Pesquisas em Geociências

<http://seer.ufrgs.br/PesquisasemGeociencias>

Transporte de Coordenadas no Elipsóide de Revolução com Programa para Minicalculadoras

Francisco Humberto Simões Magro

Pesquisas em Geociências, 17 (17): 168-176, jan./abr., 1986.

Versão online disponível em:

<http://seer.ufrgs.br/PesquisasemGeociencias/article/view/21697>

Publicado por

Instituto de Geociências

Portal de Periódicos UFRGS

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO GRANDE DO SUL

Informações Adicionais

Email: pesquisas@ufrgs.br

Políticas: <http://seer.ufrgs.br/PesquisasemGeociencias/about/editorialPolicies#openAccessPolicy>

Submissão: <http://seer.ufrgs.br/PesquisasemGeociencias/about/submissions#onlineSubmissions>

Diretrizes: <http://seer.ufrgs.br/PesquisasemGeociencias/about/submissions#authorGuidelines>

Data de publicação - jan./abr., 1986.

Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil

TRANSPORTE DE COORDENADAS NO ELIPSÓIDE DE REVOLUÇÃO COM PROGRAMA PARA MINICALCULADORAS

FRANCISCO HUMBERTO SIMÕES MAGRO *

SINOPSE

Um programa para minicalculadoras foi elaborado no Sistema Algébrico Operacional (AOS) permitindo o transporte de coordenadas geográficas sobre o elipsóide de referência com a utilização das fórmulas da latitude média de Gauss.

ABSTRACT

A program for minicalculators was made in the Algebraic Operating System (AOS) in order to allow the computation of geodetic positions on the reference ellipsoid using the Gauss mid-latitude formulae.

INTRODUÇÃO

Considere-se um elipsóide de revolução definido pelos seus parâmetros semi-eixo maior (a) e achatamento (α) como modelo para representar a Terra. Assim, o quadrado da excentricidade primeira pode ser calculado com a expressão seguinte:

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2 \tag{1}$$

De igual forma, os raios de curvatura das seções meridiana e primeiro vertical, denominados de M e N , respectivamente, são obtidos com

$$M = a(1 - e^2) / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2} \tag{2}$$

$$N = a / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2} \tag{3}$$

onde ϕ representa a latitude geográfica do lugar.

* Departamento de Geodésia do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Trabalho recebido para publicação em 23 de outubro de 1984.

Pesquisas	Porto Alegre	n.17	p.168-176	1986
-----------	--------------	------	-----------	------

TRANSPORTE DE COORDENADAS NO ELIPSÓIDE

Quando se tem dois pontos A e B no elipsóide de revolução dos quais se conhece

- ϕ_A — latitude geográfica de A,
- λ_A — longitude geográfica de A,
- s — comprimento da geodésica AB e
- β_{AB} — azimute da geodésica AB

e, se pretende saber

- ϕ_B — latitude geográfica de B,
- λ_B — longitude geográfica de B e
- β_{BA} — azimute da geodésica BA ou contra-azimute de AB

então, uma das formas para resolver o problema acima, denominado de problema direto da geodésia geométrica, entre as várias que existem, é com a aplicação das fórmulas da latitude média de Gauss.

Segundo Krakiwsky & Thomson (1974, p. 53-4), essas fórmulas foram publicadas pela primeira vez na Inglaterra no ano de 1861, mas pela sua utilidade, ainda hoje são usadas. Ainda a mesma fonte informa que essas expressões devem ser utilizadas para pontos que tenham geodésicas inferiores a 40km e a módulos de latitude menores que 80°. As referidas expressões, pressupõem que o azimute da geodésica tem a sua contagem a partir do Sul e no sentido horário. As fórmulas são:

$$d\phi = s \cos \beta_m / M_m \quad (4)$$

$$\phi_B = \phi_A - d\phi \quad (5)$$

$$\phi_m = (\phi_A + \phi_B) / 2 \quad (6)$$

$$d\beta = s \sin \beta_m \operatorname{tg} \phi_m / N_m \quad (7)$$

$$\beta_m = \beta_{AB} - d\beta / 2 \quad (8)$$

$$d\lambda = s \sin \beta_m / N_m \cos \phi_m \quad (9)$$

$$\lambda_B = \lambda_A - d\lambda \quad (10)$$

$$\beta_{BA} = \beta_{AB} + d\beta \pm \pi \quad (11)$$

Ao serem analisadas as expressões (4 a 11), constata-se, facilmente, que o valor de ϕ_B é obtido através de um processo iterativo, sendo que numa primeira aproximação, com o auxílio da (5) e da (4), utiliza-se β_{AB} no lugar de β_m na (4) e na 7). Com o cálculo de $d\beta$, obtém-se β_m com a (8). Então volta-se a utilizar da (4) até à (8). O processo iterativo deve-se dar por findo quando

$$|\phi_{B_i} - \phi_{B_{i-1}}| < 0,0001'' \quad (12)$$

com $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Atingida a convergência desejada, pode-se então, calcular λ_B e β_{BA} com o auxílio das expressões (9) a (11). Com o cálculo de ϕ_B , λ_B e β_{BA} dispõe-se dos elementos essenciais para um novo transporte de coordenadas, visto que, com a expressão abaixo

$$\beta_{BC} = \beta_{BA} + \gamma \quad (13)$$

pode-se calcular o azimuth da geodésica seguinte desde que, se conheça o ângulo poligonal γ .

PROGRAMA NO SISTEMA ALGÉBRICO OPERACIONAL E INSTRUÇÕES PARA SEU USO

Foi elaborado um programa no Sistema Algébrico Operacional, o qual se encontra no apêndice deste trabalho. O referido programa, calcula o transporte de coordenadas sobre o elipsóide de referência e está fundamentado nas expressões atrás definidas. A seguir são dadas instruções para seu uso.

PASSO	PROCEDIMENTO	INTRODUZA	PRESSIONE	VISOR
1	Entre em "Learn"		LRN	000 00
2	Introduza o programa			
3	Saia de "Learn"		LRN	0
4	Forneça o semi-eixo maior do elips. de ref.	a	A	a
5	Forneça o achatamento do elips. de refer.	α	RS	e^2
6	Calcule e forneça a constante auxiliar de transformação	180	$\div 2nd\pi$ = RS	3.1415 57.295
7	Forneça a latitude em G.MS	ϕ_A	B	ϕ rad
8	Forneça a longitude em G.MS	λ_A	C	λ rad
9	Forneça o azimute da geodésia	β_{AB}	D	β rad
10	Forneça comprimento da geodésia	s	E RS	ϕ_B G.MS λ_B G.MS
11	Obtenha longitude de B		RS	β_{BA} G.MS
12	Obtenha contra-azimute			
13	Para cálculo de poligonais faça o passo 14 e volte ao 10 executando-o até ao 12 inclusive			
14	Forneça o ângulo poligonal em G.MS	γ	2 nd A'	β_{BC} G.MS

EXEMPLO

O cálculo da poligonal será desenvolvido sobre o elipsóide de referência internacional de 1967 com

$$a = 6.378.160 \text{ m e}$$

$$\alpha = 1 : 298,247.$$

Os dados, para o referido cálculo, encontram-se na planilha abaixo:

Vértice ocupado	Vértice visado	Ângulo poligonal	Geodésica (m)
São João	Porteirinha	72°46'53,09"	24.172,41
Porteirinha	Passa Três	102°59'34,51"	22.077,11
Passa Três	Tomé	163°04'56,30"	26.472,07
Tomé	Serrinha	106°01'01,58"	18.188,69
Serrinha	São Pedro	79°03'17,72"	22.404,00
São Pedro	São João	196°04'21,29"	30.708,65

Esses dados devem ser complementados com as coordenadas geodésicas do vértice

São João $\phi = 15^{\circ}18'31,1838''S$
 $\lambda = 48^{\circ}46'42,3240''W$

e o azimute da geodésica

São João – Porteirinha $175^{\circ}16'57,47''$.

Com os dados precedentes e o programa do apêndice obtiveram-se os resultados constantes da Tabela I.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O programa aplicado a minicalculadoras que trabalhem no sistema AOS serve para fazer o transporte de coordenadas no elipsóide de revolução. Esse programa permite que se faça transporte de coordenadas de forma isolada de um ponto para outro ou numa seqüência de pontos para poligonais ou triangulações.

A aplicação das fórmulas da latitude média de Gauss é sabidamente incomensurável e aliado à rapidez na obtenção dos resultados, o programa aqui apresentado, mostrou-se eficiente.

Tabela I – RESULTADOS OBTIDOS COM PROGRAMA PARA MINICALCULADORAS NO SISTEMA ALGÉBRICO OPERACIONAL

VÉRTICE OCUPADO	VÉRTICE VISADO	AZIMUTE 0' "	CONTRA-AZIM. 0' "	LATITUDE 0' " " (S)	LONGITUDE 0' " " (W)
SÃO JOÃO	PORTEIRINHA	175 16 57,47	355 17 14,92	15 05 27,40	48 47 48,894
PORTEIRINHA	PASSA TRÊS	98 16 49,43	278 19 59,7	15 03 43,6297	49 00 00,3786
PASSA TRÊS	TOMÉ	81 24 56,0	261 28 44,05	15 05 51,7181	49 14 36,9383
TOMÉ	SERRINHA	7 29 45,63	187 30 06,45	15 15 38,4219	49 15 56,4604
SERRINHA	SÃO PEDRO	266 33 24,17	86 30 06,99	15 14 54,2958	49 03 27,0234
SÃO PEDRO	SÃO JOÃO	282 34 28,28	102 30 03,53	15 18 31,1811	48 46 42,3268

BIBLIOGRAFIA

KRAKIWSKY, E. J. & THOMSOM, Donald B. 1974. Geodetic position computations. *Lecture Notes, Departament of Surveying Enginering University of New Brunswick*, Fredericton, 39: 1-99.

MAGRO, Francisco H. S. 1983. *Ajustamento de triangulações geodésicas pelo método de variação de coordenadas com e sem injunções iniciais*. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. 118p. Dissertação Mestrado Geociências.

APÊNDICE

LOC.	CÓD.	TECLA	LOC.	CÓD.	TECLA
000	76	2nd Lbl	028	99	2nd Prt
001	11	A	029	88	2nd D.MS
002	42	STO	030	55	÷
003	00	00	031	43	RCL
004	99	2nd Prt	032	08	08
005	98	2nd Adv	033	95	=
006	91	RS	034	42	STO
007	42	STO	035	02	02
008	01	01	036	42	STO
009	65	X	037	06	06
010	02	2	038	91	RS
011	75	—	039	76	2nd Lbl
012	43	RCL	040	13	C
013	01	01	041	99	2nd Prt
014	33	X ²	042	88	2nd D.MS
015	95	=	043	55	÷
016	42	STO	044	43	RCL
017	01	01	045	08	08
018	99	2nd Prt	046	95	=
019	98	2nd Adv	047	42	STO
020	91	RS	048	07	07
021	42	STO	049	98	2nd Adv
022	08	08	050	91	RS
023	99	2nd Prt	051	76	2nd Lbl
024	98	2nd Adv	052	14	D
025	91	RS	053	99	2nd Prt
026	76	2nd Lbl	054	88	2nd D.MS
027	12	B	055	55	÷

LOC.	CÓD.	TECLA	LOC.	CÓD.	TECLA
056	43	RCL	094	38	2nd sin
057	08	08	095	33	X ²
058	95	=	096	54	)
059	42	STO	097	45	y ^x
060	05	05	098	01	1
061	42	STO	099	93	.
062	09	09	100	05	5
063	91	RS	101	55	÷
064	76	2nd Lbl	102	43	RCL
065	15	E	103	00	00
066	42	STO	104	55	÷
067	04	04	105	53	(
068	99	2nd Prt	106	01	1
069	98	2nd Adv	107	75	—
070	70	2nd Rad	108	43	RCL
071	04	4	109	01	01
072	42	STO	110	54	)
073	03	03	111	95	=
074	76	2nd Lbl	112	42	STO
075	18	2nd C'	113	10	10
076	43	RCL	114	85	†
077	02	02	115	43	RCL
078	75	—	116	02	02
079	43	RCL	117	95	=
080	04	04	118	55	÷
081	65	X	119	02	2
082	43	RCL	120	95	=
083	09	09	121	42	STO
084	39	2nd cos	122	06	06
085	65	X	123	30	2nd tan
086	53	(	124	65	X
087	01	1	125	43	RCL
088	75	—	126	09	09
089	43	RCL	127	38	2nd sin
090	01	01	128	65	X
091	65	X	129	43	RCL
092	43	RCL	130	04	04
093	06	06	131	55	÷

LOC.	CÓD.	TECLA	LOC.	CÓD.	TECLA
132	43	RCL	170	08	08
133	00	00	171	95	=
134	65	X	172	22	INV
135	53	(	173	88	2nd DMS
136	01	1	174	99	2nd Prt
137	75	—	175	91	RS
138	43	RCL	176	43	RCL
139	01	01	177	07	07
140	65	X	178	75	—
141	43	RCL	179	43	RCL
142	06	06	180	04	04
143	38	2nd sin	181	65	X
144	33	X ²	182	43	RCL
145	54	)	183	09	09
146	34	√x	184	38	2nd sin
147	42	STO	185	55	÷
148	11	11	186	43	RCL
149	95	=	187	00	00
150	42	STO	188	55	÷
151	12	12	189	43	RCL
152	94	±	190	06	06
153	55	÷	191	39	2nd cos
154	02	2	192	65	X
155	85	+	193	43	RCL
156	43	RCL	194	11	11
157	05	05	195	95	=
158	95	=	196	42	STO
159	42	STO	197	07	07
160	09	09	198	65	X
161	97	2nd Dsz	199	43	RCL
162	03	3	200	08	08
163	18	2nd C'	201	95	=
164	43	RCL	202	22	INV
165	10	10	203	88	2nd D.MS
166	42	STO	204	99	2nd Prt
167	02	02	205	91	RS
168	65	X	206	43	RCL
169	43	RCL	207	05	05

LOC.	CÓD.	TECLA	LOC.	CÓD.	TECLA
208	75	—	246	08	08
209	43	RCL	247	95	=
210	12	12	248	44	SUM
211	75	—	249	05	05
212	89	2nd π	250	43	RCL
213	95	=	251	05	05
214	32	$X \rightarrow t$	252	32	$X \rightarrow t$
215	00	0	253	02	2
216	77	2nd $X \geq t$	254	65	X
217	02	2	255	89	2nd π
218	31	31	256	95	=
219	32	$X \rightarrow t$	257	77	2nd $X \geq t$
220	42	STO	258	02	2
221	05	05	259	62	62
222	65	X	260	94	$\pm$
223	43	RCL	261	85	+
224	08	08	262	32	$X \rightarrow t$
225	95	=	263	95	=
226	22	INV	264	42	STO
227	88	2nd D.MS	265	05	05
228	99	2nd Prt	266	43	STO
229	98	2nd Adv	267	09	09
230	91	RS	268	65	X
231	32	$X \rightarrow t$	269	43	RCL
232	85	+	270	08	08
233	89	2nd π	271	95	=
234	65	X	272	22	INV
235	02	2	273	88	2nd D.MS
236	95	=	274	99	2nd Prt
237	61	GTO	275	98	2nd Adv
238	02	2	276	91	RS
239	20	20			
240	76	2nd Lbl			
241	16	2nd A'			
242	99	2nd Prt			
243	88	2nd D.MS			
244	55	$\div$			
245	43	RCL			