = Y_i - \hat{f}_1(X_i, Z_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  o resíduo da regressão não paramétrica de MQP da função de produção média. Com os novos conjuntos de dados  $\{\varepsilon_i^2, X_i, Z_i\}$  e  $\{\varepsilon_i^3, X_i, Z_i\}$ , será possível estimar, respectivamente, o segundo ( $E(\varepsilon^2 | x, z)$ ) e o terceiro ( $E(\varepsilon^3 | x, z)$ ) momentos de  $\varepsilon$ , doravante denotados por  $\hat{f}_2$  e  $\hat{f}_3$ .

Substituindo-se  $\hat{f}_2$  e  $\hat{f}_3$  nas equações 5 e 6, pode-se fazer inferência sobre os momentos condicionais de  $U$  e  $V$ . Entretanto, torna-se necessário adicionar informações a respeito de suas distribuições locais.

Para se obter estimativas de  $f(x, z)$ ,  $E(U | x, z)$ ,  $\text{var}_U(x, z)$  e  $\text{var}_V(x, z)$ , é necessário um modelo paramétrico para a densidade de  $U | x, z$  e  $V | x, z$ . Porém, se o objetivo é somente testar o impacto de  $x$  ou  $z$  sobre os níveis de eficiência, então não se faz necessário assumir qualquer hipótese adicional sobre a distribuição de  $V | x, z$ . No caso de  $U | x, z$ , assume-se apenas que pertença a uma família de distribuições com um parâmetro de escala sem definir qual o membro da família.

### 3.2 Estimação da Eficiência Individual

Para estimar o escore de eficiência individual, faz-se necessário assumir hipóteses sobre as distribuições de  $U | x, z$  e  $V | x, z$ . Simar, Van Keilegom e Zelenyuk (2016) assumem que  $U$  e  $V$  são independentes e têm distribuições assim definidas:

$$V | x, z \sim N(0, \sigma_V^2(x, z)), \quad (7)$$

$$U | x, z \sim N(0, \sigma_U^2(x, z)). \quad (8)$$

A flexibilidade do modelo resulta da localização não paramétrica, por causa da não especificação da função variância. Como resultado, tem-se:

$$\mu_U(x, z) = E(U | x, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_U(x, z) \quad (9)$$

$$r_2(x, z) = E(\varepsilon^2 | x, z) = \sigma_V^2(x, z) + \left(\frac{\pi-2}{\pi}\right) \sigma_U^2(x, z) \quad (10)$$

$$r_3(x, z) = E(\varepsilon^3 | x, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(1 - \frac{4}{\pi}\right) \sigma_U^3(x, z) \quad (11)$$



Das equações 9, 10 e 11, resolve-se o sistema para definir  $\sigma_U^3(x,z)$  e  $\sigma_V^2(x,z)$ . Substituindo-se  $r_2$  e  $r_3$  por seus respectivos estimadores  $\hat{r}_2$  e  $\hat{r}_3$ , pode-se estimar as duas funções de variância para cada ponto  $(x, z)$ :

$$\hat{\sigma}_U(x, z) = \max \left\{ 0, \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{\pi}{\pi-4} \right) \hat{r}_3(x, z) \right]^{\frac{1}{3}} \right\} \geq 0, \quad (12)$$

$$\hat{\sigma}_V^2(x, z) = \hat{r}_2(x, z) - \hat{\sigma}_U^2(x, z) \left( \frac{\pi-2}{\pi} \right). \quad (13)$$

Espera-se que  $\hat{r}_3(x,z) \leq 0$ . Então, o operador de máximo na expressão 12 é para garantir a não negatividade de  $\hat{\sigma}_U(x, z)$ . Isso viabiliza a inferência da média condicional do termo de eficiência:

$$\hat{\mu}_U(x, z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \hat{\sigma}_U(x, z). \quad (14)$$

Por último, a estimativa de  $\hat{\mu}_U(x, z)$  em todas as combinações de  $(x, z)$  será usada para recuperar a estimativa da fronteira estocástica  $f(x, z)$ :

$$\hat{f}(x, z) = \hat{r}_1(x, z) + \hat{\mu}_U(x, z) \quad (15)$$

As propriedades assintóticas de  $\hat{f}(x, z)$ ,  $\hat{\mu}_U(x, z)$ ,  $\hat{\sigma}_U(x, z)$  e  $\hat{\sigma}_V(x, z)$  são consequências das propriedades de  $\hat{r}_1(x, z)$ ,  $\hat{r}_2(x, z)$  e  $\hat{r}_3(x, z)$ .

### 3.3 Modelo Aditivo Generalizado

A fronteira estocástica correspondente à equação 3 será estimada pelo método não paramétrico MAG proposto por Hastie e Tibshirani (1986) e Buja, Hastie e Tibshirani (1989). O MAG é um modelo generalizado formado pela soma de funções parciais não lineares dos regressores. Assim como os demais métodos não paramétricos, o MAG não depende da definição de uma forma funcional. Além disso, não apresenta as mesmas limitações dimensionais dos modelos não aditivos.

Formalmente, o modelo aditivo generalizado multivariado é definido como:

$$y_i = A + \sum_{j=1}^p f_j(x_{ij}) + \varepsilon_i, \text{ com } E(f_j(x_{ij})) = 0 \forall j \quad (16)$$

em que o termo aleatório  $\varepsilon_i$  pode assumir as propriedades clássicas e  $f_j(x_{ij})$  é uma função suavizadora univariada. Cada termo da função de regressão é estimado individualmente. Assim, pode-se incluir pontos de vizinhança suficientes para se fazer a variância dos estimadores pequena.

Supondo-se que  $y_i = A + \sum_{j=1}^p f_j(x_{ji}) + \varepsilon_i$  seja a modelagem correta e que, com exceção da  $k$ -ésima função  $f_k(x_{ki})$ , todas as funções parciais sejam conhecidas, pode-se definir o  $k$ -ésimo resíduo parcial como:

$$R_k = Y - A - \sum_{j \neq k} f_j(x_{ji}), \quad (17)$$

de maneira que  $E(R_k | X_k) = f_k(X_k)$  minimiza  $E(Y - A - \sum_{j=1}^p f_j(x_{ji}))^2$ . Apesar do não conhecimento das funções parciais, desde que existam estimativas  $f_j(\cdot)$ , para  $j \neq k$ , pode-se estimar  $f_k(\cdot)$ . O procedimento iterativo é conhecido como algoritmo *backfitting* devido a Frieman e Stuetzle (1981). O procedimento é o seguinte:

- a) inicialmente, faça  $A = E(Y)$  e  $f_j(\cdot) = 0$  para  $j = 1, 2, \dots, p$ , na primeira iteração, isto é,  $m = 0$ ;
- b) nas iterações seguintes, para todo  $k = 1, 2, \dots, p$ , faça
 
$$R_k = Y - A - \sum_{j=1}^{k-1} f_j^m(X_j) - \sum_{j=k+1}^p f_j^m(X_j);$$
- c) faça a regressão de  $R_k$  em relação a  $X_k$ , tal que  $f_k(X_k) = E(R_k / X_k)$ ;
- d) repita o processo até que  $SQR = E(Y - A - \sum_{j=1}^p f_j^m(X_j))^2$  convirja.

Segundo Wood (2006), o pacote *mgcv* do *software R* usa  $|SQR_{m+1} - SQR_m| < 1e-06 \times SQR_{m+1}$  como critério de convergência.

O termo  $f_j^m(\cdot)$  denota a estimativa de  $f_j(\cdot)$  na  $m$ -ésima iteração. Fazendo-se  $A = E(Y)$  e  $E(f_j^m) = 0 \forall j$ , em todos os estágios da iteração, garante-se a condição de identificação. Breiman e Friedman (1985) mostram que a solução  $\sum_{j=1}^p f_j^\infty(X_j)$  é única e é a melhor aproximação aditiva de  $E$ . Porém, as funções individuais podem não ser únicas. Havendo dependência entre as covariadas, pode haver mais de uma representação para a mesma superfície estimada.

Breiman e Friedman (1985) mostram que o algoritmo *backfitting* produz estimativas que são consistentes em erro quadrático médio, ou seja, no  $m$ -ésimo estágio da estimação,  $E(\hat{f}_j^m(X) - f_j^m(X))^2 \rightarrow 0$ , quando  $m \rightarrow \infty$ , com  $m$  fixo.

### 3.3.1 Definição do Grau de Suavização e da Base das Funções

Devido à flexibilidade das funções polinomiais, a estimativa de uma função parcial pode ser excessivamente ajustada aos dados, podendo até englobar, além dos valores previstos, os erros e seus sinais. Ajustar modelos aditivos envolve a dificuldade conceitual que as funções desconhecidas devem ser de alguma forma representadas e que a complexidade (ou flexibilidade) dessas funções devem ser definidas. Permitir uma flexibilidade excessiva pode permitir *over-fitting* (e intervalos de confiança maiores), enquanto que pouca flexibilidade implicará baixo poder de explicação. O desafio de equilibrar qualidade do ajuste e suavidade das

funções desconhecidas pode ser resolvido definindo-se uma função-objetivo que contém uma medida de erro do ajuste e uma medição de penalização por excesso de ajuste.

Por exemplo, em vez de estimar o modelo pela minimização de  $|y - X\beta|^2$ , pode-se minimizar,  $|(|y - X\beta|)| + \lambda \int_0^1 [f''(x)]^2 dx$ , em que o primeiro termo é o erro quadrático e o segundo termo é uma penalização pelo excesso de ajustamento. O balanço entre o ajustamento do modelo aos dados e a suavidade da função é controlada pelo parâmetro de suavização,  $\lambda$ . Segundo Wood (2006), se  $\lambda \rightarrow \infty$ , define  $f(\cdot)$  como uma linha reta. Quando  $\lambda = 0$ , o problema transforma-se em uma regressão *spline* não penalizada.

Supondo-se que a estimativa da  $f(\cdot)$  seja dada por  $s(x_k) = \sum_{i=1}^m b_i(x_k)\beta_i$ , na qual  $b_i(x_k)$  é um termo do polinômio ou função base de  $x_k$  e  $\beta_i$  é um parâmetro desconhecido, pode-se concluir que  $\int_0^1 [f''(x)]^2 dx = \beta' S \beta$ , com  $S = T' T$ , em que  $T$  é uma matriz formada por valores associados ao grau do polinômio a partir do segundo grau. Suas duas primeiras colunas (associadas ao termo constante e ao termo linear) são preenchidas por zeros. A partir da terceira, as colunas de  $T$  são preenchidas com o grau do respectivo termo do polinômio. Isso garante que a penalização só ocorre sobre polinômios de segundo grau ou de graus maiores.

Portanto, a estimação da regressão *spline* penalizada é resolvido pela minimização de  $|(|y - X\beta|)| + \lambda \beta' S \beta$ , obtendo-se, então, o estimador de vetor de coeficientes dado por  $\hat{\beta} = (X'X + \lambda S)^{-1} X'y$ , tal que  $\hat{\mu} = X\hat{\beta}$  é o preditor de  $y$ . Assim, pode-se afirmar que  $\hat{\mu} = X(X'X + \lambda S)^{-1} X'y = Ay$ , em que  $A$  é a matriz de influência de onde se pode estimar os graus de liberdade do modelo MAG.

### 3.3.2 Escolha da Base da Função de Suavização

A base da função é o grau do polinômio inicial que serve de parâmetro para o processo iterativo de estimação. Ao se usar regressões *splines* penalizadas, escolhe-se a dimensão base da função. Nessa abordagem, se atribui à base um valor ligeiramente maior do que aquele considerado adequado ao modelo. Kim e Gu (2004) propõem que a base deve ser do tamanho  $n^{2/9}$ , em que  $n$  é o número de observações.

Mesmo sendo indispensável, a escolha exata da dimensão da base não é realmente crítica. A dimensão da base está ligada à flexibilidade de um termo: é o parâmetro que controla a suavização por graus de liberdade efetivos. Por isso, o modelo de ajuste é geralmente bastante insensível à dimensão da base, desde que esta não seja definida de forma restritiva para a aplicação. O polinômio obtido ao final do processo é geralmente diferente (menor) da base inicial definida. Além disso, existem testes para se descobrir se a base escolhida é pequena.

### 3.3.3 Graus de Liberdade e Variância do Resíduo

A principal forma de medir a flexibilidade do modelo estimado é observar os graus de liberdade efetivos (EDF) por meio do  $tr(A) = tr[X(X'X + \lambda S)^{-1}X']$ . O valor máximo do  $tr(A)$  é o número de parâmetros menos o número de restrições. Desde que os parâmetros de suavização variam de zero a infinito, os graus de liberdade efetivos movem-se entre os mesmos limites.

### 3.3.4 Critérios de Estimação dos Parâmetros de Suavização

A maximização de um modelo penalizado pode estimar os coeficientes  $\beta$ 's quando o parâmetro de suavização  $\lambda$  for determinado. Os procedimentos consideram dois casos: quando o  $\sigma^2$  é conhecido e quando  $\sigma^2$  é desconhecido. Inicialmente, analisa-se o caso de  $\sigma^2$  conhecido (*un-biased risk estimator* – UBRE). O objetivo da estimação é fazer  $\hat{\mu}$  o mais próximo possível de  $\mu = E(y)$ . Assim, uma medida adequada pode ser o erro quadrático médio esperado, denotado por  $E(M)$  e definido como:

$$E(M) = E\left(\frac{\|\mu - X\hat{\beta}\|^2}{n}\right) = E\left(\frac{\|y - Ay\|^2}{n}\right) - \sigma^2 + 2tr(A)\sigma^2/n \quad (18)$$

Craven e Wahba (1979) propõem que  $\lambda$  seja escolhido para minimizar  $E(M)$ . Logo, tem-se que  $M = E\left(\frac{\|\mu - X\hat{\beta}\|^2}{n}\right) = tr(A)\sigma^2/n$ .

No caso em que  $\sigma^2$  é desconhecido (*generalized cross validation* – GCV), a forma mais comum de se estimar  $\mu = E(y)$  é pelo uso de *cross validation* (STONE, 1974), conforme  $v_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\mu}_i^{-i})^2$ , em que  $\hat{\mu}_i^{-i}$  é o estimador de  $E(y)$  calculado usando-se todos os dados da amostra, menos  $y_i$ . Nesse caso, tem-se que  $\hat{\mu}_i^{-i} = A_i y^* = A_i y - A_{ii} y_i + A_{ii} \hat{\mu}^{-1} = \hat{\mu}_i - A_{ii} y_i + A_{ii} \hat{\mu}^{-1}$ , em que  $A_{ii}$  é o  $i$ -ésimo termo da diagonal da matriz  $A$ . Substituindo-se  $\hat{\mu}_i^{-i}$  em  $v_0$ , tem-se o critério de estimação de *ordinary cross validation* (OCV), determinado por  $v_0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{\mu}_i)^2}{(1 - A_{ii})^2}$ .

Esse critério é uma forma razoável de estimar os parâmetros de suavização, mas apresenta duas limitações. Primeiro, é de difícil computação para modelos aditivos, nos quais pode existir um grande número de parâmetros. Em segundo lugar, apresenta perturbações de invariância (GOLUB; HEATH; WAHBA, 1979; WAHBA, 1990). Os problemas com OCV são causados pelos elementos  $A_{ii}$  da diagonal da matriz de influência  $A$ , que não são invariantes e nem correspondem aos termos individuais de  $V_0$ .

No sentido de corrigir as limitações do OCV, (CRAVEN; WAHBA, 1979; GOLUB; HEATH; WAHBA, 1979) propõem o GCV, definido como:

$$v_g = \frac{n|y - \hat{\mu}|^2}{[n - tr(A)]^2} \quad (19)$$

O GCV é apenas uma versão do OCV quando a matriz  $A$  é rotacionada. Portanto, GCV é um critério de ajustamento do modelo tão válido quanto o OCV e outros escores baseados em minimização do erro de previsão, sem, entretanto, apresentar os problemas do OCV.

### 3.3.5 Significância das Funções Parciais (Smoothers)

Se  $b_{jj}$  é o conjunto dos coeficientes da função parcial  $f_j(X_j)$ , a significância da relação entre  $X_j$  e  $y$  é testada considerando-se o conjunto dos coeficientes, e não um dado coeficiente individualmente. Wood (2006) propõe um teste de hipótese para  $H_0: b_{jj} = 0$ . Assumindo-se que  $\beta_j \sim N(0, V_{\beta_j})$ , em que  $V_{\beta_j}$  é a matriz de covariância de  $\beta_j$ , a variável  $\beta_j' V_{\beta_j}^{-1} \beta_j \chi_d^2$ , na qual  $d$  é a dimensão de  $\beta_j$ . Entretanto, devido às penalizações, o posto de  $V_{\beta_j}$  não é completo. Assim, denota-se  $r$  como o posto de  $V_{\beta_j}$ , e  $V_{\beta_j}^{r-}$  como a inversa da matriz de covariância de posto  $r$ . Logo, o teste de hipótese pode ser expresso por:

$$\hat{\beta}_j' \frac{V_{\beta_j}^{r-\beta_j/r}}{\hat{\phi}/(n-edf)} F_{r,edf} \quad (20)$$

em que  $edf$  denota os graus de liberdade estimados,  $\hat{\phi}$  é o parâmetro de escala ou a variância do erro e o denominador é efetivamente o escore GCV.

### 3.3.6 Modelo Aditivo Generalizado com Dados em Painel

Segundo Wood (2006), o modelo aditivo generalizado misto (GAMM) é um modelo linear generalizado misto (GLMM) no qual os preditores lineares são substituídos por funções *smooths* das covariadas. Por exemplo, um modelo com as seguintes estruturas:

$$y_{it} = X_i \beta + \sum_{k=1}^K f_k(x_{it}^k) + Z_i b + \epsilon_{it}$$

no qual  $y_{it}$  é a variável dependente;  $X_i$  é uma matriz de efeitos fixos;  $\beta$  é um vetor de parâmetros fixos;  $f_k$ s são as funções *smooths* associadas às covariadas  $x_{it}^k$ ;  $Z_i$  é uma matriz de efeitos aleatórios;  $b \sim N(0, \varphi)$  é um vetor de coeficientes dos efeitos aleatórios; e  $\epsilon_{it} \sim N(0, \theta)$  é um vetor de erros aleatórios.

Para evitar ajustamento excessivo, o processo de estimação consiste na minimização de  $\lambda(|y - X\beta|) + \lambda \int_0^1 [f''(x)]^2 dx$ . Tendo-se em vista que o termo de penalização,  $\lambda \int_0^1 [f''(x)]^2 dx$ , depende da derivada segunda das funções parciais, pode-se concluir que os termos lineares não contam. Portanto, para efeito de penalização, o termo de efeito fixo não é considerado. Entretanto, o termo de efeito aleatório,

ao ser incorporado nas funções parciais, pode implicar aumento do grau do polinômio e gerar penalização.

Os efeitos fixo e aleatório, desde que impliquem estimação de novos parâmetros, aumentam o viés do estimador de máxima verossimilhança da variância. Para se evitar o viés, a estimação dos modelos GAMM e GLMM é feita pelo método de máxima verossimilhança restrita (REML).

O modelo pode ser estimado com e sem os efeitos e, posteriormente, pode-se inferir qual a melhor especificação usando-se o teste generalizado de máxima verossimilhança.

## 4 Dados Amostrais

As estimações da fronteira estocástica de produção não paramétrica foram realizadas a partir de dados da publicação *Justiça em Números* do Conselho Nacional de Justiça apresentados no Quadro 1:

Quadro 1 – Descrição das variáveis

Variável	Descrição
Sentenças	Número de sentenças proferidas por mil habitantes.
Processos	Número de processos por mil habitantes.
Magistrados	Número de juízes por mil habitantes.
Servidores	Número de servidores não juízes por mil habitantes.

Fonte: Elaboração própria.

O número de sentenças é a variável-produto e as demais (número de processos, número de magistrados e número de servidores por mil) são os insumos. Para se obter a variável número de sentenças, admite-se que seja necessário haver processos em andamentos, magistrados para julgá-los e servidores para proceder aos encaminhamentos.

Espera-se que todas as variáveis de insumos contribuam de forma positiva para a produção de sentenças. Portanto, espera-se que as relações sejam positivas e estatisticamente significativas, apesar de não se assumir nenhuma forma funcional para a relação entre a variável dependente (número de sentenças) e cada uma dessas variáveis explicativas.

Algumas estatísticas descritivas das variáveis utilizadas na análise são apresentadas na Tabela 1, apenas para o ano de 2015.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas das variáveis empregadas nas estimações (2015)

<b>Estatística</b>	<b>Sentenças</b>	<b>Processos</b>	<b>Magistrados</b>	<b>Servidores</b>
Média	34,51	227,94	0,050	1,062
Desvio padrão	16,21	127,36	0,017	0,489
Mínimo	4,66	47,41	0,015	0,485
Máximo	68,60	663,41	0,097	2,546

Fonte: Conselho Nacional de Justiça (2014, 2016).

Tomando-se o ano de 2015 como referência de análise, percebe-se que, apesar de haver um grande número de processos, as demais variáveis apresentam valores relativamente baixos. Na média dos estados, foram 34,51 sentenças proferidas por mil habitantes. Roraima foi o estado com maior número de sentenças (68,60) e o Amazonas, o menor (4,66).

Quanto ao número de processos em tramitação, a média foi de 277,94 por estado. Assim, mantidas as médias constantes das demais variáveis, seriam necessários 6,6 anos para que fossem julgados todos os processos, caso não houvesse o surgimento de novos casos. A unidade com maior número de processos em tramitação foi a do Rio de Janeiro (663,41), e o estado com menos processos foi o Amazonas (47,41).

Para cada mil habitantes, na média dos estados, existem apenas 0,05 magistrados. A unidade com maior número relativo de magistrado é o Distrito Federal (0,097) e a menor é o estado de Maranhão (0,015). Quanto ao número relativo de servidores (não magistrados), a média foi de 1,062 servidores por mil habitantes, 21,24 vezes a quantidade de juízes.

## 5 Resultados

A obtenção de resultados consiste em duas etapas: a estimação dos escores de eficiência e a modelagem da eficiência técnica. Na primeira, são relatados os escores estimados conforme metodologia não paramétrica proposta por Simar, Van Kekegom e Zelenyuk (2016). Em seguida, é estimada uma relação entre a eficiência técnica e um conjunto de regressores associados às características do setor judiciário estadual. Para se estimar a fronteira não paramétrica, foi utilizado o método não paramétrico MAG cujos resultados são mostrados na Tabela 2.



Tabela 2 – Estimação do modelo pelo método não paramétrico MAG. Variável dependente: número de sentenças proferidas por mil habitantes

Variável	Edf	Edf.ref	F	Valor-P
s(proc)	1,00	1,00	3,527	0,0622
s(mag)	1,00	1,00	0,079	0,7775
s(serv)	1,00	1,00	5,564	0,0195
Variável	Coeficiente	Erro padrão	t-student	Valor-P
Intercepto	34,457	7,385	4,666	6,48e-06***
R <sup>2</sup> ajustado	0,757			

Fonte: Elaboração própria.

Nota: *Edf* é o grau de liberdade estimado e corresponde, aproximadamente, ao grau do polinômio de  $f(x)$ . *Edf.ref*

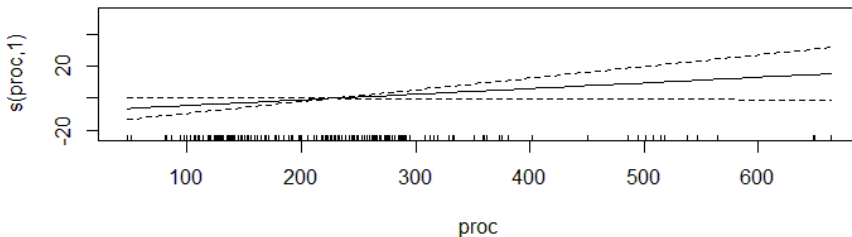
é o grau de liberdade estimado do resíduo do modelo que corresponde ao componente  $r$  do teste  $F$  apresentado na subseção 2.3.5. O valor-p corresponde ao teste entre os modelos com graus de liberdade *edf* e *edf.ref*.

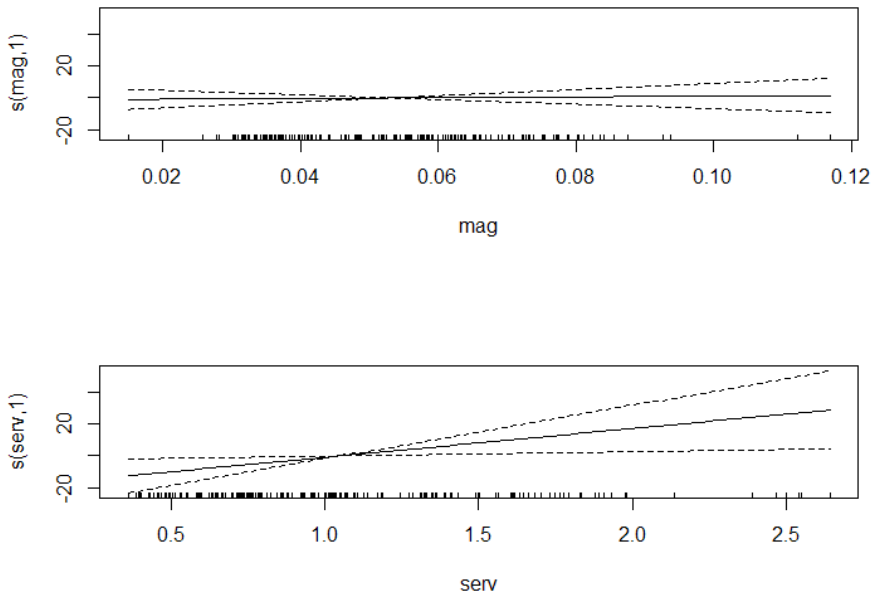
O modelo de melhor ajustamento foi o de efeito fixo. Alternativamente, foram estimados também os modelos com efeito aleatório, efeito fixo com efeito regional e efeito aleatório com efeito regional.

Das funções parciais das variáveis explicativas estimadas do modelo, duas foram estatisticamente significativas ano nível de significância de 5% (*proc* e *serv*) e uma não foi (*mag*). Além disso, a estatística  $R^2$  do modelo MAG indica uma boa *performance* na explicação do número de sentenças, totalizando cerca de 76% de suas flutuações.

A Figura 1 mostra o formato das funções parciais denotadas por  $s(X, edf)$ , em que  $X$  representa cada variável explicativa e *edf* é um parâmetro correspondente aos graus de liberdade estimado. Este é, aproximadamente, o grau do polinômio estimado.

Figura 1 – Funções parciais estimadas





Fonte: Elaboração própria.

Nota: O quadro superior representa o efeito do número de processos, o quadro do meio representa o efeito do número de magistrados e o quadro inferior à esquerda representa o impacto do número de servidores não magistrados. Em todos os quadros, os efeitos incidem sobre a variável dependente: a quantidade de sentenças proferidas.

A relação entre cada variável explicativa e o desvio da média do número de sentenças proferidas pode ser representada por um polinômio. Especificamente, o polinômio referente à variável número de processos é de grau 1 ( $edf = 1$ ). Como esperado, há uma correlação positiva entre a última e a quantidade de sentenças proferidas.

Embora não seja estatisticamente significativa, o polinômio do número de magistrados é de grau 1 ( $edf = 1,0$ ). Porém, nesse caso, não se pode afirmar que a variável *mag* exerça efeito sobre o número de sentenças.

O número de servidores também tem efeito modelado por um polinômio de grau 1 ( $edf = 1,0$ ), apresentando efeito sobre o número de sentenças proferidas idêntico ao do número de processos. A Tabela 3 apresenta os escores de eficiência estimados para cada estado para os anos de 2009 a 2015 e suas médias geométricas.

Tabela 3 - Escores de eficiência (2009 a 2015)

<b>Estado</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2014</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>Média</b>
TJRS	0,936	1,000	1,000	1,000	1,000	0,990	0,901	0,975
TJPE	1,000	1,000	0,950	0,891	0,977	1,000	1,000	0,974
TJDF	1,000	1,000	0,991	0,791	0,944	1,000	1,000	0,961
TJSC	1,000	1,000	0,993	0,951	1,000	0,876	0,890	0,958
TJMG	0,864	0,848	0,917	0,988	1,000	1,000	1,000	0,945
TJBA	0,891	1,000	1,000	0,988	0,878	1,000	0,832	0,941
TJAL	0,908	0,743	1,000	0,935	1,000	1,000	1,000	0,941
TJSP	1,000	1,000	0,942	0,897	0,771	0,939	1,000	0,936
TJGO	1,000	0,743	1,000	0,968	1,000	1,000	0,817	0,933
TJPB	0,799	0,856	1,000	1,000	1,000	1,000	0,750	0,915
TJMA	0,990	0,804	0,963	1,000	0,746	0,884	1,000	0,912
TJAP	1,000	0,632	0,841	0,908	1,000	0,999	1,000	0,911
TJRJ	1,000	0,844	0,878	0,968	0,899	0,880	0,863	0,905
TJES	0,505	0,821	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,904
TJPR	0,629	1,000	1,000	0,939	0,822	0,922	1,000	0,902
TJAM	1,000	1,000	1,000	1,000	0,976	0,930	0,329	0,891
TJRO	0,991	0,410	1,000	1,000	1,000	1,000	0,812	0,888
TJRN	1,000	1,000	0,745	0,899	1,000	1,000	0,514	0,880
TJTO	0,408	0,872	1,000	1,000	1,000	1,000	0,786	0,867
TJMT	0,712	0,503	0,926	0,858	1,000	1,000	1,000	0,857
TJCE	0,378	1,000	0,791	0,887	0,932	1,000	1,000	0,855
TJSE	1,000	1,000	0,566	0,997	1,000	1,000	0,368	0,847
TJAC	1,000	1,000	1,000	0,516	0,718	0,800	0,806	0,834
TJPI	0,349	0,806	0,684	0,953	1,000	1,000	1,000	0,827
TJPA	1,000	1,000	0,616	0,469	1,000	1,000	0,577	0,809
TJRR	0,722	0,580	0,757	0,871	0,719	1,000	1,000	0,807
TJMS	1,000	1,000	0,596	0,681	0,693	0,738	0,590	0,757
<b>Média</b>	<b>0,855</b>	<b>0,869</b>	<b>0,895</b>	<b>0,902</b>	<b>0,929</b>	<b>0,961</b>	<b>0,846</b>	<b>0,894</b>

Fonte: Elaboração própria.

Na média, não é possível identificar um padrão regional para os estados mais eficientes, já que todas as regiões geográficas apresentaram pelo menos um estado entre aqueles com as melhores práticas no judiciário. Entre as unidades com escore de eficiência acima da média destacaram-se, em ordem decrescente: Rio Grande do Sul, Pernambuco, Distrito Federal, Santa Catarina, Minas Gerais, Bahia,

Alagoas, São Paulo, Goiás, Paraíba, Maranhão, Amapá, Rio de Janeiro, Espírito Santo e Paraná.

As unidades com escores abaixo da média, em escala decrescente, são: Amazonas, Rondônia, Rio Grande do Norte, Tocantins, Mato Grosso, Ceará, Sergipe, Acre, Piauí, Pará, Roraima e Mato Grosso do Sul.

Pode-se notar que os estados com eficiência abaixo da média regional são todos das regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste, embora existam estados nordestinos e do Centro-Oeste entre as unidades de eficiência acima da média.

Em cada ano, as unidades mais ineficientes foram: Pernambuco, Distrito Federal, Santa Catarina, São Paulo, Goiás, Amapá, Rio de Janeiro, Amazonas, Rio Grande do Norte, Sergipe, Acre, Pará, Mato Grosso do Sul e Rondônia em 2009; Pernambuco, Distrito Federal, Santa Catarina, São Paulo, Amazonas, Rio Grande do Norte, Sergipe, Acre, Pará, Mato Grosso do Sul, Rio Grande do Sul, Bahia e Paraná em 2010; Amazonas, Acre, Rio Grande do Sul, Bahia, Paraná, Tocantins, Paraíba e Espírito Santo em 2011; Amazonas, Rio Grande do Sul, Tocantins, Paraíba, Espírito Santo e Rondônia em 2012; Rio Grande do Sul, Tocantins, Paraíba, Espírito Santo, Rondônia, Sergipe, Minas Gerais, Goiás, Piauí, Santa Catarina, Alagoas, Amapá, Rio Grande do Norte, Mato Grosso e Pará em 2013; Tocantins, Paraíba, Espírito Santo, Rondônia, Sergipe, Minas Gerais, Goiás, Piauí, Alagoas, Rio Grande do Norte, Mato Grosso, Pará, Pernambuco, Distrito Federal, Ceará, Bahia e Roraima em 2014; Espírito Santo, Minas Gerais, Piauí, Alagoas, Mato Grosso, Pernambuco, Distrito Federal, Ceará, Roraima, Amapá, São Paulo, Paraná e Maranhão em 2015.

Quanto à estimação do modelo que explica a eficiência técnica do setor judiciário, o conjunto de regressores usados foram os seguintes:

- a) carga de trabalho dos magistrados ( $k$ ) definida como a razão entre o número total de casos pendentes pelo número total de magistrados;
- b) proporção de processos criminais ( $crim$ ) definido como a razão entre o número de processos criminais e de processos não criminais;
- c) proporção de juízes de causas especiais ( $jesp$ ) definida como a razão entre o número de juízes especiais e o número total de magistrados;
- d) índice de processos eletrônicos ( $procel$ ) definido como a proporção de processos totalmente informatizados.

Todas as variáveis descritas, com exceção da eficiência técnica, foram obtidas dos relatórios *Justiça em Números* de autoria do Conselho Nacional de Justiça – CNJ. A Tabela 5 apresenta, apenas para o ano de 2015, a relação das principais estatísticas descritivas das variáveis empregadas na modelagem da eficiência.

Tabela 5 – Estatísticas descritivas das variáveis da modelagem da eficiência técnica (2015)

Variável	Eficiência técnica	Carga de trabalho	Processos criminais	Juizados especiais	Processos eletrônicos
Média	0,845	5551,63	0,275	0,109	0,443
Desvio padrão	0,041	3.155,54	0,0094	0,055	0,377
Máximo	1,000	17.644,33	0,508	0,237	1,000
Mínimo	0,328	1.219,63	0,117	0,000	0,000

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do Conselho Nacional de Justiça (2014, 2016).

Os processos criminais estão definidos como a razão entre o número de processos criminais pelo número de processos não criminais, em vez de número total de processos, para se evitar qualquer possibilidade de endogeneidade na regressão em segundo estágio, tendo em vista que o total de processos foi usado como insumo na estimação da fronteira de produção do judiciário.

No ano de 2015, a carga de trabalho anual média dos magistrados foi de 5.551,63 casos em tramitação. O Tribunal de Justiça do Rio de Janeiro apresentou a maior carga de trabalho, com 17,644 mil casos por juiz. Por sua vez, a menor carga de trabalho foi do Tribunal de Justiça do Amazonas, com apenas 1,219 mil casos por juiz. Quanto aos tipos de processos, a média da razão entre processos criminais e não criminais foi de 0,275, ou seja, os processos criminais correspondem a 27,5% dos processos não criminais. O tribunal com maior proporção de processos criminais (0,508) foi o do estado de Roraima e o com menor proporção (0,117) foi o do estado do Maranhão.

Quanto à distribuição dos juízes por tipo de causas, em média 10,95% dos juízes estavam atuando nos juizados especiais. Os tribunais com maior e menor proporção nesse item foram, respectivamente, o de Goiás, com 23,75%, e, juntos, o Amapá e o Distrito Federal, com 0% de juízes alocados em juizados especiais. Quanto ao uso de processos eletrônicos, cerca de 44,34% dos processos são informatizados. Existem poucos tribunais em que 100% de seus processos foram informatizados, caso dos tribunais do Alagoas, Amazonas, Mato Grosso do Sul e Tocantins. Em contrapartida, nos estados do Amapá e do Piauí, segundo dados do Conselho Nacional de Justiça, não há registro de processos eletrônicos.

O modelo estimado, conforme dados da Tabela 6, mostra que as variáveis carga de trabalho dos magistrados (*k*), percentual de processos criminais (*crim*) e proporção de juízes especiais (*jesp*) são estatisticamente significativas para níveis de significância menores que 5%. Por sua vez, a variável índice de processos eletrônicos (*procel*) não é significativa para explicar a eficiência técnica dos tribunais.

Tabela 6 - Estimação do modelo explicativo da ineficiência

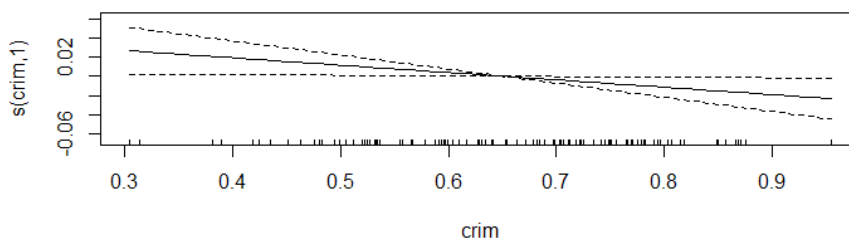
Variável dependente: eficiência técnica				
Variável	Edf	Ref.df	Teste F	p-valor
$f(k)$	2,778	2,778	4,148	0,0107 *
$f(crim)$	1,000	1,000	4,786	0,0310 *
$f(jesp)$	4,200	4,200	5,083	0,0008 ***
$f(procel)$	1,000	1,000	0,020	0,8883
	Coefficiente	Erro padrão	t-student	p-valor
Intercepto	0,897	0,0059	150,56	< 2e-16 ***
Regi	-0,011	0,0082	-1,45	0,15
R <sup>2</sup> ajustado	0,203			

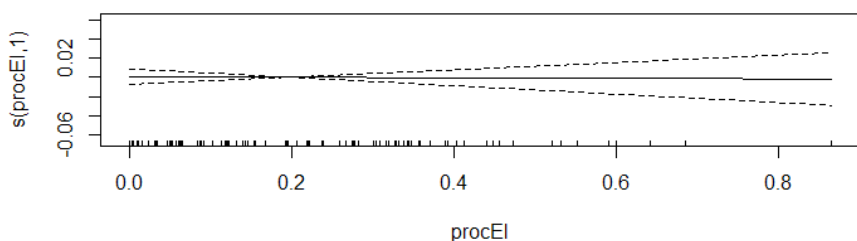
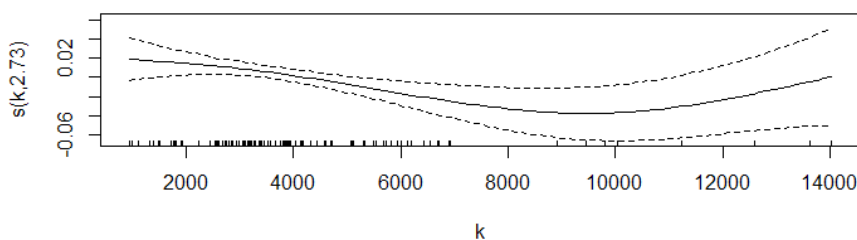
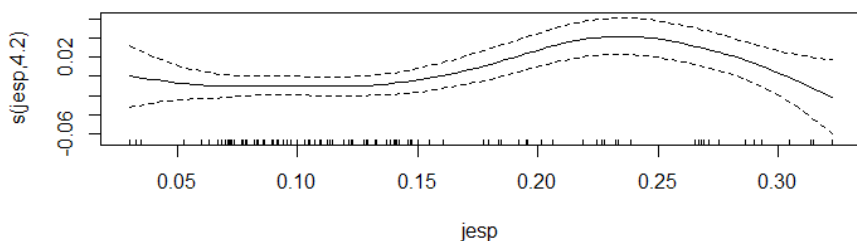
Fonte: Elaboração própria.

Nota: *Edf* é grau de liberdade estimado e corresponde, aproximadamente, ao grau do polinômio de  $f(x)$ . *Edf.ref.* é o grau de liberdade do modelo estimado de  $f(x)$  estimado com grau do polinômio superior a *edf*. O teste *F* e o valor-*p* correspondem ao teste entre os modelos com graus de liberdade *edf* e *edf.ref.* Baixo valor-*p* rejeita o modelo com grau de liberdade *ref.edf*.

A rotina de estimação não permite identificar os parâmetros que descrevem a forma funcional que rege a relação entre a variável dependente (eficiência técnica) com cada regressor, como é possível no modelo paramétrico. Os efeitos dos regressores sobre a eficiência técnica são analisados pelos gráficos dispostos nos diagramas de dispersão entre cada regressor e sua transformação (*smooth*) na Figura 2.

Figura 2 - Efeito individual de cada regressor sobre a eficiência técnica dos tribunais





Fonte: Elaboração própria.

Nota: O primeiro quadro mostra o efeito da carga de trabalho dos magistrados, o segundo quadro mostra o efeito da proporção de processos criminais, o terceiro quadro mostra o impacto do juizado especial e o último quadro mostra o impacto dos processos eletrônicos.

Verifica-se que a relação entre a carga de trabalho dos magistrados e a eficiência é quadrática, havendo um ponto de mínimo em torno de  $k^* = 9,5$  mil processos por juiz. Além do formato da curva estimada, o valor do parâmetro  $edf = 2,12$  aponta que a relação é quadrática. Esse resultado parece indicar que, quando se tem até 9,5 mil processos pendentes por juiz, a eficiência técnica tende a decres-



cer. Para valores de  $k^*$ , a eficiência e o intervalo de confiança da previsão crescem. Isso parece indicar que quando o número de processos pendentes se avoluma, são mais rapidamente julgados, aumentando, assim, a eficiência. Esse aumento da eficiência quando  $k$  ultrapassa 9,5 mil processos pode ser devido a providências emergenciais no sentido de superar uma situação crítica. Entretanto, os dados não permitem verificar se providências emergenciais foram tomadas ou não.

Uma maior proporção de processos criminais relativos aos processos não criminais, em geral, reduz a eficiência do judiciário. O efeito da variável *crim* sobre a eficiência é linear e negativo, devido, principalmente, a maior complexidade dos casos criminais.

A relação entre a eficiência do judiciário e a razão do número de juízes atuando em juizados especiais e o número total de magistrados é marcadamente não linear, representada por um polinômio do oitavo grau ( $edf = 4,2$ ). Na medida em que a relação cresce, a eficiência técnica do judiciário cresce até alcançar o seu máximo no ponto em que *jesp* é aproximadamente 0,25. A partir desse valor, há uma clara tendência de sua queda. Esse resultado sugere que, na média, a proporção ótima de juízes alocados às causas especiais é aproximadamente de 25%. Em 2015, a média do *jesp* foi 10,9%, muito inferior ao nível ótimo. Mesmo o tribunal com maior proporção de magistrados alocados em juizados especiais (Goiás, com 23,75%) está abaixo da proporção ótima estimada.

Por último, um resultado surpreendente é que a proporção de processos informatizados não afeta a eficiência técnica do setor judiciário. Observa-se, na Figura 2, uma linha reta paralela ao eixo da variável explicativa *procel* e o  $edf = 1$ , porém o efeito é estatisticamente não significativo. Possivelmente, a implantação de processos informatizados pode reduzir despesas, entretanto não é suficiente para reduzir significativamente a relação entre produtos e insumos do judiciário. Em outras palavras, a informatização dos tribunais não apresentou nenhum efeito sobre a eficiência dos tribunais.

## 6 Considerações Finais

A análise descritiva dos dados da amostra apenas para o ano de 2015 aponta para alguns resultados interessantes. Apesar de existir por estado um número de 227,94 processos/mil habitantes, em média foram proferidas somente 34,51 sentenças. Dentre os estados brasileiros, Roraima foi o com maior número de sentenças proferidas (68,60), enquanto a justiça do Amazonas proferiu apenas 4,66 sentenças. Conclui-se, caso não houvesse o surgimento de novos casos, que seriam necessários 6,6 anos para que todos os processos fossem julgados, mantidas as médias dos outros fatores que influenciam o proferimento de sentenças.

Outro resultado preocupante é o número médio de magistrados de primeiro grau por estado. Para cada mil habitantes, em média, existe apenas 0,05 juiz por estado. A unidade federativa com maior número relativo de magistrado é o Acre (0,097) e a menor é o Amazonas (0,015). Em nível de Brasil, a proporção de magistrados é de 0,050 por mil habitantes, situando-se abaixo de países como Colômbia, Itália e Estados Unidos (0,11), Espanha e Argentina (0,11), Portugal (0,19) e Alemanha (0,24) (CNJ, 2014; EUROPEAN COMMISSION FOR THE EFFICIENCY OF JUSTICE, 2014; CENTRO DE ESTUDIOS DE JUSTICIA DE LAS AMÉRICAS, 2007); WORLD BANK, 2011). Quanto ao número relativo de servidores (não magistrados), a média é de 1,062 servidores por mil habitantes, 21,24 vezes a quantidade de juízes.

Quanto à eficiência técnica dos tribunais estaduais, aqueles acima da média, em ordem decrescente, foram: Rio Grande do Sul, Pernambuco, Distrito Federal, Santa Catarina, Minas Gerais, Bahia, Alagoas, São Paulo, Goiás, Paraíba, Maranhão, Amapá, Rio de Janeiro, Espírito Santo e Paraná. Por outro lado, os estados que apresentaram escores de eficiência abaixo da média foram: Amazonas, Rondônia, Rio Grande do Norte, Tocantins, Mato Grosso, Ceará, Sergipe, Acre, Piauí, Pará, Roraima e Mato Grosso do Sul.

Quanto aos fatores que influenciam a eficiência dos tribunais, a carga de trabalho apresenta uma relação quadrática com a eficiência. Quando se tem até 9,5 mil processos pendentes por juiz, a eficiência técnica tende a decrescer. Para valores acima, a eficiência e o intervalo de confiança da previsão crescem. Isso parece indicar que, quando o número de processos pendentes se avoluma, são mais rapidamente julgados, aumentando, assim, a eficiência. Talvez isso possa ser explicado em função de providências emergenciais no sentido de superar uma situação crítica.

Por outro lado, uma maior proporção de processos criminais relativo aos processos não criminais, em média, reduz a eficiência do judiciário. A relação entre a razão do número de juízes especiais e o número total de magistrados contra a eficiência do judiciário é na forma de um “U” invertido. Na medida em que essa relação cresce, a eficiência técnica do judiciário cresce até alcançar um máximo, para um valor aproximado de  $jesp = 0,25$ .

Como uma provável causa do efeito negativo dos processos criminais sobre a eficiência, Saporì e Souza (1995, p. 144) argumentam que a ação dos advogados pode retardar, em muitos casos, o andamento dos processos criminais:

[...] juízes, promotores e defensores públicos estão imbuídos da perspectiva de agilização do andamento dos processos penais [...]. Deve-se ressaltar, entretanto, que o advogado particular não compactua com tal meta organizacional. Ao contrário, em diversas situações, seu interesse é retardar o fluxo dos processos penais, o que constitui um foco potencial de conflitos com os demais atores legais.

Guedes (2013) estima fronteiras de produção específicas de cada setor da justiça e seus respectivos escores de eficiência técnica da justiça do Distrito Federal. Relata que as varas criminais, tribunais do júri e varas dos delitos de trânsito têm eficiência média igual às varas cíveis, de família e de órfãos e sucessões, com eficiência média de 0,75. Referente aos juzizados especiais, os resultados mostram que os juzizados especiais cíveis são os mais eficientes.

Por último, um resultado surpreendente e não esperado foi que a proporção de processos informatizados não afeta a eficiência técnica do setor judiciário. Dados do CNJ (2016) mostram que, entre outros resultados, estados ricos como Minas Gerais, Rio de Janeiro e Rio Grande do Sul têm um baixo índice de processos eletrônicos na justiça estadual. Comparando-se o índice de processos eletrônicos à taxa de congestionamento (casos pendentes/total de casos), verifica-se correlação igual a 0,017, ou seja, processos eletrônicos não têm conseguido reduzir a proporção de casos pendentes e isso tem impacto negativo sobre a eficiência e a produtividade do tribunal.

Segundo Leal Júnior (2011), em pesquisa feita com magistrados federais do Rio Grande do Sul sobre sua percepção quanto às condições de saúde e quanto aos recursos de informática disponibilizados para prestação jurisdicional, constata que 78,89% dos magistrados sentiram piora em sua saúde e seu bem-estar no trabalho com o processo eletrônico; 86,81% sentiram dificuldades de visão com o processo eletrônico; apenas 19,10% não sentiram dores físicas desde que começaram a trabalhar com o processo eletrônico; 95,56% acham que o processo eletrônico pode piorar sua saúde no futuro; 82,02% estão insatisfeitos com suas condições de trabalho em relação ao processo eletrônico e 78,21% estão insatisfeitos quanto às funcionalidades, opções e comandos do sistema.

Quanto aos objetivos, os resultados respondem às questões inicialmente levantadas. Vale destacar que os dados disponibilizados pelo Conselho Nacional de Justiça (2016), principalmente nos anos iniciais da amostra, não fornecem maiores detalhes sobre os tipos de processos, tipos de sentenças e sobre a alocação dos servidores e magistrados. Verifica-se que, no relatório de 2016, que divulga dados de 2015, encontram-se novas variáveis que permitirão o maior aprofundamento da análise em trabalhos futuros.

## Referências

AIGNER, D. J.; LOVELL, C. A. K.; SCHMIDT, P. Formulation and estimation of stochastic frontier models. *Journal of Econometrics*, v. 6, n. 1, p. 21-37, 1977.

BELLMAN, R. *Adaptive control processes: a guided tour*. Princeton: Princeton University Press, 1961.

BREIMAN, L.; FRIEDMAN, J. H. Estimating optimal transformations for multiple regression and correlation. *Journal American Statistical Association*, v. 80, n. 391, p. 614-619, 1985.

BUJA, A.; HASTIE, T. J.; TIBSHIRANI, R. J. Linear smoother and additive models. *The Annals of Statistics*, v. 17, n. 2, p. 453-510, 1989.

CENTRO DE ESTUDIOS DE JUSTICIA DE LAS AMÉRICAS. Reporte sobre el Estado de la Justicia en las Américas, 2006-2007. Santiago: Centro de Estudios de Justicia de las Américas, 2007.

CHAPARRO, F. P.; JIMENEZ, J. S. An assessment of the efficiency of Spanish courts using DEA. *Applied Economics*, v. 28, n. 11, p. 1391-1403, 1996.

CONSELHO NACIONAL DE JUSTIÇA. *Justiça em Números 2016*: ano-base 2015, Brasília, DF: CNJ, 2016.

CONSELHO NACIONAL DE JUSTIÇA. *Justiça em Números 2014*: ano-base 2013, Brasília, DF: CNJ, 2014.

CRAVEN, P.; WAHBA, G. Smoothing noisy data with spline functions: estimating the correct degree of smoothing by the method of generalized cross-validation. *Numerische Mathematik*, v. 31, p. 377-403, 1979.

DEYNELI, F. Analysis of relationship between efficiency of justice services and salaries of judges with two-stage DEA method. *European Journal of Law and Economics*, v. 34, n. 3, p. 477-493, 2012.

EUROPEAN COMMISSION FOR THE EFFICIENCY OF JUSTICE. Report on "European judicial systems – Edition 2014 (2012 data): efficiency and quality of justice, 2014. Disponível em: <[http://www.coe.int/t/dghl/cooperation/cepej/evaluation/2014/Rapport\\_2014\\_en.pdf](http://www.coe.int/t/dghl/cooperation/cepej/evaluation/2014/Rapport_2014_en.pdf)>. Acesso em: 18 mar. 2015.

FOCHEZATTO, A. Gestão pública no Poder Judiciário: análise da eficiência relativa dos tribunais estaduais usando o método DEA. *Economic Analysis of Law Review*, v. 4, n. 2, p. 377-390, July/Dec. 2013.

FRIEDMAN, J. H.; STUETZLE, W. Projection pursuit regression. *Journal of the American Statistical Association*, v. 76, n. 376, p. 817-823, 1981.

GOLUB, G. H.; HEATH, M.; WAHBA, G. Generalized cross validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics*, v. 21, n. 2, p. 215-223, 1979.

GORMAN, M. F.; RUGGIERO, J. Evaluating US judicial district prosecutor performance using DEA: are disadvantaged counties more inefficient? *European Journal of Law and Economics*, v. 27, n. 3, p. 275-283, 2009.

GUEDES, K. P. *Eficiência do Poder Judiciário no Distrito Federal*. 2013. 91 f. Tese (Doutorado em Economia) - Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2013. Disponível em: <<http://repositorio.unb.br/handle/10482/13964>>. Acesso em: 10 out. 2014.

HAGSTEDT, K.; PROOS, J. *Has the recent restructuring of the Swedish district courts improved efficiency?* 2008. 19 f. Thesis (Bachelor in Economics) - University of Uppsala, Uppsala,

Sweden, 2008. Disponível em: <<http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:132245/FULLTEXT01.pdf>>. Acesso em: 14 nov. 2014.

HASTIE, T. J.; TIBSHIRANI, R. J. Generalized additive models. *Statistical Science*, v. 1, n. 3, p. 297-310, 1986.

HESS, H. C. O princípio da eficiência e o Poder Judiciário. *Revista da Faculdade de Direito da Universidade de São Paulo*, São Paulo, v. 105, n. 1, p. 211-239, jan./dez. 2010.

KIM, Y. J.; GU, C. Smoothing spline gaussian regression: more scalable computation via efficient approximation. *Journal of the Royal Statistical Society*, v. 66, n. 2, series B, p. 337-356, 2004.

KITTELSEN, S. A. C.; FØRSUND, F. R. Efficiency analysis of Norwegian district courts. *Journal of Productivity Analysis*, v. 3, n. 3, p. 277-306, 1992.

KRÜGER, J. J. A Monte Carlo study of old and new frontier methods for efficiency measurement. *European Journal of Operational Research*, v. 222, n. 1, p. 137-148, 2012.

LEAL JÚNIOR, C. A. S. *Pesquisa sobre processo eletrônico e saúde dos magistrados federais no Rio Grande do Sul*. Porto Alegre: Associação dos Juizes Federais do Rio Grande do Sul, 2011. Disponível em: <<https://www.conjur.com.br/dl/pesquisa-ajufergs.pdf>>. Acesso em: 20 ago. 2017.

LEWIN, A. Y.; MOREY, R. C.; COOK, T. J. Evaluating the administrative efficiency of courts. *Omega*, v. 10, n. 4, p. 401-411, 1982.

MEEUSEN, W.; BROECK, J. D., Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International Economic Review*, v. 18, 435-444, 1977.

SAPORI, L. F.; SOUZA, S. B. A administração da justiça criminal numa área metropolitana. *Revista Brasileira de Ciências Sociais*, São Paulo, v. 10, n. 29, p. 143-157, 1995.

SCHNEIDER, M. R. Judicial career incentives and court performance: an empirical study of the German labour courts of appeal. *European Journal of Law and Economics*, v. 20, n. 2, p. 127-144, 2005.

SCHWENGBER, S. B. *Mensurando a eficiência no sistema judiciário: métodos paramétricos e não-paramétricos*. 2006. 176 f. Tese (Doutorado em Economia) – Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2006.

SHERWOOD, R. M. *The unseen elephant: what blocks judicial system improvement?* Berkeley, CA, US: Berkeley Program in Law & Economics/University of California, 2007. (Latin American and Caribbean Law and Economics Association Annual Papers, 2007). Disponível em: <<https://escholarship.org/uc/item/0w71g7g7>>. Acesso em: 10 out. 2014.

SIMAR, L.; VAN KEILEGOM, I.; ZELENYUK, V. Nonparametric least squares methods for stochastic frontier models. *Journal of Productivity Analysis*, v. 47, n. 3, p. 189-204, 2016.

STONE, M. Cross-validatory choice and assessment of statistical predictions (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society*, v. 36, n. 2, series B, p. 111-147, 1974.

TULKENS, H. On FDH efficiency analysis: some methodological issues and applications to retail banking, courts, and urban transit. *Journal of Productivity Analysis*, v. 4, n. 1-2, p. 183-210, 1993.

WAHBA, G. *Spline models for observational data*. Philadelphia: SIAM, 1990. (CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, v. 59).

WASSERMAN, L. *All of nonparametric statistics*. Berlin: Springer; Verlag, 2006.

WOOD, S. N. *Generalized additive models: an introduction with R*. London: Chapman and Hall; CRC, 2006.

WORLD BANK. Improving the performance of Justice Institutions: recent experiences of selected OECD countries relevant for Latin America. Washington, DC: World Bank, 2011.

YEUNG, L. L.; AZEVEDO, P. F. *Beyond conventional wisdom and anecdotal evidence: measuring efficiency of Brazilian courts*. [S. l.], [2009]. Disponível em: <[https://extranet.sioe.org/uploads/isnie2009/yeung\\_azevedo.pdf](https://extranet.sioe.org/uploads/isnie2009/yeung_azevedo.pdf)>. Acesso em: 12 out. 2014.

Recebido em: 07/02/2017.

Aceito em: 30/08/2017.