

# Relatos de Experiência



# Medindo a altura da escola com Trigonometria e teodolitos



Giselle Anna Oliveira Silva\*  
Samantha da Silva Vargas\*\*  
Verônica Ferreira dos Santos\*\*\*  
Josivaldo Gonçalves dos Santos\*\*\*\*  
Kelling Cabral Souto\*\*\*\*\*  
Denise Leal de Castro\*\*\*\*\*  
Karla Gomes de Alencar Pinto\*\*\*\*\*  
Vitor Luiz Bastos de Jesus\*\*\*\*\*

\* > Mestranda em matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. E-mail: giselleanna3@ufrj.br

\*\* > Graduação em Licenciatura em Matemática. Professora de matemática na Prefeitura de Japeri e no Centro Educacional Manuel Pereira. E-mail: samantharomeu@hotmail.com

\*\*\* > Graduação em Licenciatura em Matemática. Tutora do CEDERJ das disciplinas Matemática Discreta e Construções Geométricas. E-mail: verofes@gmail.com

\*\*\*\* > Especialista em matemática. Professor de matemática do Colégio Naval. E-mail: josuperprof@gmail.com

\*\*\*\*\* > Doutora em engenharia nuclear. Professora da área de matemática para os cursos técnicos e de graduação do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro – campus Nilópolis. E-mail: kelling.souto@ifrj.edu.br

\*\*\*\*\* > Doutora em Ciências. Professora das disciplinas Estágio supervisionado. Trabalho de conclusão de curso e Química em sala de aula, do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro – campus Nilópolis. E-mail: denise.castro@ifrj.edu.br

\*\*\*\*\* > Doutora em Ciências. Professora da área de química para os cursos técnicos, os de graduação e pós graduação do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro – campus Nilópolis. E-mail: karla.pinto@ifrj.edu.br

\*\*\*\*\* > Pós doutorado em física atômica e física molecular experimental. Professor da área de física para os cursos técnicos, os de graduação e pós graduação do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro – campus Nilópolis. E-mail: vitor.jesus@ifrj.edu.br

## Resumo:

Neste trabalho será apresentada a experiência vivenciada por bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) do IFRJ, na aplicação da atividade “Medindo com o Auxílio do Teodolito”. Ela consistiu de uma prática em que os alunos puderam medir a altura do prédio da escola, utilizando um teodolito confeccionado com materiais de baixo custo. O experimento carrega o objetivo de mostrar aos estudantes uma aplicação da Trigonometria no cotidiano, utilizando a relação trigonométrica tangente para medir uma distância inacessível com instrumentos de medida convencionais, levando aos alunos a uma aula mais dinâmica. Durante esta experiência foram aplicados dois testes que puderam verificar quantitativamente a contribuição da atividade, que foi considerada satisfatória ao final do experimento, pois atingiu o seu objetivo de contribuir de forma significativa para o aprendizado dos alunos sobre as relações trigonométricas, em especial a tangente. Além de ter possibilitado a detecção de algumas outras dificuldades em matemática apresentadas pelos alunos.

## Palavras-chave:

Trigonometria no triângulo retângulo. Teodolito. Ensino de Matemática.

## Resumen:

En este trabajo será presentada la experiencia vivenciada por los becarios del Programa Institucional de Becas de Iniciación a la docencia (PIBID) del IFRJ, en la aplicación de la actividad “Midiendo con el auxilio del teodolito”. Ella se constituyó de una práctica en la cual los alumnos pudieron medir la altura del edificio de la escuela, utilizando un teodolito confeccionado con materiales de bajo costo. El experimento tiene como objetivo mostrar a los estudiantes una aplicación de la trigonometría en el cotidiano, utilizando la relación trigonométrica tangente para medir una distancia inaccesible, llevando a los alumnos a una clase más dinámica. A lo largo de esta experiencia fue aplicada dos pruebas que pudieron verificar cuantitativamente la contribución de la actividad, que fue considerada satisfactoria al final del experimento.

## Palabras-clave:

Trigonometría en el triángulo rectángulo. Teodolito. Enseñanza de Matemáticas.

## Introdução

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2008, p. 74-75), “[...] É recomendável o estudo da razão trigonométrica tangente pela sua importância na resolução de diversos tipos de problemas. Problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da Trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola”.

Tendo em vista que muitos estudantes apresentam dificuldades no estudo das relações trigonométricas, em particular alguns dos alunos do CIEP, onde atuamos como bolsistas do projeto PIBID/IFRJ, foi elaborada uma aula atrativa e diferente do que eles vivenciam no dia-a-dia para ensinar o conceito de tangente através de exemplos contextualizados, com a participação dos alunos durante toda a aula e com a realização de uma das aplicações da razão trigonométrica tangente. Dessa maneira, que os alunos conseguem levar os conceitos construídos em aula para seu cotidiano, analisando os conteúdos estudados e os resultados obtidos. A atividade “Medindo com o auxílio do Teodolito” tem por objetivo proporcionar ao aluno um contato real com o conteúdo de Trigonometria que é estudado em sala de aula, através de uma aplicação do uso da relação trigonométrica tangente, utilizando o teodolito como um auxiliar para calcular a medida da altura da Escola, de forma a ser um elemento que agrega valor e significado no ensino de Trigonometria e proporcionar aos alunos um contato como Teodolito, uma ferramenta importante para a medição de ângulos.

O PIBID/IFRJ constitui-se em uma forma de contribuição do IFRJ na formação de professores para Educação Básica. Tendo em vista que é um grande desafio tornar o ensino de Ciências e Matemática mais interessante, a proposta do programa está baseada em uma aprendizagem de forma contextualizada, interdisciplinar e significativa com objetivo de estimular o ensino de Ciências e de Matemática apoiado nas atividades práticas, nos experimentos e nas situações concretas. A elaboração e aplicação da aula, que contava com a atividade “Medindo com o auxílio do Teodolito” foi realizada pelos bolsistas do PIBID/IFRJ, e pelo professor supervisor, no segundo bimestre de 2013, numa turma do 1º ano do Ensino Médio do CIEP Nelson Rodrigues, situado no município de Nova Iguaçu/RJ.

## Embasamento teórico

Segundo Smole e Diniz (2005, p. 267) a origem da palavra “Trigonometria” é grega, formada pelo termo grego *trigonos* que significa triângulo e pelo termo *metrein* que significa medir. A Trigonometria versa a resolução de problemas envolvendo triângulos e está presente em nosso cotidiano desde a antiguidade. Conforme Costa (2014, p. 1), a Trigonometria evoluiu ao longo do tempo, pois cada momento da história e cada civilização contribuíram para o seu desenvolvimento, tendo destaque o Egito Antigo (possível local do seu surgimento), a China antiga, a Grécia, o mundo árabe, a idade média europeia, até aos dias de hoje. A Trigonometria possui aplicações em vários campos, como Engenharia, Arquitetura, Astronomia e navegação marítima e aérea. Possibilita, também, o cálculo de ângulos, de distâncias entre pontos na superfície terrestre, auxilia no estudo da termodinâmica, entre outras funcionalidades.

Deparamo-nos muitas vezes com alunos que não conseguem entender e até mesmo tem aversão à Trigonometria, apesar de podemos encontrar algumas de suas aplicações em quase tudo a nossa volta. De acordo com Lindegger (2000, p. 4) os alunos sentem-se “incomodados” ao tratarem assuntos envolvendo a Trigonometria, o que, normalmente, acarreta uma rejeição ao conteúdo, o que pode relacionar-se à falta de compreensão dos

conceitos trigonométricos básicos, visto os erros de notação e de conceito observados nas representações matemáticas até entre alunos iniciantes do ensino superior. De acordo com Lima (2002, p. 184):

As aplicações do conhecimento matemático incluem a resolução de problemas, essa arte intrigante que, por meio de desafios, desenvolve a criatividade, nutre a autoestima, estimula a imaginação e recompensa o esforço de aprender. [...] As aplicações são a parte ancilar da Matemática. São a conexão entre a abstração e a realidade. Para um grande número de alunos, são o lado mais atraente das aulas, o despertador que os acorda, o estímulo que os incita a pensar.

No site do Museu de Astronomia de São Cristóvão (RJ), podemos encontrar a definição de um teodolito, que é:

Um instrumento ótico utilizado para medir ângulos, tanto horizontais como verticais, em medidas diretas e indiretas de distâncias. O teodolito é posicionado em um ponto de forma que esteja nivelado com o eixo de gravidade do local, mira-se com a luneta para outro ponto e, então, toma-se sua medida angular. [...] Emprega-se o teodolito em Topografia e Geodésia sendo seu uso também aplicado à engenharia (MAST, 2013).

A partir desses elementos foi elaborada uma atividade para ajudar os estudantes no processo de aprendizagem, com uma aplicação do conteúdo de Trigonometria que consiste em fazer a medição de distâncias inacessíveis utilizando relações trigonométricas. Além disso, foi criado um teodolito com materiais de baixo custo, como transferidor, cartolina e canudo (entre outros), que possibilitassem o manuseio e também o primeiro contato com o instrumento pelos alunos, visto que muitos não conheciam tal instrumento de medição.

## Metodologia

Para medir o quanto a atividade contribuiu na aprendizagem dos alunos, utilizou-se a abordagem empírico-analítica.

[...] O processo de produção de conhecimentos, nessa abordagem, orienta-se pela aplicação do método científico, o qual, de modo geral, compreende as fases de formulação de um problema, levantamento de hipóteses, testagens de pressupostos, confirmação ou refutação das hipóteses e conclusões (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 63-64).

Dessa forma, elaborou-se e aplicou-se aos alunos duas questões sobre Trigonometria, de modo que os estudantes para chegarem ao resultado esperado impreterivelmente deveriam usar as relações trigonométricas, já estudadas em sala de aula. A primeira questão fora aplicada antes da atividade, para verificar se os alunos conseguiam utilizar as relações trigonométricas e a segunda fora aplicada após a atividade, de modo que eles usassem a relação tangente para chegar ao resultado esperado. Isso tornou possível verificar a variação da porcentagem de acertos e erros dos alunos, concluindo assim o quanto esta atividade contribuiu para o aprendizado dos aprendizes em relação ao conteúdo de Trigonometria trabalhado.

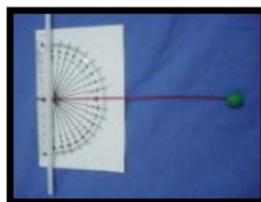
## Aplicação da atividade

A atividade “Medindo com o auxílio do Teodolito” originou-se para mostrar aos alunos uma aplicação das relações trigonométricas, em mais específico sobre a tangente, de modo que possibilite uma melhor compreensão do conteúdo pelos estudantes. Essa atividade foi dividida em cinco momentos, sendo eles:

### a. Elaboração do Teodolito

Primeiramente foram elaborados os Teodolitos Simples (Figura 1). Feitos pelos bolsistas, sua construção deu-se com materiais simples: cartolina, transferidor (180°), canudo, barbante, cola quente ou fita adesiva, marcador permanente preto e massinha de modelar.

Figura 1 – Teodolito Simples



Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

### b. Aplicação do 1º Teste Diagnóstico

Com os alunos no laboratório de ciências da escola foi aplicado o 1º Teste Diagnóstico, contendo uma questão, a fim de verificar o conhecimento dos alunos sobre as relações trigonométricas. O conteúdo já havia sido apresentado em sala de aula pelo professor de matemática daquela turma.

### c. Revisando conceitos e explicando o roteiro

Em seguida, também no laboratório de ciências, revisou-se o conteúdo sobre as relações trigonométricas no triângulo retângulo e para a relação tangente utilizou-se uma situação-problema (Figura 2), em que era necessário encontrar uma forma de poder medir ou descobrir o valor da medida da altura de um edifício. A partir dos comentários dos alunos apresentamos como a relação trigonométrica tangente ajudaria a encontrar tal medida. Depois, exibimos e explicamos aos alunos a importância e a utilização do Teodolito (Figura 3). Logo após, apresentamos o roteiro da atividade para os estudantes, descrevendo o passo a passo de como cada medição deveria ser feita, dos dados a serem coletados e como utilizá-los para se encontrar a altura do prédio da escola.

Figura 2 – Situação-problema



Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

Figura 3 – Apresentando o Teodolito



Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

### d. Encontrando a altura do prédio

Essa parte da atividade fora realizada no pátio da escola, de modo que se podia ter uma visão de todas as dimensões do prédio do CIEP. A turma foi dividida em duplas e trios. Cada grupo recebeu: uma prancheta, o roteiro da atividade, uma tabela trigonométrica, uma folha para a realização dos cálculos, uma trena de três metros e um teodolito. Todos os bolsistas do PIBID que atuam no colégio contribuíram como monitores orientando cerca de dois a três dos grupos, seguindo o passo-a-passo descrito abaixo. Dentro de cada grupo foi escolhido quem seria o ‘observador’, ou seja, o que utilizaria o teodolito para medir o ângulo da altura dos seus olhos com o ponto mais alto do Prédio do CIEP, tendo sua altura medida (Figura 4).

Figura 4 – Medição da altura do observador



Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

Para encontrar o ângulo  $\theta$  os alunos utilizaram o Teodolito: colocaram o instrumento confeccionado na direção do ponto mais alto do Prédio do CIEP – para dar uma direção aos alunos foi preso um pano colorido no topo do Prédio, de modo a que eles observassem esse ponto colorido através do orifício do canudinho (Figura 5). Enquanto isso o outro aluno deveria observar e anotar o ângulo marcado pelo barbante no transferidor. Para uma maior precisão, eles puderam fotografar a posição do barbante e assim anotar o valor do ângulo obtido.

Figura 5 – Anotando o ângulo



Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

Os grupos escolheram o quanto queriam se distanciar do prédio, medindo e anotando essa distância (Figura 6).

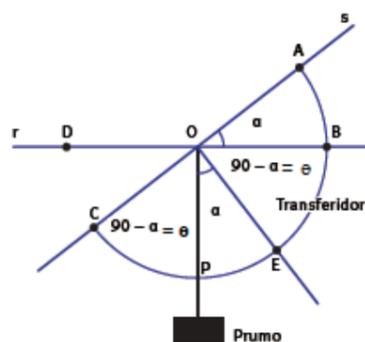
Figura 6 – Medição da distância do prédio ao observador



Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

Com base em *O experimento – A altura da árvore*<sup>1</sup>, o ângulo que foi utilizado nos cálculos foi o ângulo  $\alpha$  (Figura 7):

Figura 7 – O porquê do ângulo  $\alpha$



Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

[...] Onde temos que a reta  $r$  passa pela linha-de-fé do transferidor; A reta  $r$  faz um ângulo  $\alpha$  com a reta  $s$ ; Os ângulos  $A\hat{O}B$  e  $C\hat{O}D$  são opostos pelo vértice e, portanto, congruentes;  $OP$  corresponde ao fio de prumo e é perpendicular a reta  $r$ . Então, o ângulo  $C\hat{O}P$  mede  $90^\circ - \alpha$ ; Como  $OE$  é perpendicular a reta  $s$ , temos o ângulo  $E\hat{O}P$  medindo  $\alpha$ , ou seja, o ângulo medido pelos alunos com o Teodolito foi  $\theta$  e o utilizado

1 > Material da M<sup>3</sup> – Matemática Multímídia. Disponível em: <http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Experimentos/ExperimentosM3Matematica/a\_altura\_da\_arvore/>.

no calculo foi  $\alpha = 90^\circ - \theta$  (SOARES; SANTINHO; RODRIGUES; ROSA, 2001, p. 9).

Com todos os dados obtidos foi utilizada a relação trigonométrica tangente, para encontrar parte da altura do prédio e em seguida esse valor foi somado à altura do observador, obtendo assim a altura total do Prédio (Figura 8).

Figura 8 – Altura do Prédio



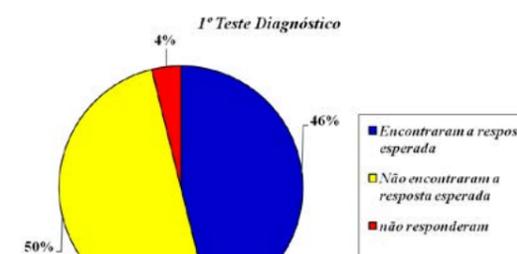
Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

- e. Aplicação do 2º Teste Diagnóstico  
Depois da realização da atividade, os monitores aplicaram o 2º Teste Diagnóstico, contendo uma questão discursiva. Para resolvê-la os alunos deveriam utilizar a relação trigonométrica tangente no desenvolvimento do exercício.

### Resultados

No gráfico do 1º teste diagnóstico (Figura 9) podemos observar que menos da metade da turma soube utilizar as relações trigonométricas para se resolver o exercício proposto e chegar na resposta esperada; metade da turma não conseguiu utilizar nem a relação seno nem a tangente para chegar à solução esperada e um aluno não respondeu ao teste, ainda que tal conteúdo tenha sido visto em sala de aula.

Figura 9 – Gráfico do 1º teste diagnóstico

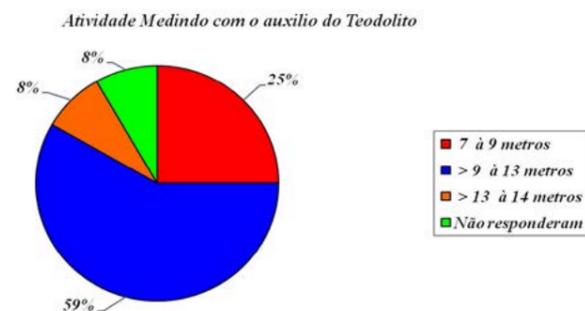


Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

No gráfico do resultado das medições (Figura 10), devido às imprecisões que se obtém com o uso do Teodolito e com a aproximação de casas decimais dos valores das tangentes, se considerou a resposta esperada um valor de altura entre nove a treze metros.

Com isso podemos perceber que mais da metade dos grupos tiveram um resultado dentro do esperado, um quarto dos grupos obteve uma medida para altura abaixo do esperado, um dos grupos obteve um resultado de altura maior que o esperado e um dos grupos não respondeu.

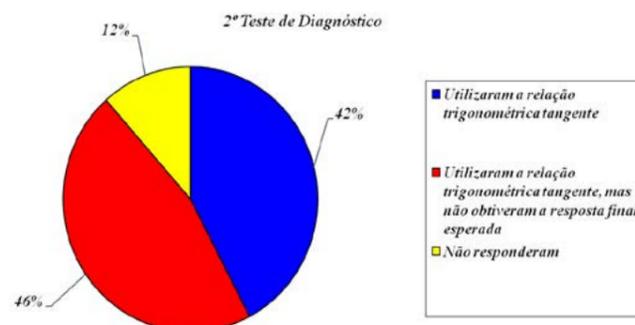
**Figura 10 – Gráfico dos valores encontrados para a altura da escola**



Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

No gráfico do 2º teste diagnóstico (Figura 11), podemos observar que 12% não responderam, 42% alunos apresentaram ter compreendido a relação trigonométrica tangente e chegaram à resposta esperada e por fim 46% apresentaram ter compreendido a relação trigonométrica tangente, entretanto não chegaram à resposta esperada, pois não souberam resolver adequadamente a conta de divisão de números decimais. Consideramos esse um bom resultado para o 2º Teste diagnóstico, tendo em vista que o objetivo era avaliar se o aprendizado dos alunos sobre as relações trigonométricas havia melhorado devido à aplicação da atividade “Medindo com o auxílio do Teodolito”.

**Figura 11 – Gráfico do 2º teste diagnóstico**



Fonte: Dados da pesquisa, 2013.

## Considerações Finais

A atividade proporcionou uma aula diferente, e observamos a participação e a interação entre os alunos. Com base nos relatos dos estudantes, pôde-se perceber que muitos entenderam e compreenderam melhor as relações trigonométricas, devido ao fato que eles estiveram durante todos os momentos agindo diante do problema proposto (calcular a medida da altura da escola). Percebemos, a partir dos resultados e dos comentários dos alunos, que a atividade “Medindo com o auxílio do Teodolito”, atingiu o seu objetivo de

contribuir de forma significativa para o aprendizado dos alunos sobre as relações trigonométricas, em especial a tangente, além de possibilitar a detecção de algumas outras dificuldades apresentadas pelos alunos como, por exemplo, a divisão de um número decimal, que ocasionou a não obtenção da resposta final esperada no 2º Teste Diagnóstico. A partir disso, em outro momento elaboramos uma oficina que trabalhou com os alunos a soma, subtração, multiplicação e divisão de números decimais.

## Agradecimentos

Ao CIEP Nelson Rodrigues pela participação no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), ao IFRJ pela possibilidade de implantação do projeto e a CAPES pelo financiamento.

## Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília, DF: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2008.
- COSTA, Ailton Barcelos da. *Evolução Histórica da Trigonometria: Historical evolution of Trigonometry*. Disponível em: <[www.geocities.ws/ailton\\_barcelos/Artigo\\_Hist\\_Trigonometria.doc](http://www.geocities.ws/ailton_barcelos/Artigo_Hist_Trigonometria.doc)>. Acesso em: 18 jan. 2014.
- FIorentini, Dario; Lorenzato, Sergio. *Investigação em educação matemática, percursos teóricos e metodológicos*. Coleção Formação de Professores. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.
- IFRJ. *PIBID*. Disponibiliza informações sobre o Programa PIBID. Disponível em: <<http://www.ifrj.edu.br/node/1173>>. Acesso em: 27 jan. 2013.
- LIMA, Elon Lages. *Matemática e Ensino*. Rio de Janeiro: SBM, 2002.
- LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. *Construindo os conceitos básicos da Trigonometria no Triângulo Retângulo: uma proposta a partir da manipulação*. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.
- MAST. Acervo do Museu de Astronomia. *Teodolito*. Disponível em: <[http://www.mast.br/multimedia\\_instrumentos/teodolito\\_funcao.html](http://www.mast.br/multimedia_instrumentos/teodolito_funcao.html)>. Acesso em: 20 out. 2013.
- SMOLE, Katia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Igner de Souza Vieira. *Matemática: ensino médio*. 1ª Série. v. 1. São Paulo: Saraiva, 2005.
- SOARES, Maria Zoraide et al. *O experimento: a altura da árvore*. Matemática Multimídia. São Paulo: FNDE-UNICAMP, 2001.

