Um modelo markoviano de decisão na comercialização de produtos agrícolas

José Binfaré Neto, Dr.

Instituto de Matemática - PUCRS

Antônio Galvão Novaes, Dr.

Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas - UFSC

Entre os dois extremos existentes no processo de comercialização de produtos agrícolas, que são as fontes produtoras e o consumidor, existe o agente intermediário. É ele que torna possível o fluxo comercial entre estes extremos. O preço da soja em grão apresenta um comportamento instável no tempo e o intermediário deve tomar decisões, esperando que o que for decidido hoje venha a gerar lucros futuros, objetivando maximizar a riqueza de sua empresa. Porém, haverá sempre a incerteza quanto ao alcance deste objetivo num ambiente de preços instáveis. Este trabalho descreve uma ferramenta de auxílio a quem atua no setor intermediário, dando suporte às decisões de compra e de venda do produto, visando otimizar os seus ganhos a longo prazo. O caso foi enquadrado como um Processo de Decisão Seqüencial Markoviano, sendo utilizado na sua abordagem um método constante na literatura especializada.

Palavras-chave: soja em grão; processos de Markov; método *policy-iteration*.

In between the two opposite edges that bind the decision process of trading agricultural products, that is, the productive sources and the final consumers, acts the intermediary agent. He is the one that makes possible the commercial flow between the two extremes. The price of soya beans in grain shows an unstable behaviour and the intermediary agent must take crucial decisions, hoping that what has been decided today will generate future gains, in such a way as to maximize the profit of his organization. However, there will always be uncertainties concerning this objective, due to the unstable-price environment. This paper describes a tool intended to help the ones that work in such a intermediary sector. It gives modeling support to the decisions related to buying and selling the product, with the aim of maximizing the long run gains. This approach can be regarded as a Markovian Sequential Decision Process, and we have applied a technique available in the literature to solve it.

Keywords: soya bean; Markov processes, policy-iteration method.

1 Introdução

A nível mundial, a produção agrícola brasileira tem sido a responsável pela oferta de uma parcela significativa de proteínas e produtos alimentícios. Nesse contexto, assume um papel de relevância o chamado “complexo soja” constituído pelo trio: soja em grão e seus dois derivados - o farelo e o óleo. A Associação Brasileira de Óleos Vegetais (ABIOVE) estima para o ano de 2001 um total de exportações, apenas da soja em grão, na ordem de US\$ 2,3 bilhões o que mostra a significância do produto na economia brasileira e, por consequência, a importância da sua comercialização no mercado externo.

Como na maioria dos processos comerciais, os agentes envolvidos na comercialização da soja em grão com o exterior são os produtores, os intermediários e os consumidores finais. Os produtores são aqueles que realmente plantam e colhem o produto e os consumidores finais serão, aqui considerados, os importadores externos. Porém, a figura do intermediário é de extrema relevância. Sem a sua presença no processo comercial, como elo de ligação entre os produtores e o mercado externo, os negócios raramente se efetivariam. Os produtores, excetuando talvez os grandes fazendeiros, não vendem diretamente as suas produções para o exterior, pois raramente possuem uma estrutura comercial que lhes permita produzir, armazenar e comercializar (no caso, expor-

Figura 1 - Séries semanais de preços de compra e venda da soja em grão

Para análise neste trabalho, foram consideradas duas séries históricas relativas às cotações semanais de c e v referentes às praticadas na região de Passo Fundo - RS. O gráfico na *Figura 1* apresenta o registro das mesmas no período agosto de 1992 a dezembro de 1999 (Revista Safras&Mercado/ Emater-RS, 1992-1999).

2 Uma abordagem markoviana ao problema - definições

No caso em análise, tem-se um sistema cuja configuração semanal é definida por níveis de preços e estoques. O sistema possui ainda duas características adicionais:

A) Estocasticidade

As mudanças das configurações do sistema estão regidas por uma distribuição de probabilidade, o que impõe ao problema uma modelagem estocástica.

B) O Sistema não tem memória

Se numa determinada semana o sistema tiver uma configuração de preços de compra, venda e nível de estoques, pode-se admitir que a configuração do mesmo na próxima semana dependa apenas desses dois pontos no tempo e não de qualquer história anterior do sistema. Isto permite que o caso em análise possa ser definido como um Processo Markoviano de Tempo Discreto (Howard, 1960).

A metodologia aqui aplicada está apoiada em conceitos ligados a processos de decisão sequenciais, particularmente, a processos markovianos. Segundo Hastings (1973) e Howard (1960), define-se o que segue:

2.1 Estado, estágio e transição

Estado é a configuração do sistema num determinado estágio. Nesta aplicação, o estado é dado pela terna

de números (c, v, e) com c , v e e definidos na seção 1 e e , o nível de estoques dado em toneladas (t). Estágio é o ponto no tempo (dia da semana) onde é verificado o estado do sistema. Transição é uma mudança ou não de estado ocorrida num dado estágio.

2.2 Matriz de probabilidades de transição de estado ou matriz estocástica

É a matriz $\mathbf{P} = [p_{ij}]$ de ordem $N \times N$, onde p_{ij} é probabilidade do sistema ocupar o estado j no estágio seguinte (semana seguinte), dado que ele se encontra atualmente no estado i .

2.3 Vetor de probabilidades de estado

É o vetor $\boldsymbol{\pi} = [\pi_i(n)]$ onde $\pi_i(n)$ é a probabilidade do sistema vir a ocupar o estado i após n transições, dado que seu estado no início do processo é conhecido.

2.4 Processo completamente ergódico

Trata-se de um processo onde, para $n \rightarrow \infty$, $\pi_i(n) \rightarrow \pi_i$ independente do estado inicial do processo. Assim, $\boldsymbol{\pi}(n) \rightarrow \boldsymbol{\pi}$ e $\boldsymbol{\pi}$ é chamado vetor de probabilidades limite de estado. Pode-se mostrar que o processo em análise é deste tipo.

2.5 Decisão

Para cada estado, existe um conjunto de alternativas ou ações disponíveis, das quais apenas uma deverá ser escolhida e adotada. Vender 15.000 t, por exemplo, é uma decisão.

2.6 Política

É um conjunto de decisões - uma para cada estado. A política ótima será aquela que maximiza os ganhos esperados semanais da empresa.

4.2 Estados do sistema

São todas as combinações possíveis de c , v e e . Portanto, ficam definidos 343 estados do tipo $E = (c, v, e)$.

4.3 Matrizes de Transição

A partir dos 7 níveis de preços de compra e venda, são definidas as matrizes: Matriz das Probabilidades de Transição de Preços de Venda (**PV**) e a Matriz de Probabilidades de Transição de Preços de Compra (**PC**), ambas de ordem 7×7 . Considerando as semanas s e $s+1$, seus elementos genéricos correspondentes são:

pv_{ij} : probabilidade de ocorrer preço de venda j em $s+1$, dado que ocorreu preço de venda i em s ;

pc_{ij} : probabilidade de ocorrer preço de compra j em $s+1$, dado que ocorreu preço de venda i em $s+1$.

4.4 Alternativas para os estados e retorno por transição

Foram definidas 3 tipos de alternativas para os estados e , dependendo da alternativa escolhida, tem-se os retornos correspondentes. Simbolizou-se por:

I : n^o de ordem do estado;

r_{IK} : retorno na transição do estado I pela escolha da alternativa K .

Considerando ainda que as operações de compra e venda sejam efetuadas em quantidades discretas ou lotes, (1 lote = 5.000 t nesta aplicação), tem-se:

- Alternativa A: Aguardar.

- Retorno: $r_{IA} = 0$;

- Alternativa B: Comprar n lotes até o limite de estoque máximo.

- Retorno: $r_{IB} = -n \cdot (\text{lote}) \cdot c_1$

- Alternativa C: Vender n lotes até o estoque máximo disponível.

- Retorno: $r_{IC} = n \cdot (\text{lote}) \cdot v_1$

Como as alternativas de tipos B e C podem ser desdobradas em 6 alternativas para cada tipo, tem-se um total de 13 alternativas, respeitadas as restrições de estoque.

4.5 Probabilidades de transição de estado - matriz P

Admitindo-se a dependência entre as transições dos preços de compra em relação aos de venda, define-se a Matriz **P** das probabilidades de transição do estado E' para o estado E'' , segundo a decisão k , da semana s para a semana $s+1$, com elemento genérico $p_{E'E''}$, do modo seguinte:

$$s \longrightarrow s+1$$

$$E' = (c_i, v_j, e_l) \longrightarrow E'' = (c_{i'}, v_{j'}, e_{l'})$$

para $k = A \rightarrow p_{E'E''} = pv_{j'j} \cdot pc_{j'i'}$, se $e_{l'} = e_l$; 0, em caso contrário;

para $k = B \rightarrow p_{E'E''} = pv_{j'j} \cdot pc_{j'i'}$, se $e_{l'} = e_l + n$ (lote); 0, em caso contrário;

para $k = C \rightarrow p_{E'E''} = pv_{j'j} \cdot pc_{j'i'}$, se $e_{l'} = e_l - n$ (lote); 0, em caso contrário. (6)

Nas alternativas B e C, deve-se ter $1 \leq n \leq 6$.

5 As fases de comercialização

Influência da sazonalidade na construção da matriz P

A sazonalidade da produção agrícola exerce influência direta na sua comercialização, sobretudo nos preços dos produtos que variam em função da quantidade ofertada. Os preços definidos anteriormente geralmente comportam-se diferentemente em duas épocas do ano, o que implica na existência de duas fases relacionadas ao comércio da soja com o mercado externo: uma fase favorável e outra não favorável. A fase favorável geralmente inicia em Março com a colheita, indo até o meados de Agosto com v geralmente superior a c . A fase não favorável geralmente vai de meados de Agosto a Fevereiro, com c superior a v na maior parte das vezes.

5.1 Matrizes relacionadas às duas fases

As fases do processo comercial originam dois conjuntos de séries históricas para os preços de compra e venda. As séries relativas à fase favorável contêm os preços observados de 1992 a 1999 e praticados no período de Março a meados de Agosto; as séries relativas à fase não favorável incluem os preços praticados de meados de Agosto a Fevereiro. O comportamento distinto dos preços para essas duas fases motivam as definições de diferentes matrizes de transição, como as definidas na seção 4.5. Essas matrizes têm o mesmo significado das anteriores, porém são definidas nas suas respectivas fases.

determinadas as probabilidades $pnf_{E'E''}$ da matriz P_{NF} para a fase não favorável.

6 A matriz “combinada” de probabilidades de transição

A existência das duas fases durante a comercialização sugere uma possível combinação das matrizes P_F e P_{NF} relativas a cada fase no processo de otimização.

Propõe-se que a matriz P , de transição de estados do processo, vista na seção 4.5, seja redefinida através de uma combinação linear entre P_F e P_{NF} , indicando uma ponderação de probabilidades envolvendo as duas fases. Assim, define-se a matriz $P = [p_{E'E''}]$ utilizada no processo de otimização:

$$P = \alpha P_F + (1 - \alpha) P_{NF}, \text{ com } \alpha \in [0;1] \quad (7)$$

Portanto, considerando as semanas $s, s+I$ e as decisões k , tem-se:

$$s \xrightarrow{\hspace{10em}} s+I$$

$$E' = (c_{i'}, v_{j'}, e_{i'}) \xrightarrow{\hspace{10em}} E'' = (c_{i''}, v_{j''}, e_{i''})$$

para $k = A$ (aguardar):

$$p_{E'E''} = \alpha pf_{E'E''} + (1 - \alpha) pnf_{E'E''}, \text{ se } e_{i''} = e_{i'},$$

e 0, caso contrário;

para $k = B$ (comprar n lotes):

$$p_{E'E''} = \alpha pf_{E'E''} + (1 - \alpha) pnf_{E'E''}, \text{ se } e_{i''} = e_{i'} + n \cdot (\text{lote}),$$

com $1 \leq n \leq 6$

e 0, caso contrário;

para $k = C$ (vender n lotes):

$$p_{E'E''} = \alpha pf_{E'E''} + (1 - \alpha) pnf_{E'E''}, \text{ se } e_{i''} = e_{i'} - n \cdot (\text{lote}),$$

com $1 \leq n \leq 6$

e 0, caso contrário.

$$\text{com } pf_{E'E''} = vf_{j'j''} \cdot cf_{j''i''} \text{ e } pnf_{E'E''} = vnf_{j'j''} \cdot cnf_{j''i''} \quad (8)$$

7 O fator linear de sazonalidade

É natural admitir uma influência variável das matrizes P_F e P_{NF} na composição de P , à medida que o tempo passa, no transcorrer do processo comercial. No início da fase favorável, a matriz P_F terá um peso maior do que no final; o contrário se dá com a matriz P_{NF} que atua mais fortemente no final da referida fase. Considere-se as duas fases representadas na *Figura 2*.

A fase favorável F é constituída por 25 semanas, iniciando na primeira semana de Março, em $\tau = 0$, até meados de Agosto em $\tau = 24$. A fase não favorável NF tem o seu início em $\tau = 25$ indo até o final de Fevereiro, em $\tau = 52$, como na *Figura 3*.

Considera-se que as decisões sejam tomadas no início de cada semana. Assim:

- em $\tau = 0$ é tomada a primeira decisão;

- em $\tau = 1$ é tomada a segunda decisão;

- em $\tau = 2$ é tomada a terceira decisão;

⋮

- em $\tau = 24$ é tomada a decisão correspondente à última semana da fase favorável e para $t \geq 25$ são tomadas as decisões relativas à fase não favorável.

Figura 2

Figura 3

Tabela 3 - Decisões otimizadas para alguns estados

Estados	c (US\$/t)	v (US\$/t)	E(t)	DECISÕES		
				t = 0	t = 12	t = 24
1	122,69	150,28	0	compra 6 lot	compra 6 lot	compra 6 lot
12	122,69	72,20	20.000	compra 2 lot	compra 2 lot	vende 4 lot
116	165,95	194,12	15.000	compra 3 lot	vende 3 lot	vende 3 lot
164	187,58	194,12	10.000	vende 2 lot	vende 2 lot	vende 2 lot
181	187,58	237,96	25.000	compra 1 lot	vende 5 lot	vende 5 lot
194	187,58	281,80	20.000	vende 4 lot	compra 2 lot	compra 2 lot
247	230,84	150,28	5.000	vende 1 lot	vende 1 lot	vende 1 lot
274	230,84	237,96	0	compra 6 lot	aguarda	aguarda
283	230,84	259,88	10.000	compra 4 lot	compra 4 lot	vende 2 lot
284	230,84	259,88	15.000	vende 3 lot	vende 3 lot	vende 3 lot
342	252,47	281,80	25.000	vende 5 lot	vende 5 lot	vende 5 lot
343	252,47	281,80	30.000	vende 6 lot	vende 6 lot	vende 6 lot

Nas simulações do processo comercial, foram efetuadas 3.000 replicações relativas a cada período comercial de 27 semanas e para todas as empresas.

9.1 Simulação do processo otimizado - Cooperativa A

A cooperativa A assumiu como política para as suas decisões a oriunda do processo otimizado. Considerou-se que a cooperativa inicia o processo com recursos suficientes para comprar 15.000 t de soja ao preço mínimo. Numa das simulações do processo obteve-se:

- Lucro líquido esperado: US\$ 3.500.000,00
- Desvio padrão: US\$ 2.500.000,00
- Capital de giro esperado: US\$ 2.250.000,00
- Desvio padrão: US\$ 700.000,00

9.2 Simulação do processo não otimizado - Cooperativa B

Com relação aos níveis de preços de compra e venda praticados no mercado, a empresa B considera que os mesmos possam ser classificados por faixas, consideradas como de preços baixos, médios e altos e define os seguintes patamares para essas faixas:

Com relação aos preços de compra:

- preço baixo: $c \leq \text{US\$ } 144,32$

- preço médio: $\text{US\$ } 165,95 \leq c \leq \text{US\$ } 209,21$
- preço alto: $c \geq 230,84$

Com relação aos preços de venda:

- preço baixo: $v \leq \text{US\$ } 172,20$
- preço médio: $\text{US\$ } 194,12 \leq v \leq \text{US\$ } 237,96$
- preço alto: $v \geq \text{US\$ } 259,88$

Também aqui, considerou-se que a cooperativa inicia o processo com recursos suficientes para comprar 15.000 t de soja ao preço mínimo. B define uma estratégia bastante razoável para as suas decisões. É constituída por 4 políticas que serão seguidas em determinados períodos do ciclo comercial. Essas políticas são descritas a seguir:

Política I

Esta política é definida na fase inicial do processo comercial e se estende até a 10ª semana. Nesta fase, B vende em menos ocasiões e em quantidades menores com decisões do tipo:

Para c baixo e v alto: Compra para completar o estoque máximo ou vende o máximo possível.

Para c alto e v baixo: Aguarda.

Para c baixo e v baixo: Compra até 4 lotes ou vende 1 lote.

pela cooperativa A denota a relação sempre existente entre risco e retorno.

As cooperativas B e C tiveram desempenhos inferiores ao obtido pela A com lucros esperados substancialmente menores. A razão disto está na própria natureza do processo em análise. O processo comercial como o definido é um processo dinâmico, cujas decisões, a cada estágio, vão se sobrepondo no tempo com conseqüências que se refletem no futuro. Geralmente, políticas “miópes”, como as de B e C, falham no sentido da otimização de processos de decisão.

Este trabalho mostrou a utilização de uma técnica de modelagem matemática que torna simples a abordagem de um processo de tomadas de decisão nada fácil, que envolve clima, mercado externo, países produtores, consumidores com suas políticas internas, interesses das mais variadas ordens e que traz muitos problemas para produtores, cooperativas, atravessadores, enfim, a todos aqueles que atuam neste tipo de mercado pela complexidade dos elementos envolvidos nas decisões. Espera-se, portanto, que este trabalho além de uma contribuição a mais ao meio acadêmico, possa, com os devidos ajustes, vir a ser útil na prática em processos de decisão do tipo em análise ou em outros com características semelhantes.

Referências bibliográficas

- ABIOVE. Exportações do Complexo Soja. <http://www.abiove.com.br/export.htm>, 2001.
- AGUIAR, D.R.D.; MARQUES, P.V. *Comercialização de Produtos Agrícolas*. Edusp, São Paulo, 1993.
- BERNSTEIN, W.J. *The Rebalancing Bonus: Theory and practice*. bern@mail.coos.or.us. USA, 1996.
- BHATTACHARYYA, M. Fuzzy Markovian decision process, *Fuzzy Sets and Systems*, v. 99, n. 3, p. 273-282, 1998.
- BINFARÉ NETO, J. *Um Modelo Markoviano de Decisão na Comercialização de Produtos Agrícolas - O Caso da Soja*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - Universidade Federal de Santa Catarina, Junho de 1998.
- BONDAREV, B.V. The quantum Markovian master equation and its applications to quasi-particle migration in a stochastic medium. *Physics Letters A*, v. 153, n. 6-7, p.326-329, 1991.
- BRUM, A.L. *A Comercialização de Grãos - O Caso da Soja*. Fidene, Ijuí, 1987.
- BURSTEIN, M.C.; NEVISON, C.H.; CARLSON, R.C. Dynamic lot-sizing when demand timing is uncertain. *Opns. Res.*, v.32, n.2, p.363-379, 1984.
- CECCONI, F.; VULPIANI, A. Approximation of chaotic systems in terms of Markovian processes, *Physics Letters A*, v. 201, n. 4, p. 326-332, 1995.
- DENISOV, S.I. Fractal Dimension of Random Processes, *Chaos, Solitons, & Fractals*, v. 9, n. 9, p.1491-1496, 1998.
- EMATER-RS. Preços ao Produtor. Secretaria de Agricultura, Porto Alegre, Ago/1992 - dez/1999.
- GELENBE, E.; STAFYLOPATIS, A. Global behavior of homogeneous random neural systems. *Applied Mathematical Modelling*, v 15, n.10, p.534-541, 1991.
- GOLABI, K. Optimal inventory policies when ordering prices are random. *Opns.Res.*, v.33, n. 3, p.575-588, 1985.
- HASTINGS, N.A.J. *Dynamic Programming With Management Applications*. Butterworth & Co. Ltd., London, England, 1973.
- HERMANNS, H.; HERZOG, U.; KATOEN, J. Process algebra for performance evaluation, *Theoretical Computer Science*, v. 274, n. 1-2, p.43-87, 2002.
- HILDEBRAND, F.B. *Methods of Applied Mathematics*. Prentice - Hall, Englewood Cliffs, USA, 1961.
- HINDERER, K.; MÜLLER, A. Cost-Minimal Immunization in the Greenwood Epidemic Model. *Mathematical Biosciences*, v. 142, n.1, p.31-58, 1997.
- HOWARD, R. *Dynamic Programming and Markov Processes*. M.I.T. Press, Cambridge, USA, 1960.
- HOWARD, R. *Dynamic Probabilistic Systems*. J.Wiley & Sons, Inc., New York, USA, 1971.
- JUMARIE, G. Entropy of Markovian Processes: Application to Image Entropy in Computer Vision. *Journal of the Franklin Institute*, v. 335, n. 7, p.1327-1338, 1998.
- KALYMON, B.A. Stochastic prices in a single-item inventory purchasing model. *Opns. Res.*, v.19, n.6, p.1434-1458, 1971.