Faculdade
de Ciências Econômicas
UFRGS

análise econômica

ano 11	setembro, 1993	n° 20

Os materiais publicados na revista *Análise Econômica* são da exclusiva responsabilidade dos autores. É permitida a reprodução total ou parcial dos trabalhos, desde que seja citada a fonte. Aceita-se permuta com revistas congêneres. Aceitam-se, também, livros para divulgação, elaboração de resenhas e recensões. Toda correspondência, material para publicação (vide normas na terceira capa), assinaturas e permutas devem ser dirigidos ao seguinte destinatário:

PROF. NALI DE JESUS DE SOUZA
Revista *Análise Econômica*
Av. João Pessoa, 52
CEP 90040-000 PORTO ALEGRE - RS, BRASIL
E-MAIL: NALI@VORTEX.UFRGS.BR
Telefones: (051) 316-3348 e 316-3440
Fax: (051) 225-1067

HIPERINFLAÇÃO E A FORMA FUNCIONAL DA EQUAÇÃO DE DEMANDA DE MOEDA

Fernando de Holanda Barbosa*

SINOPSE

Este artigo demonstra, no contexto de um modelo de hiperinflação bastante usado na literatura, originado no trabalho de Cagan, e que contém (a) uma demanda por moeda, (b) uma condição de monetização do déficit e (c) uma equação de formação de expectativas, que não somente esta última - expectativas racionais ou adaptadas - é crucial para a estabilidade dos equilíbrios, mas, que, também, a especificação da forma da demanda por moeda, dado o tipo das expectativas, pode alterar as propriedades dos equilíbrios. Com expectativas racionais, a hiperinflação pode ser gerada por uma demanda por moeda elástica em relação à taxa de inflação. Com expectativas adaptadas, nada pode ser dito *a priori* sobre a estabilidade do (s) equilíbrio (s), pois, em geral, ela depende da forma da função da demanda.

1. INTRODUÇÃO

Um modelo bastante conhecido na literatura que procura explicar processos hiperinflacionários contém três ingredientes: (a) uma equação de demanda de moeda em que o encaixe real (m = M/P) depende da taxa de inflação esperada (π^e); (b) o déficit público é financiado através da emissão de moeda; (c) um mecanismo de formação de expectativas que relaciona a inflação esperada com a inflação observada. Isto é:

$$m = L\left(\pi^e\right), \; L < 0 \qquad (1)$$

$$Pf = \frac{dM}{dt} \qquad (2)$$

$$\dot{\pi}^e = \theta\left(\pi - \pi^e\right), \; \theta > 0 \qquad (3)$$

Na segunda equação, *P* é o nível de preços e f representa o déficit público real, que

* Professor da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas e do Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal Fluminense.

Cód. AEA 130	*Palavras-chave*: hiperinflação, modelo de Cagan, expectativas racionais e adaptadas

ANÁLISE ECONÔMICA	ANO 11	Setembro/93	p. 5-16

é suposto constante. A equação (3) é o mecanismo de expectativa adaptativa. Quando $\theta \to \infty$, tem-se expectativas racionais no sentido de previsão perfeita, pois neste caso $\pi^e = \pi$.

Quando a equação de demanda de moeda tem a especificação adotada por Cagan,

$$\ln m = \ln\beta - \alpha\pi^e\ , \quad \alpha > 0$$

e o déficit público *f* é menor do que o valor máximo do imposto inflacionário que é possível arrecadar de modo permanente, existem dois pontos de equilíbrio no modelo, um, de inflação alta e outro, de inflação baixa. Se as expectativas são racionais ($\pi^e = \pi$), o ponto de inflação alta é estável e o de inflação baixa é instável. Conclui-se, então, que o modelo é incapaz de gerar hiperinflação. No caso de expectativas adaptativas, ocorre justamente o contrário: o ponto de inflação baixa é estável e o ponto de inflação alta é instável. Existe, portanto, a possibilidade de ocorrência de hiperinflação.[1]

Este trabalho tem como objetivo demostrar que esta preposição depende da forma funcional da equação de demanda de moeda, o que será feito analisando-se o modelo para as seguintes especificações da equação de demanda de moeda.[2]

$$\ln m = \ln\beta - \alpha\pi^e \qquad (4)$$

$$m = \beta - \alpha\pi^e \qquad (5)$$

$$\ln m = \ln\beta - \alpha\ln\pi^e \qquad (6)$$

$$m = \beta + \frac{\alpha}{\pi^e} \qquad (7)$$

$$\ln m = \beta + \frac{\alpha}{\pi^e} \qquad (8)$$

---

[1] Estas propriedades são bem conhecidas na literatura [veja-se, por exemplo, Barbosa (1991) e Bruno-Fischer (1989)]. Todavia, a leitura de alguns autores pode induzir o leitor a pensar que esta proposição independe da forma funcional da demanda de moeda. Por exemplo, Bruno e Fischer (1990, p. 353), no *abstract* do artigo afirmam: "There may be both a high and a low inflation equilibrium when the government finances the deficit through *seigniorage*. Under rational expectations the high inflation is stable, and the low inflation equilibrium unstable; under adaptative expectations or lagged adjustement of money balances with rational expectations, the low inflation equilibrium may be stable."

[2] As equações (7) e (8) poderiam ser generalizadas da seguinte forma:

$$m = \beta + \frac{\alpha}{\gamma + \pi^e} \quad (7a) \qquad \text{e} \qquad \ln m = \beta + \frac{\alpha}{\gamma + \pi^e} \quad (8a)$$

Quando $\gamma=0$, tem-se as equações (7) e (8) como casos particulares. Todavia, estas especificações não pertencem à família da transformação de Box-Cox.

Estas formas funcionais são casos particulares da transformação de Box-Cox:

$$\frac{m^{\lambda_1}-1}{\lambda_1}=\delta+\phi\frac{\left(\pi^e\right)^{\lambda_2}-1}{\lambda_2}$$

A Tabela 1 mostra as combinações dos valores de λ_1 e λ_2 que geram cada uma das formas funcionais.

A organização deste trabalho é a seguinte: a Seção 2 analisa o modelo quando as expectativas são racionais e a Seção 3 trata do caso de expectativas adaptativas. A Seção 4 contém um sumário das conclusões.

Tabela 1

λ_1	λ_2	Forma Funcional
0	1	Cagan - Eq. (4)
1	1	Linear - Eq. (5)
0	0	Logarítmica - Eq. (6)
1	-1	Eq. (7)
0	-1	Eq.(8)

2. EXPECTATIVAS RACIONAIS

A equação (2) de financiamento do déficit público pode ser escrita como:

$$f=\frac{dM}{dt}\frac{1}{P}=\dot{m}+mp \qquad (9)$$

onde $\dot{m}=dm/dt$. Nos pontos de equilíbrio $\dot{m}=0$, e o imposto inflacionário $(m\pi)$ financia integralmente o déficit público. Em situações de desequilíbrio, a *seignorage* que se obtém com a emissão de moeda não coincide com o imposto inflacionário, pois $\dot{m}\neq 0$.

Suponha-se que as expectativas são racionais no sentido de previsão perfeita ($\pi^e = \pi$) e que a economia esteja inicialmente num ponto de equilíbrio. Este ponto é estável ou instável? A estabilidade depende da elasticidade (η) da quantidade demandada de moeda com relação à taxa de inflação. Com efeito, suponha-se que um choque qualquer tire a economia do ponto de equilíbrio e faça com que a taxa de inflação aumente. De acordo com a equação de demanda de moeda $m = L(\pi)$, a quantidade demandada de moeda diminui. A reação de m depende da elasticidade da demanda com relação à taxa de inflação. Se a elasticidade for em valor absoluto menor do que 1, o imposto inflacionário $(m\pi)$ aumenta, e para financiar o déficit f, a taxa de variação do encaixe real tem que ser negativa$\left(\dot{m}<0\right)$. Logo, a taxa de inflação tem que aumentar ainda mais. Nestas circunstâncias, portanto, a economia não voltará a sua posição de equilíbrio inicial, e o equilíbrio será instável.

Admita-se, agora, que a elasticidade da quantidade demandada de moeda com relação à taxa de inflação, em valor absoluto, seja maior do que 1. Quando a taxa de inflação aumenta, o imposto inflacionário diminui, e a taxa de variação do encaixe real tem que ser positiva $(\dot{m} > 0)$, para que seja possível financiar o déficit f. Logo, a taxa de inflação tem que diminuir, e a economia terá uma trajetória em direção ao antigo equilíbrio, que é estável.

As figuras 1, 2, 3a, 3b, 4 e 5, mostram os diagramas de fases do modelo, para cada uma das equações de demanda de moeda.

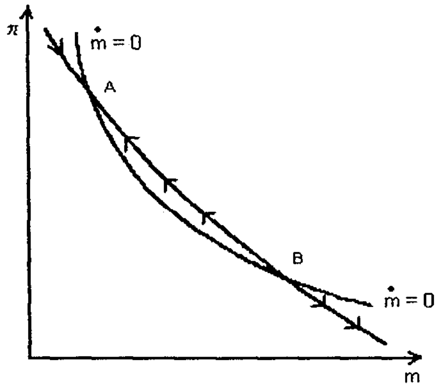


Figura 1

A Figura 1 corresponde à equação de demanda de moeda (4), especificada por Cagan. Supondo-se que existam dois pontos de equilíbrio, o ponto de inflação alta é estável e o de inflação baixa é instável. É fácil verificar que $|\eta_A|>1$ e que $|\eta_B|<1$. Na Figura 2, a equação de demanda de moeda do modelo é a equação linear (5). Novamente, quando existem dois equilíbrios, o ponto de inflação alta é estável e o de inflação baixa é instável ($|\eta_A|>1$ e $|\eta_B|<1$).

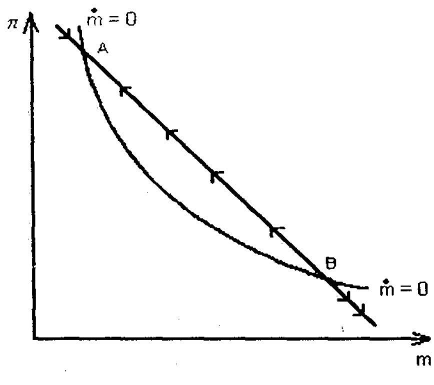


Figura 2

As figuras (3a) e (3b) apresentam o diagrama de fases do modelo quando a equação de demanda de moeda é logarítmica em ambas as variáveis (equação (6)). Se $\alpha = |\eta| < 1$, existe um único equilíbrio, e ele é instável. Quando $\alpha = |\eta| > 1$, o equilíbrio é estável.[3]

Na equação de demanda de moeda (7), o valor absoluto da elasticidade da quantidade demandada de moeda com relação à taxa de inflação é sempre menor do que 1, e ela diminui quando a taxa de inflação aumenta. A Figura 4 mostra o diagrama de fases do modelo neste caso, em que o equilíbrio é instável.

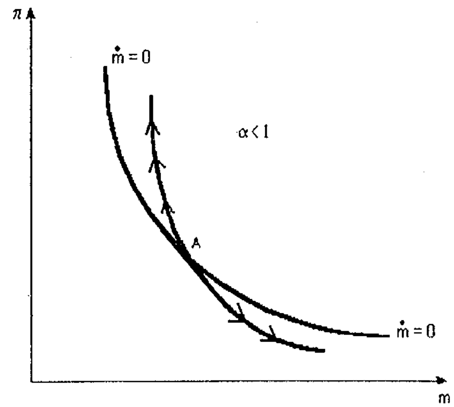


Figura 3a

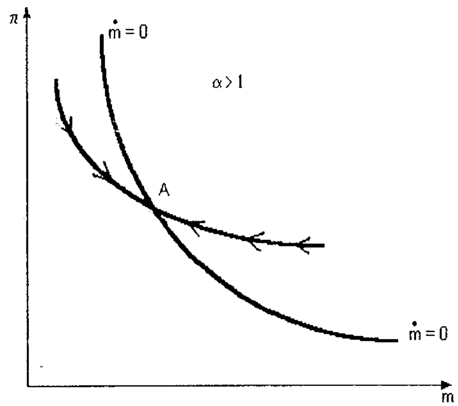


Figura 3b

[3] Quando $\alpha=1$, $m\pi^e = \beta$. Se $f = \beta$, a solução é indeterminada. Por outro lado, se $f \neq \beta$ não existe solução.

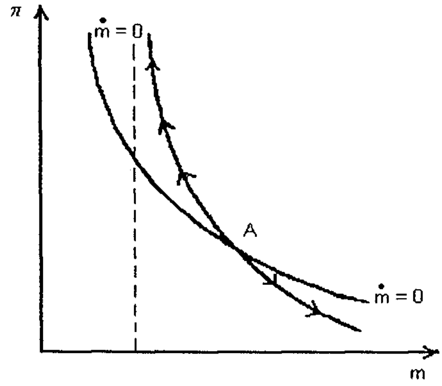


Figura 4

A figura 5 é o diagrama de fases do modelo para a equação de demanda (8). Nesta especificação, o valor absoluto da elasticidade é grande para pequenas inflações e pequeno para grandes inflações, com uma curva de Laffer para o imposto inflacionário que, ao invés de um máximo, tem um mínimo. Quando existem dois pontos de equilíbrio, o ponto de inflação alta é instável e o ponto de inflação baixa é estável, pois $|\eta_A|<1$ e $|\eta_B|>1$.

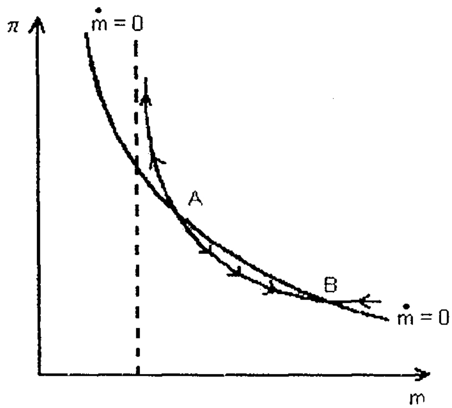


Figura 5

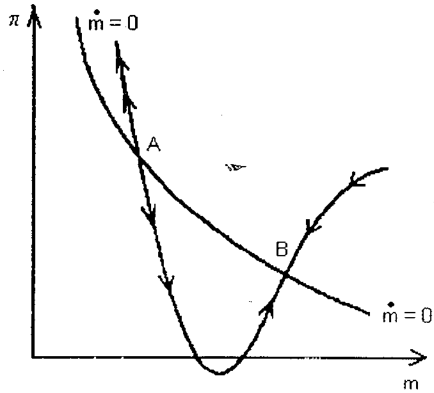
3. EXPECTATIVAS ADAPTATIVAS

Nesta seção, analisaremos o modelo formado pelas equações (1), (2) e (3) para cada uma das especificações da demanda de moeda da Tabela 1. Começaremos supondo que $L(\pi^e)$ é dada pela especificação de Cagan. O modelo pode ser sintetizado no seguinte par de equações:

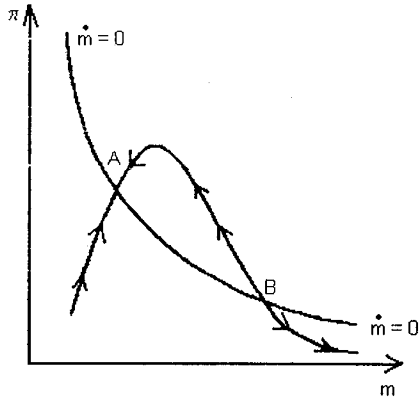
$$\pi = \frac{1}{1-\alpha\theta}\left(\frac{f}{m} + \theta \ln\frac{m}{\beta}\right)$$

$$\dot{m} = f - m\pi$$

As Figuras 6a e 6b contêm o diagrama de fases deste modelo. Quando $\theta < (1/\alpha)$, o ponto A de inflação alta é instável e o ponto B de inflação baixa é estável (Fig. 6a). Por outro lado, quando $\theta > 1/\alpha$, a situação muda, pois o ponto A de inflação alta é estável e o ponto de inflação baixa é instável (Fig. 6b).



Figuras 6a



Figuras 6b

Admita-se agora que a demanda de moeda é linear em ambas variáveis (eq. 5). O modelo pode ser resumido nas seguintes equações:

$$\pi = \frac{\theta m + f - \beta\theta}{m - \alpha\theta}$$

$$\dot{m} = f - m\pi$$

Cabe analisar três diferentes possibilidades.[4] A primeira é de que o parâmetro θ, do mecanismo de expectativa adaptativa, esteja compreendido entre as duas taxas de inflação de equilíbrio ($\pi_B < \theta < \pi_A$). A Figura 7a mostra o diagrama de fases nestas circunstâncias. Os pontos de inflação alta e de inflação baixa são ambos estáveis.[5]

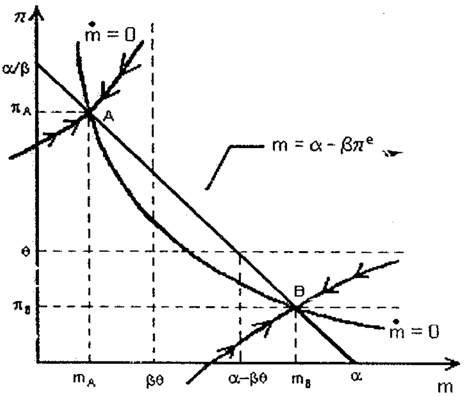


Figura 7a

A segunda possibilidade é de que o parâmetro θ seja maior do que a taxa de inflação alta de equilíbrio ($\theta > \pi_A$). A Figura 7b contém o diagrama de fases do modelo para esta hipótese. O ponto de inflação alta é estável e o de inflação baixa é instável.

---

[4] A análise aqui é semelhante a feita por Bruno (1989), quando ele admite que o coeficiente do mecanismo de expectativa adaptativa ao invés de constante, depende da própria taxa de inflação esperada: $\theta = \theta(\pi^e)$, $\theta' > 0$. Todavia, ele usa a forma funcional da demanda de moeda de Cagan para analisar a estabilidade do modelo.

[5] No caso da Figura 7a, $f < \theta(\alpha - \beta\theta)$. Nas duas possibilidades (Figuras 7b e 7c), a seguinte restrição deve ser satisfeita : $f > \theta(\alpha - \beta\theta)$. Nas três situações $\alpha - \beta\theta > 0$.

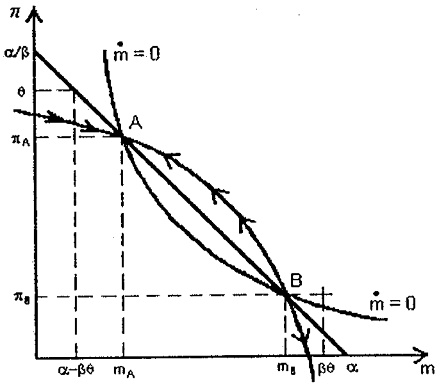


Figura 7b

A terceira possibilidade é de que o parâmetro θ seja menor do que a taxa de inflação baixa de equilíbrio ($\theta < \pi_B$). Nesta hipótese, o ponto de inflação alta é instável, de acordo com o diagrama de fases da Figura 7c.

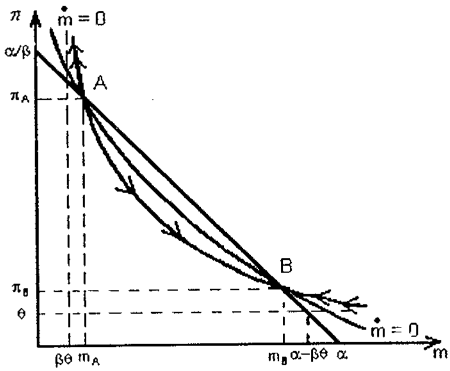


Figura 7c

Quando a equação de demanda de moeda é logarítmica em ambas variáveis, existe apenas um ponto de equilíbrio, e o modelo pode ser analisado a partir do seguinte par de equações:

$$\pi = \frac{f / m - \alpha \theta}{1 - \alpha \theta \left(\frac{m}{\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha}}}$$

$$\dot{m} = f - m \pi$$

Se a elasticidade da quantidade demandada de moeda com relação à taxa de inflação esperada for menor do que 1 em valor absoluto ($\alpha < 1$), o ponto de equilíbrio é estável (Figura 8a). No caso contrário, quando a elasticidade é maior do que 1 em valor absoluto ($\alpha > 1$), o equilíbrio é instável (Figura 8b).

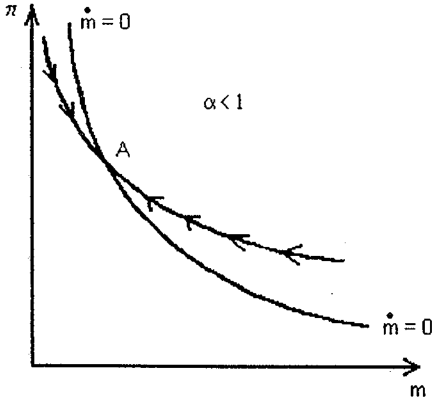


Figura 8a

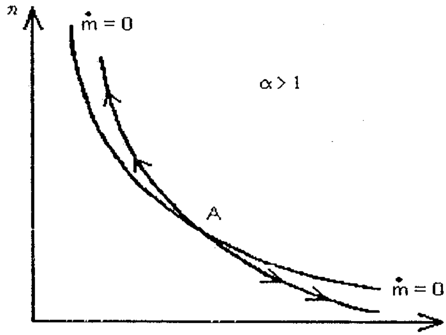


Figura 8b

Considere agora a hipótese de que a demanda de moeda é especificada de acordo com a equação (7). Um pouco de álgebra mostra que:

$$\pi = \frac{\alpha \left[\theta \left(m - \beta\right) - f\right]}{\theta \left(m - \beta\right)^2 - \alpha m}$$

$$\dot{m} = f - m\pi$$

Quando existe equilíbrio ($f > \alpha$), ele é único, e o modelo é estável, de acordo com o diagrama de fases da Figura 9, não havendo, portanto, possibilidade de ocorrência de hiperinflação.

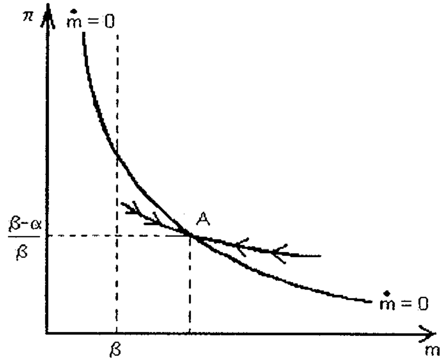


Figura 9

Suponha que a equação de demanda de moeda é especificada de acordo com a equação (8). Neste caso, as duas equações do modelo são:

$$\pi = \frac{\alpha\theta \ (\log \ m - \beta) \ - \ \alpha f / m}{(\log \ m - \beta)^2 \ \theta \ - \ \alpha m}$$

$$\dot{m} = f - m\pi$$

A Figura 10 mostra o diagrama de fases que corresponde a estas equações, admitindo-se que existam dois pontos de equilíbrio. O ponto de inflação alta é estável e o ponto de inflação baixa é instável. Inexiste, portanto, a possibilidade de ocorrência de hiperinflação.

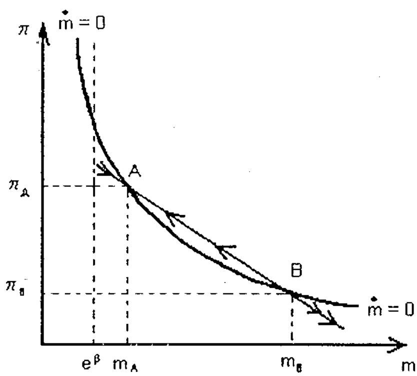


Figura 10

4. CONCLUSÃO

A conclusão que se chega, analisando-se diferentes formas funcionais da equação de demanda de moeda, é de que modelos com expectativas racionais são capazes de gerar hiperinflação, se o valor absoluto da elasticidade da quantidade demandada de moeda com relação à taxa de inflação for menor do que 1. Portanto, do ponto de vista econométrico, deve-se especificar formas funcionais que não eliminem, *a priori*, possibilidades que são cruciais para o fenômeno em estudo.

Analisando-se o modelo em que o déficit público é financiado por moeda e que as expectativas são adaptativas, para diferentes formas funcionais da equação de demanda de moeda, conclui-se que, *a priori*, nada se pode afirmar sobre a estabilidade do equilíbrio. Quando existem dois pontos de equilíbrio, ambos podem ser estáveis, ou, então, um é estável e outro, instável. Quando existe um único ponto de equilíbrio, ele tanto pode ser estável como instável. A estabilidade depende, em geral, da forma funcional da equação de demanda de moeda, e não do parâmetro do mecanismo de expectativa adaptativa.

BIBLIOGRAFIA

BARBOSA, F. H. Macrodinâmica: os sistemas dinâmicos da macroeconomia. Rio de Janeiro. *Ensaios Econômicos EPGE*, n. 182, 1991.

BRUNO, M. Econometrics and the design of economic reform. *Econometrica*, n. 57, março, 1989, p. 275-306.

BRUNO, M. ; FISCHER, S. Seigniorage, operating rules, and the high inflation trap. *The Quarterly Journal of Economics*, maio, 1990, p. 353-374.

CAGAN, P. The monetary dynamics of hiperinflation. In: *Studies in the quantity theory of money*, p. 25-117, Chicago: The University of Chicago Press, 1956.

ABSTRACT

HYPERINFLATION AND THE FUNCTIONAL FORM OF THE DEMAND FOR MONEY'S EQUATION

This paper shows that in the context of a much model of hyperinflation originated from Cagan's work containing (a) a demand for real balances, (b) monetization of deficit, and (c) an expectations' equation, not only the latter is crucial - either adaptive or rational expectations - for the stability of multiple equilibria, but also the specification of the demand for money equation, given the type of expectations, may alter the properties of equilibria. With rational expectations, hyperinflation may be generated by an elastic demand for money with respect to inflation. With adaptative expectations, nothing can be said on a priori grounds regarding stability of equilibria; in general, it depends on the functional form of the demand for money.