



Uma nova heurística para o problema de escalonamento de motoristas

Fábio Gavião Avelino de Mello

*Professor Faculdade de Administração e Informática – FAI
gaviao@inatel.br*

Edson Luiz França Senne

*Professor Titular Universidade Estadual Paulista – UNESP/FEG
Faculdade de Engenharia – Departamento de Matemática
elfsenne@feg.unesp.br*

Luiz Antonio Nogueira Lorena

*Pesquisador Titular Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE/LAC
Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada
lorena@lac.inpe.br*

O problema de escalonamento de motoristas (PEM) consiste em atribuir escalas de serviço a motoristas durante um período de planejamento, de modo a satisfazer restrições operacionais e trabalhistas, e a atingir objetivos importantes. Este problema tem sido estudado há muitos anos. Este trabalho apresenta um método heurístico que cria escalas atendendo restrições e objetivos difíceis de serem considerados em modelos de Programação Inteira. Para a heurística proposta, o PEM é dividido em cinco subproblemas, que são resolvidos em três estágios. Estes estágios são realizados de forma iterativa até que se obtenha um conjunto de boas escalas. Testes computacionais têm sido conduzidos para pequenas instâncias de um problema real de uma empresa de transporte interurbano no Brasil. Comparações dos resultados obtidos são feitas levando-se em conta o processo manual de escalonamento presentemente usado nesta empresa, assim como outros estudos referentes a escalonamento de tripulações de companhias aéreas.

Palavras-chave: escalonamento de motoristas, otimização combinatória, programação inteira, heurísticas

The driver rostering problem (DRP) consists of assigning drivers to daily duties during a planning period, in order to satisfy both operational and labor constraints, and to attain some important objectives. It is a problem that has been studied for many years. This work presents a heuristic method that creates rosters which deals with constraints and objectives that are difficult to be considered in Integer Programming models. The proposed approach divides the DRP into five subproblems, which are solved in three stages. These stages are performed iteratively until a set of good daily work duties is obtained. Computational tests have been conducted for small instances of a real problem of an intercity public transportation company in Brazil. Comparisons of results obtained are presented taking into account the manual process of rostering actually used in that company, as well as other studies regarding airline crew scheduling.

Keywords: driver rostering, combinatorial optimization, integer programming, heuristics

1 Introdução

A solução para o PEM consiste em criar-se escalas para serem atribuídas aos motoristas de uma empresa durante um certo período de tempo, considerando restrições operacionais e trabalhistas, bem como a necessidade de atingir certos objetivos para a empresa. O PEM é conhecido por sua complexidade e dificuldade de solução, e vem

sendo estudado há aproximadamente 50 anos (Ernst *et al.* 2004b). O problema pode ser classificado como *NP-hard* (Karp, 1972). Normalmente, as instâncias do PEM são muito grandes, sendo difícil obter soluções exatas em tempo hábil. Por esta razão, grande parte dos enfoques propostos para solucionar o problema baseia-se em

heurísticas (CAPPANERA; GALLO, 2004). Diversos trabalhos envolvendo métodos heurísticos para o PEM existem na literatura, tais como Eitzen *et al.* (2004), Eitzen (2002), Mateus e Casimiro (2002). Mais recentemente, o uso de metaheurísticas como Busca Tabu (Burke *et al.* 2001), *Simulated Annealing* (Owens, 2001), Algoritmos Genéticos (AICKELINE; WHITE, 2004), e de abordagens híbridas (FAHLE; BERTELS, 2002) têm sido considerados.

Neste trabalho, são empregadas estratégias que reduzem de forma conveniente o espaço de solução do problema, de forma a poder tratá-lo por intermédio de otimizadores comerciais utilizando técnicas de Programação Inteira (WOLSEY, 1998).

O método proposto foi implementado e vem sendo testado para uma instância inicial do PEM, no qual consideram-se escalas de 14 dias, demanda diária máxima de 14 jornadas e 11 padrões de folga. Tal instância, embora possa ser considerada pequena para situações reais, já apresenta grande complexidade.

2 Algumas definições importantes

É conhecida a falta de padronização de termos técnicos usados na área do PEM (ESCLAPÈS, 2000). Em geral, cada pesquisador define os termos que irá usar em seu trabalho. Por essa razão, apresenta-se a seguir as definições usadas neste trabalho:

- **Viagem:** é o trabalho de conduzir passageiros de um ponto a outro, para os quais são conhecidos os horários de partida e de chegada, bem como os respectivos locais de embarque e desembarque.
- **Jornada:** é a combinação de várias viagens até formar um dia de trabalho para o motorista.
- **Demanda diária de jornadas:** refere-se à quantidade de jornadas que devem ser cumpridas pela empresa (cobertas) num determinado dia. É importante ressaltar que, neste trabalho, a empresa tem uma demanda diária de jornadas (e não de viagens), ou seja, considera-se que para determinar as escalas dos motoristas, as viagens necessárias já foram previamente agrupadas em jornadas.
- **Padrão de folga:** é qualquer sequência padronizada de dias de trabalho intercalados por dias de folga, seguindo normas da empresa. Por exemplo, um padrão 3x1 indica uma sequência de 3 dias de trabalho (ou 3 jornadas de trabalho) seguidas por 1 dia de folga, e assim sucessivamente, por todo o período do escalonamento.
- **Escala:** é um conjunto de jornadas consecutivas, dia após dia, que pode ser atribuído a um motorista. Também é conhecida como escala de serviço.
- **Par de escalas:** refere-se à combinação de uma escala com um padrão de folga. É esta combinação que será

atribuída, definitivamente, a um motorista da empresa.

- **Motorista:** é o funcionário contratado pela empresa para executar um dos pares de escalas disponíveis. Também é chamado de motorista regular.
- **Motorista cobre-turno:** é o motorista contratado temporariamente pela empresa para cumprir apenas algumas jornadas diárias específicas.
- **Rota:** refere-se às diferentes estradas físicas que compõem uma escala de serviço.

3 A heurística proposta

Seguindo a tendência da literatura (Ernst *et al.*, 2004a), a heurística proposta divide o PEM em cinco subproblemas:

- **Subproblema 1 (sp1):** Determinar um número mínimo de padrões de folga para cobrir a demanda diária de jornadas da empresa, sem levar em consideração as escalas de serviço. Com base nas quantidades de padrões de folga encontrados, procura-se determinar o número mínimo de motoristas regulares da empresa para suprir a demanda diária de jornadas, sem levar em consideração os motoristas cobre-turnos.
- **Subproblema 2 (sp2):** Selecionar, a partir de um conjunto de escalas possíveis do PEM, um subconjunto de escalas qualificadas, isto é, que respeitem um conjunto específico de restrições operativas e trabalhistas requeridas pela empresa.
- **Subproblema 3 (sp3):** Procurar no espaço de escalas qualificadas obtido na etapa anterior, um subconjunto de escalas que minimize a diferença de duração entre uma escala qualquer e um valor médio estabelecido pela companhia. O conjunto de escalas resultantes deste subproblema será denominado conjunto de escalas viáveis.
- **Subproblema 4 (sp4):** Determinar no espaço de escalas viáveis obtido na etapa anterior um novo subconjunto de escalas que combinadas com os padrões de folga escolhidos na solução do subproblema 1 formem pares que serão definitivamente atribuídos aos motoristas.
- **Subproblema 5 (sp5):** Atribuir cada par de escalas obtido na etapa anterior a um motorista real da empresa de forma a atender as necessidades particulares das rotas de cada uma das escala definitivas.

A Figura 1 mostra os estágios da heurística proposta e os respectivos subproblemas resolvidos em cada estágio.

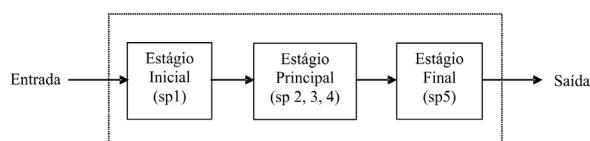


Figura 1 – Estágios da heurística proposta

Na Figura 1, as setas mostram o fluxo de execução da heurística proposta. Ele começa com a leitura dos dados brutos no Estágio Inicial. Como exemplo de dados brutos para o Estágio Inicial pode-se citar:

1. O tamanho das escalas em dias corridos;
2. O conjunto dos diversos padrões de folga com que a empresa trabalha;
3. A demanda diária de jornadas da empresa;
4. O horário de início e de término de cada jornada;
5. Os locais de embarque e desembarque de cada jornada;
6. As restrições operacionais e trabalhistas que as escalas de serviço devem atender.

O subproblema 1 é formulado a partir desses dados e resolvido neste estágio. Sua solução é encaminhada para o Estágio Principal onde ocorre o processamento mais importante da heurística. Neste estágio, os subproblemas 2, 3 e 4 são formulados e resolvidos. A solução obtida no final deste estágio, sendo satisfatória, é encaminhada para o Estágio Final, onde é feita a atribuição definitiva dos pares de escala aos motoristas reais da empresa.

Como resultado do PEM obtém-se um conjunto de pares de escalas (escalas de serviço e padrões de folga) devidamente atribuídos aos motoristas da empresa, de forma a atender à diária de jornadas da empresa e satisfazer a diversos objetivos propostos, entre eles:

1. Minimizar a discrepância de carga de trabalho entre os motoristas;

2. Minimizar a quantidade de motoristas necessários para cobrir toda a demanda de jornadas da empresa;
3. Minimizar a dispersão de rotas em uma escala, com relação à região geográfica servida pela escala;
4. Minimizar o número de motoristas cobre-turnos;
5. Maximizar a adequação dos motoristas às rotas, levando-se em conta que os motoristas têm diferentes qualificações e as rotas exigem diferentes habilidades.

A heurística pode ser vista como composta por três ciclos aninhados, como é mostrado na Figura 2. Dentro desses ciclos, trabalha-se com espaços de busca de solução diferentes. O ciclo externo lida com o espaço real de solução da aplicação. A seleção de uma solução neste espaço deve obedecer a restrições operacionais e trabalhistas de caráter mais geral do PEM, como:

1. Não permitir que o local de desembarque da jornada anterior seja diferente do local de embarque da próxima jornada;
2. Garantir um intervalo mínimo de 11 horas entre jornadas consecutivas;
3. Não deixar que apareçam, numa mesma escala, jornadas pertencentes a um mesmo dia.

Neste ciclo externo, o algoritmo de busca percorre o espaço de escalas possíveis selecionando as melhores escalas para formar um novo espaço de solução. Este novo espaço de solução é percorrido agora no ciclo intermediário, procurando atender a um conjunto de restrições operacionais mais severas do que no ciclo anterior. Desta forma, gera-se

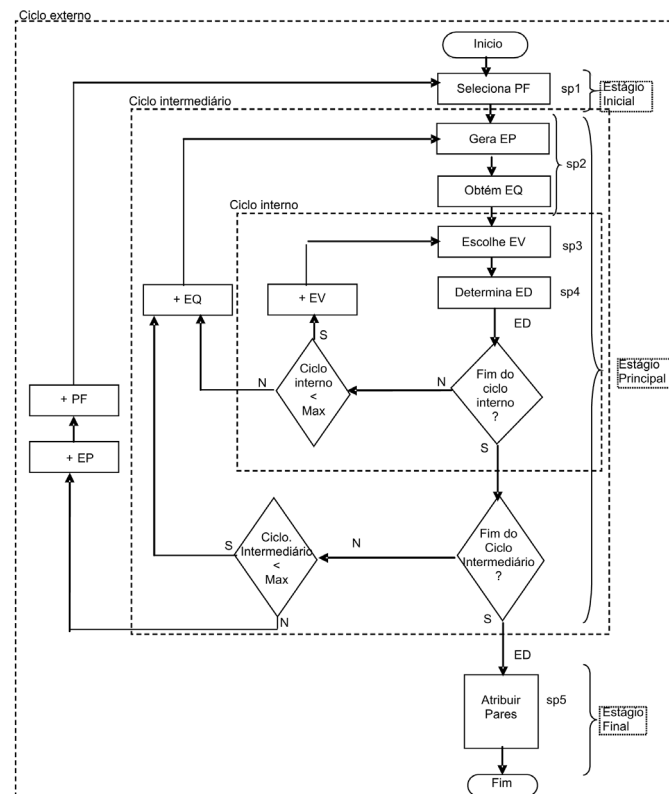


Figura 2 – Diagrama de fluxo da heurística proposta

um novo conjunto de escalas denominado escalas qualificadas. Com o conjunto de escalas qualificadas como novo espaço de solução, formula-se um problema de Programação Inteira cujo objetivo é encontrar as escalas cujas durações sejam o mais próximas possível de um valor médio estipulado pela empresa. Obtendo uma solução ótima deste problema, tem-se o conjunto de escalas viáveis. Para as escalas viáveis, um novo procedimento é realizado no ciclo interno da heurística.

Na Figura 2, são usadas as seguintes abreviaturas: PF: Padrão de Folga; EP: Escalas Possíveis; EQ: Escalas Qualificadas; EV: Escalas Viáveis; ED: Escalas Definitivas; sp1, sp2, sp3, sp4, sp5: subproblemas 1, 2, 3, 4, 5, respectivamente.

Inicia-se o procedimento do ciclo interno da heurística com a formulação de um novo problema de Programação Inteira o qual é modelado como um problema de cobertura de conjuntos e para o qual deseja-se obter o menor número de escalas que cubra ao menos uma vez todas as jornadas da empresa. Como o problema é formulado como um problema de cobertura de conjuntos (e não como um problema de partição de conjuntos), em geral, cada jornada é coberta por diversas escalas. Assim, é possível retirar algumas das escalas de modo a reduzir o número de escalas redundantes. Isto é feito, retirando-se uma escala redundante de cada vez. Após a retirada de uma das escalas

redundantes da solução da matriz de cobertura original, o problema é resubmetido e resolvido novamente, até que se obtenha um conjunto de escalas que cubra cada uma das jornadas o menor número possível de vezes. Estas escalas, denominadas escalas definitivas, serão finalmente combinadas com os padrões de folga da empresa, obtidos no estágio inicial, e atribuídas aos motoristas no estágio final da heurística proposta.

Quando uma solução não for boa durante o processamento do estágio principal, a heurística aumenta o espaço de solução correspondente para obter mais escalas candidatas, e assim poder obter uma solução melhor. Este procedimento continua até que um critério de parada seja atingido. A heurística é interrompida quando uma solução viável for atingida ou o sistema não consegue melhorar a solução em um número razoável de iterações. Neste último caso, a solução obtida ainda pode ser empregada pela empresa, pois satisfaz a todos os objetivos, falhando apenas na obtenção de um pequeno número de motoristas cobertos. Neste caso, ainda existe vantagem em empregar o processo heurístico, devido à boa qualidade das escalas encontradas, aos objetivos atingidos e à rapidez em obter uma boa solução para o PEM.

A figura a seguir mostra, em pseudo-código, o algoritmo da heurística proposta.

Heurística Proposta:

Enquanto verdadeiro // ciclo externo

Obter número mínimo de padrões de folga e
estimar o número de motoristas (sp1);

Enquanto verdadeiro // ciclo intermediário

Percorrer o espaço de solução possível (escalas possíveis);

Obter um espaço de solução qualificado (escalas qualificadas) (sp2);

Enquanto verdadeiro // ciclo interno

Obter novo espaço de solução viável (escalas viáveis) (sp3);

Determinar escalas definitivas (sp4);

Combinar escalas definitivas com padrões de folga
minimizando o número de motoristas cobre-turnos;

Se escalas definitivas não cobrem todas as jornadas então

Aumentar o espaço viável;

Senão

Interromper Enquanto;

Fim_Enquanto // final do ciclo interno

Se atingida solução satisfatória **então**

Interromper Enquanto;

Senão

Aumentar o espaço de solução possível;

Fim_Enquanto // final do ciclo intermediário

Se achou uma solução definitiva viável para o PEM **então**

Interromper Enquanto;

Fim_Enquanto // final do ciclo externo

Distribuir os pares escalas/padrões de folga entre os motoristas reais (sp5);

Figura 3 – Pseudo-código da heurística proposta

Observe, pela Figura 3, que quando se encontra uma solução definitiva viável para o PEM, a heurística interrompe as iterações e passa para o estágio final. Neste estágio, o subproblema 5 é formulado como um problema de atribuição, em que cada motorista deve ser atribuído a um único par de escalas (serviço e folga), satisfazendo as qualificações de direção exigidas para cada rota em particular. A solução deste problema é a solução final do PEM.

4 Modelos e técnicas de solução empregados em cada ciclo

4.1 Ciclo Externo

Este ciclo é responsável por dois objetivos. O primeiro é determinar o número mínimo de padrões de folga necessários para cobrir a demanda diária de jornadas da empresa. O segundo lida com a estimação do número mínimo de motoristas necessários para o período de escalonamento.

Para atender a esses objetivos, o problema é modelado como um problema de cobertura de conjuntos e resolvido como um modelo de Programação Inteira usando um otimizador comercial (ILOG, 2005).

A formulação do problema é a seguinte:

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^m x_i \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^m a_{ij} x_i \geq d_j \quad (j=1, \dots, n) \quad (2)$$

$$a_{ij} \in \{1, 0\}, x_i \in \mathbb{Z}^+, d_j \in \mathbb{Z}^+ \quad (3)$$

onde: m é o número de padrões de folga; n é o período de escalonamento em número de dias; d_j ($j = 1, \dots, n$) é o número de jornadas de cada dia j (demanda diária); a_{ij} ($i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, n$) é a matriz de cobertura, tal que: $a_{ij} = 1$ se o dia j for coberto pelo padrão de folga i , e $a_{ij} = 0$, caso contrário. A variável x_i ($i = 1, \dots, m$) corresponde ao número de padrões de folga i necessários para atender a demanda de jornadas diárias. Deve-se observar que, para cada dia j , a soma dos dias de trabalho de cada padrão de folga i tem que ser no mínimo igual ao número de jornadas daquele dia para que a solução seja viável. Em outras palavras, isso significa que, a cada dia, a soma do número de motoristas presentes em cada padrão de folga tem que ser no mínimo igual ao número de jornadas daquele dia, pois sendo menor faltaria motorista para cobrir todas as jornadas do dia. Desta forma, a função-objetivo (1) corresponde à expectativa do número de motoristas necessários para atender ao escalonamento dentro do período previsto.

4.2 Ciclo Intermediário

Este ciclo pertence ao estágio principal da heurística e começa com o percorrimto do espaço global de solução

do problema. Para este percorrimto, monta-se um grafo multicamadas $G(N, E)$, onde cada camada representa um dia do escalonamento. Neste grafo, N é o conjunto de nós e corresponde ao conjunto de jornadas diárias para o período de escalonamento, e E é o conjunto de arcos representando as possíveis transições entre jornadas.

Para ilustrar, considere uma empresa de transporte de passageiros que opera em uma grande área e divide o problema de escalonamento de motoristas por sedes. Cada sede compreende várias microrregiões, com suas respectivas jornadas. Considere que em uma dessas sedes existem duas microrregiões. Na microrregião 1, existem as jornadas A e B, e na microrregião 2, existem as jornadas C, D e E, como mostra a Figura 4 a seguir.

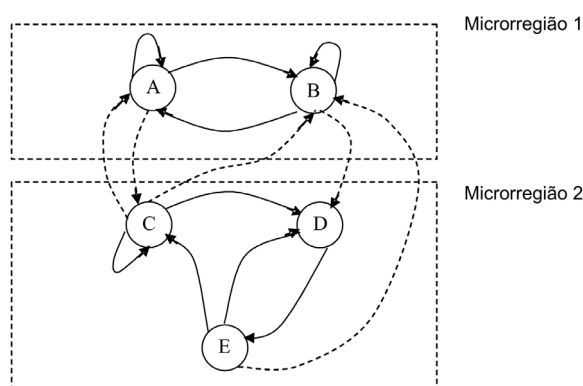


Figura 4 – Jornadas e suas transições possíveis

Na Figura 4, os arcos representam as transições que um motorista pode fazer de uma jornada para a outra, obedecendo às restrições operacionais e trabalhistas. As transições entre microrregiões são mostradas em linhas tracejadas. Neste caso, o grafo multicamadas apresenta-se como o mostrado na Figura 5.

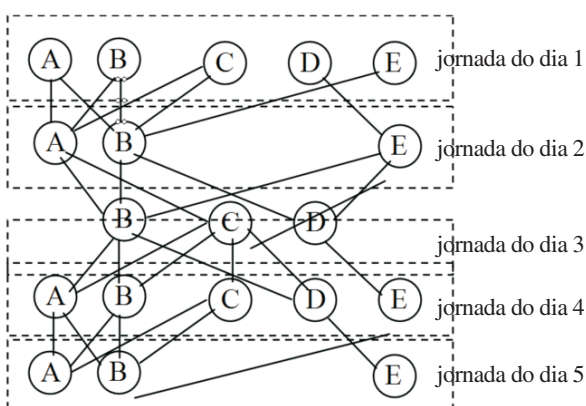


Figura 5 – Grafo de transições de jornadas

Deve-se observar que uma escala possível é qualquer caminho neste grafo que, obrigatoriamente, começa num dos nós do primeiro dia e termina num dos nós do último dia.

Para se fazer uma boa amostragem deste espaço de solução e, ao mesmo tempo, evitar a explosão combinatória,

utiliza-se um algoritmo de busca em profundidade acoplado a uma sonda que mede o grau de cobertura de jornadas obtido até o momento. A heurística interrompe o processo de busca quando ocorre a cobertura de todas as jornadas. A verificação de cobertura é feita após uma quantidade mínima de escalas ter sido gerada. Atualmente, a cada 3000 escalas geradas, verifica-se a condição de cobertura.

Um mecanismo de filtragem é responsável pela estratégia de percorrimento do grafo cuidando para garantir uma boa amostragem do espaço de solução. Para tal, são utilizados dois critérios:

1. Garantir que não haja dispersão de rotas dentro de uma mesma escala, ou seja, que as rotas pertençam sempre que possível, à mesma área geográfica (também chamada de microrregião) e, caso isso não seja possível, a microrregiões vizinhas;
2. Fazer uma amostragem o mais abrangente possível dos possíveis caminhos em todo o espaço de solução, sem ficar concentrado em regiões específicas deste espaço. Isto é feito utilizando-se pesos no conjunto de vértices de forma a desviar o percurso tradicional do algoritmo de busca em profundidade forçando-o a também buscar em largura.

O conjunto de amostras obtido será submetido, em seguida, a uma nova estratégia cujo objetivo é gerar um espaço de solução mais qualificado. A estratégia (denominada DTD) inclui os critérios de Duração, Tamanho e Dispersão. Pelo critério da Duração são eliminadas as escalas cujo tempo total das jornadas estiver fora de um intervalo de duração pré-estabelecido pela empresa. Pelo critério do Tamanho são eliminadas as escalas maiores ou menores do que o período programado do escalonamento. Pelo critério da Dispersão é garantido um nível aceitável de homogeneidade nas durações das jornadas que pertencem às escalas escolhidas. Isto é feito através de cálculos simples de variância e desvio padrão do tempo de duração das jornadas dentro de uma mesma escala. É usado em princípio um valor teórico para o limite de dispersão.

Com a aplicação desses critérios, obtém-se um espaço de solução altamente qualificado, de onde serão tiradas as escalas viáveis. Os testes computacionais realizados para a instância usada mostram que a estratégia DTD reduz o espaço de cerca de 1 milhão de escalas possíveis para cerca de 40 mil escalas qualificadas.

4.3 Ciclo Interno

O espaço de solução qualificado obtido ao resolver o subproblema anterior (sp2) é usado para elaborar o subproblema 3 (sp3), o qual é formulado como um problema de cobertura de conjuntos, onde se deseja determinar a quantidade mínima de escalas que cobre todas as jornadas da empresa um número mínimo de vezes e, ao

mesmo tempo, minimize a diferença de duração de cada escala em relação a um valor médio pré-estabelecido pela empresa. Este problema é resolvido como um modelo de Programação Inteira formalizado como:

$$\text{Min } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (4)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq d_{\min} \quad (i=1, \dots, m) \quad (5)$$

$$x_j \in \{1, 0\}, \quad (j=1, \dots, n) \quad (6)$$

onde m é o número total de jornadas do período de escalonamento; n é o número de escalas qualificadas obtidas na resolução do subproblema 2; c_j ($j = 1, \dots, n$) é a diferença, em valor absoluto, entre a duração de cada escala j e uma média estabelecida pela empresa; d_{\min} é o número mínimo de vezes que cada jornada deve ser coberta na solução final; a_{ij} ($i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, n$) é a matriz de cobertura tal que $a_{ij} = 1$ se a jornada i for coberta pela escala j , e $a_{ij} = 0$ caso contrário. $x_j = 1$ se a escala j pertence à solução e $x_j = 0$, caso contrário. A função-objetivo (4) minimiza a soma das diferenças, em valores absolutos, entre as durações das escalas presentes na solução e um valor médio desejado pela empresa.

Nos testes computacionais realizados para a instância considerada, do conjunto de cerca de 40 mil escalas qualificadas, obtém-se um conjunto de cerca de 400 escalas viáveis.

A partir do conjunto de escalas viáveis obtidas, procura-se resolver o subproblema 4 (sp4), que é o de determinar o conjunto de escalas definitivas, isto é, aquelas que podem, em teoria, ser atribuídas aos motoristas. Para poder ser atribuída, uma escala de serviço tem que estar associada a um dos padrões de folga da empresa, isto é, o motorista executa as jornadas da escala de serviço mediante o cumprimento simultâneo de uma escala de folga.

Para resolver este problema, emprega-se um algoritmo que combina as escalas definitivas obtidas com os padrões de folga resultantes do primeiro estágio, formando o conjunto de pares (escala de serviço, padrão de folga). O objetivo dessa combinação é minimizar o número de motoristas cobre-turnos.

Os subproblemas sp3 e o sp4 são resolvidos em ciclo. O processo é iniciado escolhendo-se aleatoriamente uma escala do conjunto de escalas viáveis obtido ao se resolver o modelo (4)-(6) e copiando-a para o novo conjunto de escalas definitivas a ser formado. Uma vez copiada, esta escala (coluna viável) é eliminada do problema original (efetivamente é retirada a respectiva coluna da matriz de cobertura do modelo (4)-(6)). São eliminadas também todas as restrições associadas à esta escala. Em seguida, as colunas dessa matriz de cobertura referentes às escalas que cobrem a mesma jornada do primeiro dia da escala

que saiu são penalizadas aumentando-se relativamente seus pesos na função-objetivo sem, no entanto, removê-las do problema. Isto é feito para facilitar a obtenção de uma solução ótima para o problema de cobertura de conjuntos resultante.

Toda vez que uma solução ótima é encontrada, retira-se uma nova coluna da solução, como foi explicado anteriormente, copiando-a para o conjunto de escalas definitivas. Este processo prossegue até que haja apenas uma escala definitiva partindo de cada jornada do primeiro dia e que todas as jornadas sejam cobertas ao menos uma vez. Deve-se lembrar que as colunas retiradas, por não fazerem parte da nova matriz de cobertura, correspondem a escalas que não aparecerão mais de uma vez no conjunto de escalas definitivas que está sendo formado.

O conjunto de escalas definitivas obtidas tem a seguinte propriedade: nenhuma escala apresenta as mesmas jornadas no primeiro dia, mas pode apresentar coincidências de jornadas a partir do segundo dia. Portanto essas coincidências têm de ser tratadas, pois não é possível ter uma escala geral da empresa na qual dois ou mais motoristas se apresentem para a mesma jornada no mesmo dia. A estratégia, porém, não é eliminar as coincidências, mas tirar proveito delas para reduzir o número de motoristas cobre-turnos necessários. Isto é feito através de um algoritmo que combina cada escala com todos os padrões de folga da empresa obtidos no estágio inicial. Uma estratégia é usada para obter a primeira combinação que satisfaça a condição de ter um número de cobre-turnos menor do que uma referência estipulada *a priori*. Se tal condição for satisfeita, a heurística encerra o processamento do estágio principal e passa para o estágio final. Caso contrário o espaço de solução viável é aumentado e os subproblemas sp3 e sp4 são novamente resolvidos. Esta repetição continua enquanto o número de motoristas cobre-turnos diminui. Caso este número não diminua após um certo número pré-estabelecido de iterações, a heurística encerra o processo, mesmo com um número de motoristas cobre-turnos maior do que o limite estabelecido previamente.

Quando há uma solução para o problema neste ponto, isto é, um conjunto de escalas viáveis que cobrem todas as jornadas da empresa, em que cada escala está devidamente combinada com um padrão de folga, tem-se um conjunto de pares (escalas de serviço, padrões de folga) que podem finalmente ser atribuídos aos motoristas da empresa. Para tal, um novo subproblema será formulado no estágio final.

4.4 Estágio Final

Neste ponto, não há mais iteração e foi obtido um conjunto de pares de escalas para o PEM que atende a todas as restrições operacionais e trabalhistas, além de todos os objetivos propostos pela empresa. Resta achar a solução

que distribua esses pares de escalas entre os motoristas da empresa de forma otimizada, ou seja, respeitando as qualificações de direção de cada motorista em vista das reais necessidades exigidas por cada uma das rotas.

Em princípio, qualquer par de escalas pode ser atribuído a qualquer motorista. Entretanto, cada escala é constituída por rotas que exigem habilidades diferentes em relação às qualificações de cada motorista. Assim chega-se a conclusão de que alguns motoristas são mais adequados para determinadas rotas do que outros. Este novo problema é formulado como um problema de atribuição da seguinte forma:

$$\text{Max } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (7)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i=1, \dots, n) \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j=1, \dots, n) \quad (9)$$

$$c_{ij} \in Z^+, x_{ij} \in \{1, 0\}, (i=1, \dots, n; j=1, \dots, n) \quad (10)$$

onde n é o número de pares de escalas e também o número de motoristas regulares; c_{ij} ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n$) é o custo de atribuir determinado motorista a determinada rota e varia de 1 a 7. O valor 1 indica a menor habilidade para uma rota e o valor 7 indica que o motorista preenche todas as habilidades para as rotas daquela escala. Esta tabela é montada a partir de dados fornecidos pela empresa; x_{ij} ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n$) é a variável binária de decisão tal que $x_{ij} = 1$ se o motorista i puder ser atribuído ao par j e $x_{ij} = 0$, caso contrário.

Se houver solução ótima do modelo (7)-(10) tem-se um conjunto de pares atribuídos da melhor forma possível aos motoristas. Esta solução é uma solução final para o PEM.

5 Resultados computacionais

Os experimentos computacionais realizados levaram em conta os dados reais de uma empresa de transporte interurbano brasileira de médio porte. Para esta empresa, a elaboração de escalas é feita manualmente. A título de comparação, para um horizonte de 42 dias, uma demanda diária média de 81 jornadas e o emprego de 11 padrões de folga, gasta-se cerca de 10 dias de trabalho de 1 pessoa, e chega-se a soluções com um número médio de 15 motoristas cobre-turnos.

Para os testes computacionais, considerou-se, a partir dos dados reais dessa empresa, uma instância com horizonte de 14 dias, demanda diária média de 14 jornadas e 11 padrões de folga. A solução desta instância pelo algoritmo proposto tem sido obtida em cerca de 10 segundos, resultando em apenas 1 motorista cobre-turno. Foi utilizado o otimizador ILOG CPLEX 9.1 em microcomputador com processador de 2,8 GHz, 512 Mb de memória RAM.

Comparações com estudos feitos por outros pesquisadores mostram que a heurística proposta pode ser estendida para um contexto maior de aplicações, pois as formulações, modelagens e soluções propostas por esses pesquisadores também podem ser empregadas para a área de transporte interurbano (KOHL; KARISCH, 2004).

A título de comparação com a área de aviação, pode-se citar, entre outros, o estudo de Cappanera e Gallo (2004). Nele o problema de escalonamento de pessoal para a área de aviação é formulado como um problema de fluxo e resolvido através de um otimizador comercial usando Programação Linear. Algumas restrições do problema são inseridas durante a construção do grafo de fluxo. Nos testes realizados, os autores consideraram instâncias em que o número de membros da tripulação varia de 24 a 54, com período de planejamento fixo de 30 dias, nos quais devem ser cobertas de 189 a 259 jornadas. Para as instâncias consideradas a sua matriz de cobertura varia de 11229 linhas x 39552 colunas a 18993 linhas x 63825 colunas. O tempo de processamento para a solução variou de 192 segundos a 15 horas, sendo que em alguns experimentos não foi possível obter uma solução viável dentro do limite de tempo considerado (15 horas). Utilizou-se o otimizador ILOG CPLEX 7.0, um microcomputador com processador de 1,2 GHz e 512 Mb de memória RAM.

6 Conclusões

Em primeiro lugar, é de se notar que não existem ainda muitos trabalhos na área de escalonamento de motoristas de ônibus interurbanos (ESCLAPÈS, 2000). Vários estudos existem para outras áreas (aviação, por exemplo), nem sempre consideram restrições operacionais e trabalhistas importantes para a área de escalonamento de motoristas de ônibus.

Os resultados obtidos mostram que a heurística proposta é capaz de obter boas soluções rapidamente, embora instâncias de dimensões maiores precisem ser consideradas para os testes computacionais. Novos testes deverão ser conduzidos para estabelecer os limites de aplicabilidade da heurística proposta. Estes novos testes irão permitir uma comparação melhor dos resultados da heurística proposta com os obtidos por outros trabalhos, ainda que de áreas distintas.

Agradecimentos

Os autores agradecem aos valiosos comentários e sugestões de um revisor anônimo. Este trabalho contou com financiamentos parciais do CNPq.

Referências

- AICKELIN, U.; WHITE, P. Building Better Nurse Scheduling Algorithms. *Annals of Operations Research*, v. 128, Special Issue on Staff Scheduling and Rostering, p. 159-177, 2004.
- BURKE, E.; COWLING, P.; DE CAUSMAECKER, P.; VENDENBERGHE, G. A Memetic Approach to the Nurse Rostering Problem. *Applied Intelligence*, v. 15, n. 3, p. 199-214, 2001.
- CAPPANERA, P.; GALLO, G. A multicommodity flow approach to the crew rostering problem. *Operations Research*, v. 52, n. 4, p. 583-596, July-August, 2004.
- EITZEN, G.; MILLS, G.; PANTON, D. Multi-Skilled Workforce Optimisation. *Annals of Operations Research*, v. 127, Special Issue on Staff Scheduling and Rostering, p. 359-372, 2004.
- EITZEN, G. *Integer Programming Methods for Solving Multi-Skilled Workforce Optimisation Problems*. Ph.D. Thesis, School of Mathematics, University of South Australia, 2002.
- ERNST, A.T.; JIANG, H.; KRISHNAMOORTHY, M.; SIER, D. Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. *European Journal of Operational Research*, v. 153, p. 3-27, 2004a.
- ERNST, A.T.; JIANG, H.; KRISHNAMOORTHY, M.; OWENS, B.; SIER, D. An Annotated Bibliography of Personnel Scheduling and Rostering. *Annals of Operations Research*, v. 127, n. 1-4, p. 21-144, 2004b.
- ESCLAPÈS, C. *Asignación de conductores a jornadas de trabajo en empresas de transporte colectivo*. Tesis doctora. Departament d'Estadística i Investigació Operativa, Universitat Politècnica de Catalunya, Julio 2000.
- FAHLE, T.; BERTELS, S. *A Hybrid Setup for a Hybrid Scenario: Combining Heuristics for the Home Health Care Problem*. Working Paper, Computers and Operations Research, v. 33, n. 10, p. 2866-2890, October 2006.
- ILOG. CPLEX 9.1 *User's Manual*. Mountain View: ILOG, 2005.
- KARP, R. *Reducibility among combinatorial problems*. Symposium on Mathematical Programming at the University of Wisconsin at Madison, September 1972.

KOHL, N.; KARISCH, S.E. *Airline Crew Rostering: Problem Types, Modeling, and Optimization*. Kluwer Academic Publishers. Annals of Operations Research, 127, p. 223-257, 2004.

MATEUS, G.; CASIMIRO, J. *Models and Algorithms for The Crew Scheduling Problem*. Working Paper, 2002.

OWENS, B. *Personnel scheduling using constraint logic programming*. Master's Thesis, Computer Science and Software Engineering, Monash University, Australia, 2001.

WOLSEY, L.A. *Integer Programming*. New York: John Wiley and Sons, 1998.